Feb. 2007

Control and Decision

文章编号: 1001-0920(2007)02-0184-05

一种末端任务给定的移动机械手动态路径规划方法

李新春, 赵冬斌, 易建强

(中国科学院 自动化研究所, 北京 100080)

摘 要:移动机械手末端任务给定情况下的路径规划在喷绘、焊接等工作中有广泛的应用,但这方面的研究还比较少,尤其是在动态环境中.针对该情况提出一种动态规划方法,该方法包含预处理和动态规划两个阶段,使移动机械手在完成任务的前提下,能够有效地回避静态和动态障碍物.仿真结果证明了该方法的正确性.

关键词:移动机械手;给定任务;动态规划;PRM;RRT

中图分类号: TP24 文献标识码: A

A dynamic path planning approach for mobile manipulators along given end effector paths

LI Xin-chun, ZHAO Dong-bin, YI Jian-qiang

(Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China. Correspondent: LI Ximchun, E-mail: xinchun.li@mail.ia.ac.cn)

Abstract: A novel approach of dynamic path planning for a mobile manipulator whose end-effector travels along a given path is presented. Such a task-consistency motion planning is widely used in practical applications such as painting and welding. But this problem in dynamic environments is rarely considered. A general method which consists of a preprocessing and a dynamic planning stage is proposed. The mobile manipulator can avoid not only static obstacles but also dynamic obstacles. The effectiveness of the proposed approach is illustrated through simulation experiments.

Key words: Mobile manipulator; Given task; Dynamic path planning; PRM; RRT

1 引 言

移动机械手由一个或若干个机械手和一个可移动平台组成. 机械手安装在移动平台上,这种结构既具有移动机器人的移动性又具有机械手的可操作性. 因此应用范围比移动机器人和机械手大得多,广泛用于辐射、战场等危险场合,也可以用于制造业和服务业等,具有广泛的应用前景.

由于移动机械手的高冗余性和动态不均匀性,规划与控制移动机械手要远远难于单个机械手和单个移动平台. Carriker^[1]将规划问题归结为通用的非线性优化问题来解决,对移动平台和机械手采用不同的优化函数进行寻优. 相似的方法不同的优化函数分别在文献[2-4]中进行研究. Yamamoto^[5]提出保持机械手可操作度最大的区域为首选操作区,通过规划平台的运动使机械手处于该区. 文献[6]引入方向可操作度的概念来控制移动机械手的末端跟踪任意曲线.

近年来,在机器人路径规划的研究中概率法日益得到人们的广泛关注,例如概率路图法 PRM^[7]和快速随机搜索树法 RRT^[8].这些方法适用于高冗余度机器人的路径规划并已应用于移动机械手.文献[9]提出了一种 PRM-based 的规划策略,并用 Lazy evaluation^[10]方法对路图进行了快速更新以回避障碍.文献[11]针对机械手末端任务给定的情况,在静态环境中利用 RRT-like 方法为移动机械手规划了一条无碰路径,并与 Greedy 算法进行了比较.

本文在移动机械手末端任务给定的前提下考虑更为复杂的动态环境,提出一种动态规划方法,包含预处理和动态规划两个阶段. 预处理阶段是离线情况下完成的,通过扩展 PRM 法构建一条静态无碰路径. 动态规划阶段移动机械手沿预处理阶段规划好的安全路径运动,并根据动态避障策略实时检测动态障碍. 仿真结果证明了该方法的有效性.

收稿日期: 2005-10-31; 修回日期: 2006-03-27.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60475030); 中科智能科学与技术联合实验室开放课题项目(JL0605).

作者简介: 李新春(1977 → ,男,沈阳人,博士生,从事机器人智能规划与控制的研究; 易建强(1963 → ,男,江西

萍乡人,教授,博士生导师,从事智能控制、机器人等研究.

2 预处理

基本的 PRM 法⁽⁷⁾ 运算时间较长,因此这种方法较适用于多自由度机器人的静态规划. 本节扩展了基本的 PRM 算法,使之能够解决末端任务给定的移动机械手的静态避障问题.

2.1 给定任务的离散化

给定的任务(由高层规划器产生)通常是空间中的一条连续路径,首先要对它进行离散化.设给定任务为 $T(x,y,z) = R^3$,则离散化后为

$$T(i) = T(x_i, y_i, z_i),$$

 $i = 0, 1, ..., MaxNum.$ (1)

其中 MaxNum 为给定任务被离散成的最大点数. 显然 MaxNum 越大离散成的路径连续性越好, 但计算量也越大. 这里将每一个 T(i) 定义为任务点, 那么移动机械手的任务就是保证其末端沿着这些任务点运动.

