

文章编号: 1001-0920(2007)02-0189-06

## 一类具有排队现象的工作流图的性能分析

严 晗, 赵千川

(清华大学 自动化系, 北京 100084)

**摘 要:** 基于极大代数方法, 描述一类具有排队现象的工作流图中 AND 和 XOR 的时间逻辑关系. AND 逻辑表示输出事件当且仅当输入事件都完成时发生, XOR 逻辑表示在数个输入事件中按概率只有一个会发生并导致输出事件的发生. 以 AND 和 XOR 基本模块构建这类工作流图模型, 进行系统的性能分析, 并给出顾客输出时间间隔下界的估计方法. 通过实例仿真验证了建模、分析方法的可行性和有效性.

**关键词:** 工作流图; 排队; 建模; 性能分析

**中图分类号:** TP13      **文献标识码:** A

## Performance analysis of a class of workflow diagrams with queueing

YAN Han, ZHAO Qian-chuan

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China. Correspondent: YAN Han, E-mail: yanhan@mails.tsinghua.edu.cn)

**Abstract:** Based on min-max systems theory, min-max algebra is used to capture both AND and XOR logic in workflow diagrams with queueing. AND logic requires that output event happens only when all the input events happen. XOR logic requires that output event happens only when one of the input events happens according to the probability distribution. The workflow diagrams with AND/XOR logic and queueing are constructed by using elementary building blocks (AND and XOR blocks). Analyzing the performance, lower bounds on the output rate of customers in this class of workflow diagrams are provided. A simulation example is given to demonstrate the feasibility and effectiveness of the proposed approaches.

**Key words:** Workflow diagrams; Queueing; Modeling; Performance analysis

### 1 引 言

工作流系统是一种典型的离散事件动态系统 (DEDS), 广泛存在于各种类型的流程管理系统中<sup>[1]</sup>. 工作流系统中常见的逻辑包括 AND, XOR 和 OR. 其中: AND 逻辑表示输出事件当且仅当输入事件都完成时才发生, XOR 逻辑表示在数个输入事件中按概率只有一个会发生并导致输出事件的发生, OR 逻辑表示只要有一个输入事件完成就会导致输出事件的发生. 工作流图是对工作流系统的一种数学抽象, 对工作流系统的研究多从对工作流图的研究出发.

串行生产线(流水线)是工作流系统重要而广泛应用的一个实例. 由于它仅包含 AND 逻辑, 其研究开展得相当深入. 这方面的研究常用随机极大代数方法, 能够处理的模型在理论上称为无决策随机 Petri 网, 代表性的成果如文献[2]中给出的稳态周

期存在条件以及计算方法. [3]提出系统关键路径概念, 以此为基础对有限缓冲器的串行生产线系统进行了生产时间参数的扰动分析. [4]给出随机串行生产线稳态性能函数与系统关键路径之间的关系. [5]针对有限缓冲区串行排队网络提出了有限长度的仿真算法进行参数优化. [6]研究了已知等待时间分布、服务时间确定的二队列排队网络的缓冲区容量优化问题. [7]中进行了随机极大代数的分布概率推导, 对多级随机服务系统的总服务时间的随机分布进行了仿真计算. [8]给出了加工时间满足一般分布的情况下系统稳态加工周期存在性条件, 并利用加工时间的一阶矩对稳态加工周期上下界进行了估计. [9]给出了一类刚性串行生产线的生产周期的上下界估计方法. 当然, 在模型中随机变量具有负指数分布的假设下, 也可以用排队论的方法展开研究.

目前在对不仅带有 AND 逻辑的更一般的工作

收稿日期: 2005-10-26; 修回日期: 2006-05-29.

作者简介: 严晗(1983—), 女, 湖北阳新人, 博士生, 从事离散事件动态系统的研究; 赵千川(1969—), 男, 河北唐县人, 教授, 博士生导师, 从事离散事件动态系统分析和控制、复杂系统优化等研究.

流系统的性能分析研究中,多采用随机 Petri 网模型进行建模<sup>[10-12]</sup>,这些具有决策的 Petri 网模型适合描述带有 AND 和 XOR 逻辑的工作流系统(如文献[14]中的 DNA 序列分析服务 workflow 系统).另外,在现有对工作流的研究中,还常假设服务时间服从指数分布.对系统性能的分析往往局限于考查仅有一个顾客通过系统的平均性能指标<sup>[10-13]</sup>,但实际的工作流系统由于资源有限而引起时间上的冲突时将出现排队现象,这会影响到系统的平均时间性能指标<sup>[11]</sup>.