2.2 随机位姿的产生

考虑全方位移动机械手,其运动学方程可描述为

$$p = f(q). (2)$$

其中: $p = R^M$ 为机械手末端位姿, $q = R^N$ 为广义坐标变量. 对移动机械手有

$$q = [q_p \quad q_m]^{\mathrm{T}}.$$

其中: q_p 为平台位姿,且 $q_p = [x, y, J^T, (x, y)]$ 为平台质心的位置,为平台的姿态; q_m 为机械手的位姿.则移动机械手的自由度为 N = p + m,考虑到运动学冗余性有 N > M.

本文中采用的扩展 PRM 算法与基本 PRM 算法的一个主要区别是随机采样过程并不在移动机械手的整个位姿空间进行,而只在每个任务点进行,这将更加省时高效. 至此,末端任务给定的移动机械手动态路径规划问题可以表述如下:

给定移动机械手末端任务 T(i) (i=0,1,..., MaxNum) 和始末位姿 q_{init} , q_{in} , 寻找一条路径满足以下条件:

- 1) $T(0) = f(q_{\text{init}}), T(\text{MaxNum}) = f(q_{\text{lin}});$
- 2) $T(i) = f(q_i), i = 1, 2, ..., MaxNum 1;$
- 3) 不与静态障碍及自身发生碰撞;
- 4) 不违反机械手的运动学约束:
- 5) 不与动态障碍发生碰撞.

对于每一个任务点 T(i) 移动机械手都是运动学冗余的,这里 T(i) R^3 ,以下随机采样策略适用于任何移动机械手.为简单起见,设机械手有 3 个自由度,则整体移动机械手具有 6 个自由度.如果不考虑机械手末端的姿态,将有 3 个冗余度.即对于每一个任务点 T(i),移动机械手的运动学逆解将有无数

组. 所以要对 3 个自由度进行随机选取,实际上任意 3 个均可以,但考虑到移动机械手可以视为移动平台和机械手的串联系统,为方便起见,选择平台的位姿 q_p 进行随机采样. 机械手的位姿 q_m 可根据逆运动学方程求得,当然运动学的约束和静态障碍的约束也必须考虑到.

随机采样过程可用类 c 的伪代码函数 RandSample (T(i)) 表述如下:

```
RandSample (T(i))
  k = 0:
  Inv KinSuc = 0:
  Coll Free Suc = 0;
  while (k < maxrep & & (!Inv KinSuc // !
        Coll Free Suc))
    q_p = \text{RandPlat}(T(i));
    q_m = \operatorname{Inv} \operatorname{Kin}(T(i), q_p);
    if (KinConst(q_m) = 1)
       Inv KinSuc = 1:
    if (CollFree(q_p, q_m, static) = = 1)
         Coll Free Succ = 1;
       k++;
  if (k = maxrep)
    return RandSampleFail;
  else
```

return q_i

其中:k是循环变量,每次循环加 1; Inv Kin Suc 和 Coll Free Suc 为两个标志位,初始值均为 0,用于判断产生的移动机械手位姿 q_i 是否满足运动学及障碍物约束;RandPlat 函数用于产生平台的随机位姿,平台质心坐标(x,y) 必须在平台的可行区域内进行选择,机械手的奇异位姿出现在机械手完全伸直的情况下,T(i) 是可行区域的圆心,全方位移动平台,与典型的差分平台不同,它不受非完整约束,与平台位置(x,y) 完全独立,因此平台姿态 可任意随机选择;Inv Kin 函数根据当前任务点 T(i) 和平台位姿 q_m 进行运动学逆解的计算,其返回值为机械手位姿 q_m ,由于运动学约束的存在, q_m 是否可行必须要进行验证,此工作由函数 Kin Const 完成,机械手的每个关节由于机械结构的约束都有其可行范围,即

$$q_{m \min}^{j} \quad q_{m}^{j} \quad q_{m \max}^{j}$$
, (3)

KinConst 将检测是否每个 q_m 均满足式(3) 且均不与自身发生碰撞, 如果成功则返回 1 并置标志为 Inv KinSuc,表示满足运动学约束; 函数 CollFree 用于检测移动机械手的位姿 q_i (包括平台和机械手的位姿) 是否不与障碍发生碰撞,参数 static 表明该函数是用于静态环境的, 如果位姿是安全的则将标志

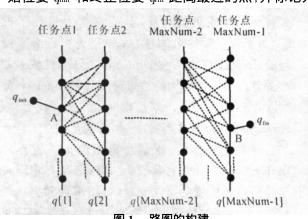
位 Coll Free Succ 置位. while 循环之后如果 k 等于 maxrep(最大的循环次数),则函数 RandSample 返 回 RandSampleFail,随机采样失败,否则返回一满 足条件的移动机械手位姿 qi. 实际上选择适当大的 maxrep 总能得到所需的 qi.