本文将对具有排队现象的带有 AND 和 XOR 逻辑的一类工作流系统进行性能估计.虽然文献[13]同时考虑了带有 AND, XOR 和 OR 逻辑的更一般的工作流系统,得到了服务时间满足一般分布的工作流系统平均周转时间的上下界估计,但仍然存在上述局限性.本文利用顾客到达时间间隔和服务时间的期望,分析 AND/XOR 基本模块的时间性能,结合对这两种基本模块构建系统的方法(模块的串联和嵌套),给出有排队现象下的输出顾客时间间隔期望下界的估计方法<sup>[13]</sup>.

## 2 一类工作流图的建模

借鉴模块化建模方法<sup>[13]</sup>,利用随机 min-max 系统和 Fork-Join 排队网络知识<sup>[15]</sup>,定义一类由 AND 基本模块和 XOR 基本模块构建的工作流图.

### 2.1 工作流图的定义

$\{T_i, i = 1, \dots, l\}$  是服务台的有限集,  $\{(F_j, J_j), j = 1, \dots, m\}$  是 Fork 和 Join 节点对的有限集. Fork 节点的类型有 AND-Fork 和 XOR-Fork. 相应的 Join 节点的类型也有 AND-Join 和 XOR-Join. 假定对于每一个  $j$ ,  $F_j$  和  $J_j$  是同一类型.

**定义 1** 本文讨论的一类工作流图是一个基于模块递归构建的有向图,具有一个开始模块和一个结束模块,分别表示工作流的起始和结束.图中其他模块可由以下任意一种方式构成:

1) 串联模块.如图 1 所示,由一系列模块以串联形式构成.顾客结束前一模块的服务后,立即进入下一模块等待或接受服务,中间不存在延迟(当允许排队时,串联模块也包含 AND 逻辑,即只有前一模块完成和下一模块可用才开始一个任务的处理,这正是串行生成线包含 AND 逻辑的原因).

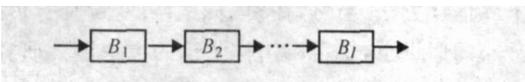


图 1 串联模块

2) AND 模块.以一个 AND-Fork 节点开始并结束于一个 AND-Join 节点,且进入和输出该模块的分支数目是相等的.每个分支上均有一个模块连

接于 Fork 节点和 Join 节点之间,如图 2 所示.在 Fork 和 Join 节点以符号“ $\wedge$ ”来表示 AND 节点.进入 AND 模块的顾客必须接受完毕每个分支上的服务才能离开 AND 模块,即顾客离开 AND 模块的时间为分支服务完成最晚的时间.

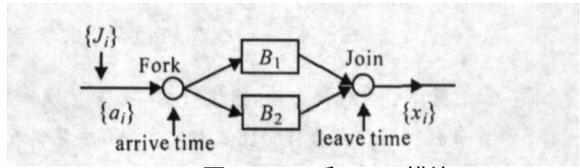


图 2 AND 和 XOR 模块

3) XOR 模块.以一个 XOR-Fork 节点开始并结束于一个 XOR-Join 节点,且进入和输出该模块的分支数目是相等的.每个分支上均有一个模块连接于 Fork 节点和 Join 节点之间,如图 2 所示.在 Fork 和 Join 节点以符号“ $\oplus$ ”来表示 XOR 节点.进入 XOR 模块的顾客以一定的概率选择某一分支来接受服务,完成当前服务后即离开该模块.

当顾客以一定概率分布的速率进入该工作流图表征的系统时,由于服务时间和顾客到达速率之间的不协调,将会出现排队.图 3 为较简单的单服务台排队网络,图中  $Q$  表示容量无限的缓冲器.以单服务台排队网络为基础可以得到存在排队的 AND 和 XOR 模块,分别如图 4 和图 5 所示.假定排队均出现在各个分支的服务台上,而不存在于 Fork 和 Join 节点上,即顾客到达模块的 Fork 节点后立即分解进入各个分支,然后可能产生排队.