2.3 路图的构建和搜索

本节介绍如何使用 PRM 算法来寻找一条安全 路径. 过程用函数 PRM_Planer 所示如下:

PRM_Planner() for (i = 1; i < MaxNum; i + +)for (j = 0; j < MaxPoints; j + +)if (RandSample(T(i))) = =RandSample Fail) return PRMFail; else q[i][j] =RandSample(T(i)); graph = BuildMap(all q[i][j]);

Static Path = Search Graph $(q_{init}, q_{ini}, graph)$. 其中:MaxPoints 为对每一个任务点 T(i) 的最大随 机采样次数, T(i) 的所有随机采样点都存储在数组 q[i]中,对每个任务点进行相同数目的采样,这样能 够保证即使在"difficult"区域也能够得到足够的采 样点,因此与基本 PRM 算法相比,本文的 PRM 算法 不需要"enhancement"过程以增加路图的联通性, 两次循环将找到路图的所有节点并将它们存储于 q[i][j]中;函数BuildMap 将所有的节点 q[i][j]构 建成路图,应当指出的是这里选择最近点的策略与 基本 PRM 算法完全不同,如图 1 所示,这里每个节 点 a[i][i]就是一个移动机械手的位姿,以欧氏距 离作为节点间的距离,对每一个节点 q[i][j] 而言, 其最近的"K"个点将在并且只能在q[i+1]的采样 点中选取;函数 Search Graph 用于从 BuildMap 构建 的路图中搜索出一条最近的路径,首先从 q[1] 和 q[MaxNum - 1] 的采样点中找出与移动机械手初 始位姿 q_{ini} 和终止位姿 q_{in} 距离最近的点,并标记为



路图的构建 图 1

A和B. 然后运用图搜索技术,如 Dijkstra, Floyd, A^* 等,从图中找出一条 AB 间的最短路径,将所得 的静态路径 Static Path 存储在 sq[i]中.

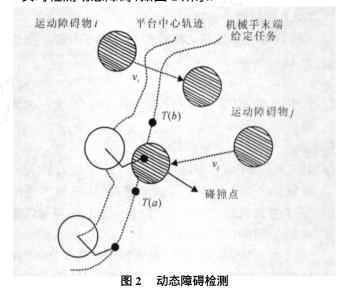
最终通过 PRM 算法将会得到一条较好的静态 路径,当然其他改进的 PRM 算法(10,12) 也可以应用 在这里以提高规划的效率.

动态规划

PRM 在反映动态环境变化时路图更新的代价 比较大, 因此这种算法很难应用于动态规划, 而 RRT算法为每一对搜索点建立快速的随机搜索树, 针对性强、速度快、效率高,更适用于动态环境.本文 采用 RRT-like 作为局部规划器来处理动态障碍物.

3. 1 动态避障策略

上一节通过 PRM 算法已经建立了一条静态路 径,移动机械手首先沿着 Static Path 行进,并不断地 实时检测动态障碍,如图2所示.



为保证机械手末端任务的连续性,与静态环境 时不同(静态时障碍物的高度不受限制),假设障碍 物的高度均不高于机械手,因此不会与机械手发生 碰撞,这里只考虑平台的避障.

如果平台与动态障碍物间的距离大于某一设 定值 Dist Val,则该动态障碍对移动平台的影响可以 忽略不计,移动机械手仍沿静态路径运动.如果平台 与动态障碍物间的距离小于某一设定值 Dist Val, 需 要计算如果移动机械手按设定路径运动是否会与动 态障碍发生碰撞,若不发生则忽略该障碍,否则要计 算动态障碍将与移动平台在那一个任务点发生碰 撞,定义该任务点为碰撞点,相应地将静态路径 Static Path 中碰撞点附近一定范围的区域定义为碰 撞区域. 设该区域的起始点与终止点分别为任务点 T(a) 和 T(b),相应的移动机械手位姿为 sq[a] 和 sq[b] 的区域就是应该被局部规划器修改的区域.