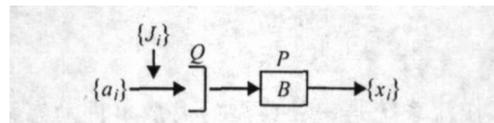


图 3 单服务台排队网络

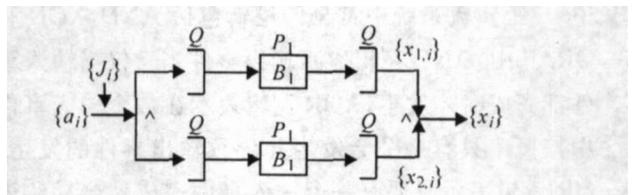


图 4 存在排队的 AND 模块

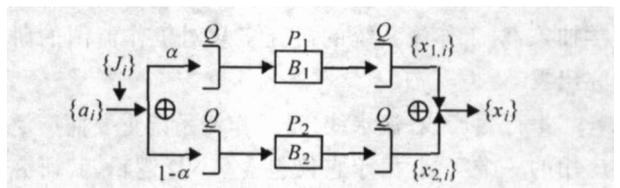


图 5 存在排队的 XOR 模块

### 2.2 工作流图的参数定义

**定义 2**  $\{J_i, i = 1, \dots, n\}$  为进入工作流系统接受服务的顾客序列.每个顾客到达和离开模块的时间定义为该顾客到达该模块 Fork 节点和离开 Join 节点的时间.相应地,到达模块的时间序列为  $\{a_i, i$

$= 1, \dots, n\}$ , 离开该模块的时间序列为  $\{x_i, i = 1, \dots, n\}$ . 假定顾客在 Fork 节点分解同时进入每个分支, 且在 Fork 节点的分解和在 Join 节点的组合均无时间延迟.

**定义 3**  $\{x_{ji}, j = 1, \dots, m, i = 1, \dots, n\}$  为各个分支上的顾客离开时间序列 ( $j$  表示分支序号,  $i$  表示顾客序号).  $t_{ji} (i = 1, \dots, n)$  为第  $j$  号服务台对第  $i$  个顾客的服务时间. 假定同一服务台对顾客的服务时间构成的序列  $\{t_{ji}, i = 1, \dots, n\}$  是期望为  $P_j$  的独立同分布序列. 定义顾客序列的到达时间间隔  $a_i = a_i - a_{i-1}, a_1 = a_1 (i = 2, \dots, n)$ , 构成顾客到达时间间隔序列  $\{a_i, i = 1, \dots, n\}$  是期望为  $A$  的独立同分布序列, 且  $\{t_{ji}, i = 1, \dots, n\}$  与  $\{a_i, i = 1, \dots, n\}$  相互独立.

2.3 性能指标的定义

**定义 4** 为了衡量这类 workflow 系统出现排队时的时间性能, 定义  $D(B)$  为顾客序列通过模块的输出时间间隔期望, 即

$$D(B) = E(\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{D(B)}{n}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{E(D(B))}{n}$$

其中  $\underline{D}(B) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\underline{D}(B)}{n}$  为  $D(B)$  的下界, 作为衡量 workflow 系统性能的指标;  $D(B) = x_n - a_1$  为整个顾客序列  $\{J_i, i = 1, \dots, n\}$  在模块上耗费的总时间, 并定义  $D_i(B) = x_i - a_i (i = 1, \dots, n)$  为第  $i$  个顾客  $J_i$  在模块上耗费的时间 (包括服务时间和等待时间);  $\underline{D}_i(B)$  和  $\underline{D}(B)$  分别为  $E(D_i(B))$  和  $E(D(B))$  的下界, 是本文模块性能分析中的实际衡量对象.

3 性能分析的主要结论

3.1 单服务台排队网络

$$\underline{D}_n(B) = \max(nP - (n - 1)A, P), \quad (1)$$

$$D(B) = \max(nP - (n - 1)A, P) + (n - 1)A, \quad (2)$$

$$D(B) = \underline{D}_n(B) + (n - 1)A. \quad (3)$$

3.2 AND 模块

定义  $D_n(B_i) (i = 1, \dots, m)$  为第  $n$  个顾客在 AND 模块的分支  $i$  上耗费的时间,  $D(B_i)$  为分支  $i$  完成对  $n$  个顾客的服务时间, 有

$$\underline{D}_n(B) = \max(\underline{D}_n(B_1), \dots, \underline{D}_n(B_m)), \quad (4)$$

$$D(B) = \max(D(B_1), \dots, D(B_m)). \quad (5)$$

3.3 XOR 模块

每个顾客按概率  $(p_1, p_2, \dots, p_m) (\sum_{i=1}^m p_i = 1)$  选定分支, 顾客序列根据分支数 (取为  $m$ ) 自动分为  $m$  个新的子顾客序列.  $D(B_i) (i = 1, \dots, m)$  为以整个模块输入顾客序列作为各分支输入顾客序列计算而

得到的通过该分支的时间.

$$D(B) = \max(nA, p_1 D(B_1), p_2 D(B_2), \dots, p_m D(B_m)) - A, \quad (6)$$

$$\underline{D}_n(B) = \max(nA, p_1 \underline{D}_n(B_1), p_2 \underline{D}_n(B_2), \dots, p_m \underline{D}_n(B_m)) - nA. \quad (7)$$

3.4 模块的串联

令  $\bar{P}_i$  为第  $i$  个模块的等价服务时间, 若第  $i$  个模块为单服务台, 则  $\bar{P}_i$  为该服务台的服务时间期望  $P_i$ ; 若第  $i$  个模块为一般模块, 则以系统在第  $i$  个模块的输出时间间隔期望下界  $\underline{D}_i$  作为  $\bar{P}_i$ .

$$D(B) = \lim_{i \rightarrow \infty} \bar{P}_i + E \lim_{i \rightarrow \infty} a_i = \lim_{i \rightarrow \infty} \bar{P}_i + (n - 1)A. \quad (8)$$

4 结论证明

**引理 1**<sup>[13]</sup> 对独立非负随机变量  $x_u (u = 1, \dots, k)$ , 有

$$E(\max_{u=1, \dots, k} x_u) \geq \max_{u=1, \dots, k} E x_u + \sqrt{\text{Var}(x_u)}. \quad (9)$$

**引理 1'** (对引理 1 的修正)

$$E(\max_{u=1, \dots, k} x_u) \geq \max_{u=1, \dots, k} E x_u + \max_{u=1, \dots, k} \sqrt{\text{Var}(x_u)}. \quad (10)$$

**引理 2**<sup>[13]</sup> 有

$$E / x^2 - E x^2 / \phi(x), \quad (11)$$

其中

$$\phi(x) = \sqrt{E(x - E x)^2 E(x + E x)^2 + E x^2 - (E x)^2}.$$

**引理 3**<sup>[13]</sup> 对随机变量  $x_u (u = 1, \dots, k)$ , 有

$$E \min_{u=1, \dots, k} x_u \leq \min_{u=1, \dots, k} E x_u. \quad (12)$$

下面对式 (1) ~ (8) 进行证明.

4.1 单服务台排队网络

以  $a_i$  表示第  $i$  个顾客  $J_i$  的到达时间, 以  $P$  表示服务台对该顾客的服务时间  $t_i$  的期望, 即  $E(t_i) = P$ . 顾客离开服务台的时间  $\{x_i\}$  的递推关系为

$$x_i = \max(x_{i-1}, a_i) + t_i, \quad (13)$$

第  $n$  个顾客等待并接受服务的时间为

$$D_n(B) = \max_{k=1, \dots, n} \left( \max_{i=k}^n t_i - \min_{i=k+1}^n a_i, t_n \right). \quad (14)$$

式 (14) 可由 (13) 递归得到, 即

$$D_n(B) = x_n - a_n = (\max(x_{n-1}, a_n) + t_n) - a_n = \max(D_{n-1}(B) - a_{n-1}, 0) + t_n = \dots =$$

$$\max \left( D_1 - \sum_{i=2}^n a_i + \sum_{i=2}^n t_i, \sum_{i=2}^n t_i - \sum_{i=3}^n a_i, \dots, t_n + t_{n-1} - a_n, t_n \right) = \max_{k=1, \dots, n-1} \left( \sum_{i=k}^n t_i - \sum_{i=k+1}^n a_i, t_n \right).$$

这样利用引理 3 和式(14) 可得到式(1), 有

$$E(D_n(B)) = E \left( \max_{k=1, \dots, n-1} \left( \sum_{i=k}^n t_i - \sum_{i=k+1}^n a_i, t_n \right) \right) = \max_{k=1, \dots, n-1} \left( E \left( \sum_{i=k}^n t_i - \sum_{i=k+1}^n a_i, t_n \right) \right) = \max_{k=1, \dots, n-1} \left( (n-k+1)P - (n-k)A, P \right) = \max(nP - (n-1)A, P).$$

同理可得式(2). 由  $D(B) = D_n(B) + \sum_{i=1}^{n-1} a_i$  可得式(3).