T[a] 和 T(b) 的选择与平台和动态障碍物的形状、 运动速度的大小、方向等有关. 对于多个动态障碍物 而言,策略也是相似的,如果判断出的碰撞区域是相 互独立的,则可以对它们单独进行处理.如果这些碰 撞区域有叠加,则可取其并集进行处理.

3.2 局部规划器

采用 RRT-like 算法[11] 作为局部规划算法对碰 撞区域间的静态路径进行调整. 在搜索树扩展过程 中,新增节点 q_{new} 的计算与基本 RRT 算法 $^{(8)}$ 不同: 在找到与 q_{rand} 最近的 q_{near} 后,在 q_{near} 所对应任务点 的下一个任务点随机产生 q_{new} , 而不是从 q_{near} 向 q_{rand} 方向增加 q. 这样处理使得 RRT 算法更适用于移 动机械手的路径规划. 将该算法应用于局部规划器 中可描述如下:

```
RRT-Like (T(a), T(b))
  i = 0;
   T_{\text{new}} = 0;
  Create (, sq[a]);
  while (T_{\text{new}}! = T(b) \& \& i < \text{MaxExt})
     T_{\text{new}} = \text{ExtendTree}();
     i + +;
  if (T_{\text{new}} = T(b))
     return Search();
  else
     return RRTFail.
```

与文献[11]不同,本文初始位姿的选择并非任 意的,而是确定的,为 sq[a](碰撞区域的起始任务 点),目标位姿为 sq[b](碰撞区域的终止任务点). Create 函数创建了以 sq[a] 为根节点的树 ,函数 Extend Tree 首先要产生一个随机采样点 grand, 然后 根据 grand 确定要产生的新节点所对应的任务点 T_{new} ,为树 在 T_{new} 扩展一个新节点 q_{new} ,并返回 T_{new} ,循环往复直至 T_{new} 等于 sq[b],局部规划结束. 如下所述:

- 1) 在 Extend Tree 中,任务点 Tnew 所产生的新 节点 quew 将充分利用静态的规划结果,即从静态规 划时该任务点已选好的 Max Points 个随机点中选 取. 这些随机点已满足运动学约束和不与静态障碍 发生碰撞等条件,因此只需验证它是否会与动态障 碍发生碰撞即可. 这样将使产生 quew 的速度大大增 加,从而使动态规划满足实时性的要求.
- 2) 对全方位的移动平台而言,广义的控制量不 仅是平台的线速度 v 和角速度 . 因为平台具有平面 运动所有的3个自由度,所以运动速度的方向与平 台的姿态无关,全方位移动平台广义控制量应为 1,其中 为平台速度的方向. $\int v$

函数 Search 将从搜索树中找出一条最短路径, 如果成功,局部规划器将返回一条可行路径,存储于 $sq[a] \sim sq[b]$ 中,该路径能够躲避动态障碍.

3.3 动态规划算法

在动态避障策略和局部规划算法的基础上,可 以描述整个的动态规划算法. 首先在程序中设置定 时器,时间周期为 T. 在每一个时间中断 On Timer 的响应中都要进行如下动态规划:

```
On Timer (k)
  d[] = CalDist;
 if (any of d[] / (DistVal)
    d[w] = CalAllDisSma(d[]);
    DynColNum/w/ = CollideNum();
    if (DynColNum[0] > 0)
       RRT-Like (sq[a], sq[b]);
  MoveRobot (sq[k])
```

其中:/ / 表示数据类型为数组;sq[] 静态环境中 PRM 算法规划好的路径;函数 CalDist 用于计算移 动平台与所有动态障碍物间的距离,并存储于 d[] 中, 如果这些距离中有任何一个小于设定距离 DistVal,则用 CalAllDisSma 计算 d[] 中所有小于 DistVal 的距离,假设其数目为 w;函数 CollideNum 用于计算 w 个动态障碍与移动平台的碰撞点,并将 其按升序存储在 DynColNum[w]中,若不发生碰撞 则存 0,那么 DynColNum/0/ 中存储的即是最近的 碰撞点,再确定碰撞区域[T(a),T(b)],这样可以运 用局部规划器进行静态路径的动态调整. 每一个时 间周期 On Timer 函数都运行一次,移动机械手沿着

系统仿真

基于实验室的移动机械手系统(见图 3),建立 了其简化的 3D 模型. 全方位移动平台为圆柱形, 机 械手具有3个自由度,一个为竖直运动的棱柱关节, 两个为平面转动关节. 仿真程序由 Visual C ++ 和 Open GL 完成,运行于 2.4G的 PC 上.