### 4.2 AND 模块

对于两分支的 AND 模块, 在  $a_i$  时间到达 AND-Fork 节点并进入两个分支的顾客, 在两个分支上的服务结束时间分别为  $x_{1,i}$  和  $x_{2,i}$ , 结束服务离开模块的时间为  $x_i$ , 则  $x_i$  与  $x_{1,i}$  和  $x_{2,i}$  之间的关系为  $x_i = \max(x_{1,i}, x_{2,i})$ .

式(4) 和(5) 可由以下方法推出: 由  $D_n(B)$  的定义可得

$$D_n(B) = x_n - a_n = \max(x_{1,n}, x_{2,n}) - a_n = \max(x_{1,n} - a_n, x_{2,n} - a_n) = \max(D_n(B_1), D_n(B_2)).$$

结合引理 3 和  $\max(x, y) = -\min(-x, -y)$  得

$$\underline{D}_n(B) = E D_n(B) = E[\max(D_n(B_1), D_n(B_2))] = \max(ED_n(B_1), ED_n(B_2)) = \max(\underline{D}_n(B_1), \underline{D}_n(B_2)).$$

由两分支推广到  $m$  分支可得式(4), 同理可得式(5). 对模块整体仍然有式(3) 成立.

### 4.3 XOR 模块

如图 5 所示, 对于两分支的 XOR 模块, 顾客以概率  $(1 - \cdot)$  选择分支等待并接受服务. 考虑到极端情况, 即顾客序列输入速率极大, 每个分支上的服务台均没有空闲时间, 在该情况下服务完毕  $n$  个顾客的时间仅与服务时间和第一个顾客的到达时间有关. 由于顾客输入速率极大, 可以认为两个分支开始服务第一个顾客的时间是相等的.

对于分支  $B_1$ , 其顾客序列中顾客数目为  $i$  的概

率为  $C_n^i (1 - \cdot)^{n-i}$ , 则另外  $n - i$  个顾客以同样的概率在分支  $B_2$  上接受服务. 两个服务台对顾客的服务时间分别为  $t_{1j}, t_{2k} (E t_{1j} = P_1, E t_{2k} = P_2)$ . 比较两个分支完成对各自顾客的服务时间就可以得到整个模块输出第  $n$  个顾客的时间  $x_n$ , 有

$$E(D(B)) = E(x_n - a) = \sum_{i=0}^n C_n^i (1 - \cdot)^{n-i} \max(x_{1,j} - a_1, x_{2,n-i} - a_1) = \sum_{i=0}^n C_n^i (1 - \cdot)^{n-i} \max \left( \sum_{j=1}^i t_{1j}, \sum_{j=1}^{n-i} t_{2j} \right) = \max \left( \sum_{i=0}^n C_n^i (1 - \cdot)^{n-i} \sum_{j=1}^i t_{1j}, \sum_{i=0}^n C_n^i (1 - \cdot)^{n-i} \sum_{j=1}^{n-i} t_{2j} \right) = \max \left( \sum_{i=0}^n C_n^i (1 - \cdot)^{n-i} i P_1, \sum_{i=0}^n C_n^i (1 - \cdot)^{n-i} (n-i) P_2 \right) = \max \left( P_1 \sum_{i=0}^n i C_n^i (1 - \cdot)^{n-i}, P_2 \sum_{i=0}^n (n-i) C_n^i (1 - \cdot)^{n-i} \right) = \max(n P_1, n(1 - \cdot) P_2) = DB.$$

考虑到另一种极端情况, 即输入顾客速率极小, 每个顾客到达模块后无需等待, 直接接受服务. 此时整个模块服务完毕  $n$  个顾客的时间期望应比  $nA$  略大. 结合两种极端情况可得到一般情形下整个模块服务完毕  $n$  个顾客的时间期望下界为

$$D(B) = \max(nA, nP_1, n(1 - \cdot)P_2) - A.$$

此处出现  $-A$  正是考虑了第 1 个顾客到达时间.

从结果可以看出, 整个模块服务完毕  $n$  个顾客的时间期望下界  $D(B)$  实际上由整个顾客序列分别通过两个分支的时间取概率加权, 以及与输入顾客时间间隔之间比较大小得到. 若分支上出现模块的嵌套, 那么该结果可以写成式(6) 的形式(推广至  $m$  分支的情形), 结合式(3) 便可得到式(7).

### 4.4 模块的串联

图 6 为模块串联示意图. 串联之后, 对每个顾客  $J_i (i = 1, \dots, n)$  而言, 有

$$D_i(B) = x_i - a_i = x_i - a_i + a_i - a_i = x_i - a_i + \sum_{l=1}^i D_l(B_l) = \sum_{j=1}^i D_j(B_j).$$

这样对串联后的整体仍然有式(3) 的形式.

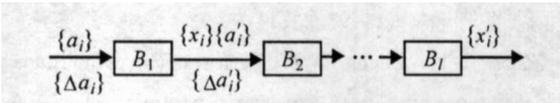


图 6 模块的串联

对  $D_n(B_i)$  而言,存在关系  $D_n(B_i) = t_{i,n}(t_{i,n}$  表示服务台  $B_i$  对第  $n$  个顾客的服务时间),那么可以得到  $D(B)$  的近似计算式(8).

### 5 仿真样例

图 7 为样例系统仿真.假定服务台  $B_1 \sim B_5$  的服务时间满足同一 Gamma 分布( $\alpha = 0.1, \beta = 0.85$ , 期望为  $P_1 = \dots = P_5 = P = 8.5$ ),输入顾客的到达时间间隔满足正态分布(期望为  $A = 10.0$ ),最外层 XOR 的分支选择概率为  $\alpha = 0.3$ .

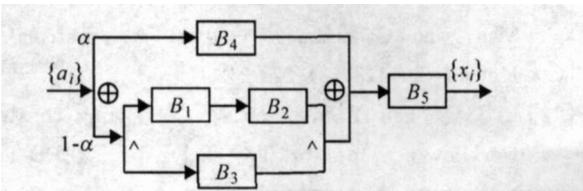


图 7 样例系统仿真

仿真实验中,令顾客序列长度为  $n = 10\ 000$ ,编写正态分布随机数发生器来产生输入顾客的到达时间间隔序列,这样由式  $a_i = a_i - a_{i-1}, a_1 = a_1 (i = 2, \dots, n)$  可以递推得到输入顾客的到达时间序列  $\{a_i, i = 1, \dots, n\}$ .编写 Gamma 分布随机数发生器来产生服务台  $B_j$  对当前顾客的服务时间  $t_{ji} (1 \leq i \leq n, j = 1, \dots, 5)$ .编写决策器来决定当前顾客在进入 XOR-Fork 时会选择的分支.

对同一输入顾客序列重复实验  $m = 10\ 000$  次,以  $(x_n)_k$  表示第  $k$  次实验时最后一个顾客即第  $n$  个顾客离开系统的时间(整个顾客序列完成服务离开系统的时间),以  $(D(B_{12345}))_k$  表示第  $k$  次实验时顾客序列通过系统的总时间,而  $a_1$  表示第 1 个顾客到达系统的时间,则  $(D(B_{12345}))_k = (x_n)_k - a_1$ .叠加顾客序列通过该系统的总时间得到输出顾客时间间隔稳定值为

$$= \frac{\sum_{k=1}^m (D(B_{12345}))_k}{nm},$$

$$n = 10\ 000, m = 10\ 000.$$

根据第 3 节的结论,可以计算得到输出顾客时间间隔稳定值的下界  $\underline{D}$  如下:

Step1: 由图 6 可以看出该系统由两个部分串联而成:第 1 部分以 XOR 模块嵌套 AND 模块而成,而在 AND 模块中又嵌套了一个服务台的串联;第 2 部分仅仅是单服务台.这样,对系统整体按系统的构成由最内层分支开始,一层一层进行性能分析计算.