规划好的路径前进一步,这一步将满足所有的约束

条件,周而复始直至达到最后的目标点.

静态规划 4. 1

首先考虑静态规划,这里只使用扩展的 PRM 算法,仿真结果见图 4. 机械手末端给定任务为 S 形 曲线,离散化的最大点数 MaxNum 为 90,即给定任 务等分为 90 个离散点,每个任务点的最大随机采样 点数 Max Points 为 3 000. 静态环境总共有 4 个障碍 物,两个为圆柱体,两个为长方体,所有障碍高度均 高于移动机械手. 最近点数 K设为 10,扩展的 PRM 算法平均运行时间为 4.6 s.

仿真结果表明与给定任务重合. 规划后的静态



图 3 全方位移动机械手

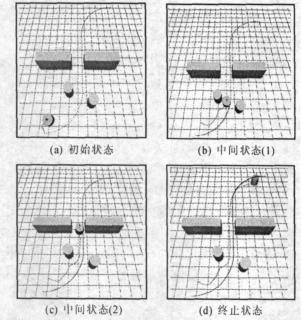


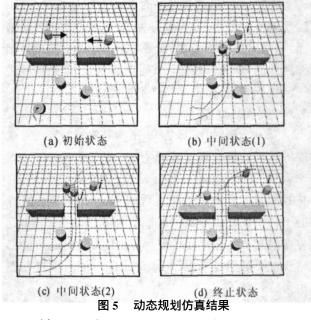
图 4 静态规划仿真结果

路径存储在 sq[] 中,这里时间周期为 0.2 s,每个周期移动机械手从一个位姿 sq[i] 运动到下一个位姿 sq[i+1],位姿间以线段相连. 从仿真结果可以看出,路径的光滑性和连续性较好.

4.2 动态规划

基于静态规划结果,利用动态规划算法来对路径进行动态调整,仿真结果见图 5. 静态环境保持不变,添加两个动态障碍 i 和 j,其高度与平台高度相同但小于机械手高度,运动方向如箭头所示.

首先运行 PRM 算法得到存储在 sq[] 的静态路径,时间周期仍设定为 0.2~s. 当移动机械手沿静态路径前进时,每个周期都用 3.3 节中的动态规划算法来调整路径. 两个动态障碍物中将有一个与平台发生碰撞而另一个不会. 经计算碰撞点为 72, 这里选碰撞区域 $[T(a) \quad T(b)]$ 为 [67~77]. 在该区域中调用局部规划算法 RRT 来调整路径以回避动态障碍,规划时间为 0.06~s. 当移动机械手运动到 sq[b]时,规划器检测到不再会有碰撞发生,移动机械手继续沿着 PRM 规划好的静态路径前进.



5 结 语

本文针对移动机械手末端任务给定的情况,提出了一种较为通用的解决方法,并进行了详细的分析. 该方法以扩展的 PRM 法离线进行全局的静态规划,再结合动态避障策略和局部规划算法在线对路径进行动态调整,使得移动机械手能够在复杂的环境中完成给定的任务,对移动机械手的实际应用有一定的指导作用. 如何将这种方法应用于实际移动机械手系统中将是下一步要解决的问题.

参考文献(References)

- [1] Carriker W F, Khosla P K, Krogh B H. Path planning for mobile manipulators for multiple task execution [J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1991, 7(3): 403-408.
- [2] Seraji H. Motion control of mobile manipulators [C]. Proc of IEEE/ RSJ Int Conf on Intelligent Robotics and Systems. Yokhama: IEEE Press, 1993: 2056-2063.
- [3] Chen M, Alzala A. A genetic approach to motion planning of redundant mobile manipulator systems considering safety and configuration [J]. J of Robotic Systems, 1997, 14(7): 529-544.
- [4] Yamamoto Y, Yun X. Coordinating locomotion and manipulation of a mobile manipulator [C]. Proc of the 31st Conf on Decision and Control. Tucson: IEEE Press, 1992: 2643-2648.
- [5] Shin D H, Hamner B S, Singh S, et al. Motion planning for a mobile manipulator with imprecise locomotion [C]. Proc of IEEE/RSJ Int Conf on Intelligent Robots and Systems. Lasvegas: IEEE Press, 2003: 847-853.

(下转第 194 页)

- [J]. Production Planning and Control, 1999, 10(6):506-519.
- [2] Francois Baccelli, Zhen Liu. Comparison properties of stochastic decision free petri nets [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1992, 37 (12):1905-1920.
- [3] 涂菶生. 离散事件动态系统的关键路径与扰动分析[J]. 系统科学与数学,1996,16(4):318-325.
 - (Tu P S. Critical paths and perturbation analysis of discrete event systems [J]. J of Systems Science and Mathematics Sciences, 1996, 16(4):318-325.)
- [4] 刘自宽,涂菶生. 关键路径与随机串行生产线的灵敏度 分析[J]. 自动化学报,1999,25(2):264-268. (Liu Z K, Tu P S. Critical path and sensitivity analysis of stochastic serial product lines[J]. Acta Automatica Sinica,1999,25(2):264-268.)
- [5] 李勇建,涂菶生. 基于关键路径串行再生系统的参数优化[J]. 自然科学进展,2001,11(4): 986-991.

 (Li Y J, Tu P S. Parameter optimization of serial regenerative systems based on critical path[J]. Progress in Natural Science,2001,11(4):986-991.)
- [6] Seo D W, Song B K. Application of (Max, +) Algebra to the optimal buffer size in poisson driven deterministic queues in series with blocking[C]. Rough Sets, Fuzzy Sets, Data Mining, and Granular Computing, PT 2, Proc Lecture Notes in Artificial Intelligence. Berlin: Springer-Verlag, 2005:671-677.
- [7] 郑应文. 多级服务台系统的随机性能分析[J]. 福州大学 学报,2003,31(1):19-22. (Zheng Y W. Stochastic character analysis in the multistage serve station systems[J]. J of Fuzhou University, 2003,31(1):19-22.)
- [8] 赵千川,郑大钟.随机加工参数串行生产线的性能估计

- [J]. 自动化学报,1997,23(1):90-93.
- (Zhao Q C, Zheng D Z. Performance estimations of production lines with stochastic parameters [J]. Acta Automatica Sinica ,1997,23(1):90-93.)
- [9] Koichi Nakade. New bounds for expected cycle times in tandem queues with blocking [J]. European J of Operational Research, 2000, 125(1):84-92.
- [10] Lin C, Qu Y, Ren F Y, et al. Performance equivalent analysis of workflow systems based on stochastic petri net models [C]. Proc of 2002 Engineering and Deployment of Cooperation. Beijing: Springer-Verlag, 2002:1-64.
- [11] Li J Q, Fan Y S, Zhou M C. Performance modeling and analysis of workflow[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics — Part A: Systems and Humans, 2004, 34(2):229-242.
- [12] Li J Q, Fan Y S, Zhou M C. Timing constraint workflow nets for workflow analysis[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics Part A: Systems and Humans, 2003, 33 (2):179-193.
- [13] Zhao Q C. Performance bounds for a class of workflow diagrams [C]. Proc of 2005 Int Conf on Intelligent Computing. Berlin: Springer-Verlag, 2005.
- [14] Jorge Cardoso, John Miller, Amit Shenth, et al. Modeling quality of service for workflows and web service processes[R]. Georgia: University of Georgia, 2002.
- [15] 郑大钟,赵千川. 离散事件动态系统[M]. 北京:清华大学出版社,2001. (Zheng D Z, Zhao Q C. Discrete event dynamic

(Zheng D Z, Zhao Q C. Discrete event dynamic systems [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001.)

(上接第 188 页)

- [6] Yamamoto Y, Yun X. Effect of the dynamic interaction on coordinated control of mobile manipulators[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1996, 2 (5): 816-824
- [7] Kavraki L, Svestka P, Latombe J C. Probabilistic roadmaps for path planning in high-dimensional configuration spaces [J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1996, 12(4): 566-580.
- [8] Lavalle S M. Rapidly-exploring random trees: A new tool for path planning [R]. Ames: Iowa State University, 1998.
- [9] Jaillet L, Simeon T. A PRM-based motion planner for dynamically changing environments [C]. Proc of IEEE/

- RSJ Int Conf on Intelligent Robots and Systems. Sendai: IEEE Press, 2004:1606-1611.
- [10] Bohlin R, Kavraki. Path planning using lazy PRM[C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. San Francisco: IEEE Press, 2000: 521-528.
- [11] Oriolo G, Mongillo C. Motion planning for mobile manipulators along given end-effector paths [C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. Barlelona: IEEE Press, 2005: 2166-2172.
- [12] Song G, Miller S, Amato N M. Customizing PRM roadmaps at query time[C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. Seoul: IEEE Press, 2001: 1500-1505.