Step2: 以整个顾客序列作为分支  $B_{12}$  的输入顾

客序列,即分支顾客数为  $n$  的相应输入顾客序列时间间隔,其期望仍然为  $A$ ,由式(8)得到

$$D(B_{12}) = P_1 + P_2 + (n - 1) A = 100\ 007.$$

Step3: 仍然以整个顾客序列作为 XOR 模块的分支  $B_{12}$  和  $B_4$  的输入顾客序列,由式(2)得到

$$\begin{aligned} D(B_1) &= D(B_3) = D(B_4) = \\ \max(nP, P + (n - 1) A) &= \\ P + (n - 1) A &= 99\ 998.5. \end{aligned}$$

Step4: 根据式(5),对 AND 模块  $B_{123}$  的性能计算如下:

$$\begin{aligned} D(B_{123}) &= \\ \max(D(B_{12}), D(B_3)) &= 100\ 007. \end{aligned}$$

Step5: 根据式(6),对 XOR 模块  $B_{1234}$  的性能计算如下:

$$\begin{aligned} D(B_{1234}) &= \\ \max(nA, D(B_4), & \\ (1 - \alpha)D(B_{123})) - A &= 99\ 990. \end{aligned}$$

Step6: 以 XOR 嵌套模块  $B_{1234}$  的输出顾客时间间隔期望下界  $\underline{D}_{1234}$  作为该部分模块的等价服务时间期望  $\bar{P}_{1234}$ ,代入式(8)计算得到

$$\bar{P}_{1234} = \underline{D}_{1234} = \frac{D(B_{1234})}{n} = 9.999,$$

$$\begin{aligned} D(B_{12345}) &= \\ \bar{P}_{1234} + P_5 + (n - 1) A &= 100\ 008.499. \end{aligned}$$

Step7: 由  $\underline{D}$  的定义可得

$$\begin{aligned} \underline{D} &= \lim_n \frac{D(B)}{n} \\ \frac{D(B_{12345})}{10\ 000} &= 10.000\ 850. \end{aligned}$$

通过仿真可得,输出顾客的时间间隔的稳定值  $\underline{D} = 10.014\ 222$ ,误差约为 0.13%.

## 6 结 语

利用本文的建模方法和相应的模块性能分析结论,可以由 AND 和 XOR 模块的性能逐步得到一类仅含有这两种逻辑的工作流系统的性能.通过仿真实验验证了本文对顾客离开工作流系统的时间间隔期望下界的估计方法是可行的.由实验数据可以看出,本文所提出的估计方法的误差是较小的.

本文讨论还存在不足之处,例如:对模块和系统上界的估计及对 OR 及 LOOP 模块的性能估计,都需要进一步深入探索.对本文的性能分析讨论进行完善,能够给出衡量工作流系统性能的更有效的方法,对于指导优化和控制工作流系统是一项非常有意义的工作.

### 参考文献(References)

[1] Chow W M. The workflow system and its applications

- [J]. Production Planning and Control, 1999, 10(6) :506-519.
- [2] Francois Baccelli, Zhen Liu. Comparison properties of stochastic decision free petri nets [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1992, 37(12) :1905-1920.
- [3] 涂奉生. 离散事件动态系统的关键路径与扰动分析[J]. 系统科学与数学, 1996, 16(4) : 318-325.  
(Tu P S. Critical paths and perturbation analysis of discrete event systems [J]. J of Systems Science and Mathematics Sciences, 1996, 16(4) :318-325.)
- [4] 刘自宽, 涂奉生. 关键路径与随机串行生产线的灵敏度分析[J]. 自动化学报, 1999, 25(2) :264-268.  
(Liu Z K, Tu P S. Critical path and sensitivity analysis of stochastic serial product lines [J]. Acta Automatica Sinica, 1999, 25(2) :264-268.)
- [5] 李勇建, 涂奉生. 基于关键路径串行再生系统的参数优化[J]. 自然科学进展, 2001, 11(4) : 986-991.  
(Li Y J, Tu P S. Parameter optimization of serial regenerative systems based on critical path [J]. Progress in Natural Science, 2001, 11(4) :986-991.)
- [6] Seo D W, Song B K. Application of (Max, +) — Algebra to the optimal buffer size in poisson driven deterministic queues in series with blocking [C]. Rough Sets, Fuzzy Sets, Data Mining, and Granular Computing, PT 2, Proc Lecture Notes in Artificial Intelligence. Berlin: Springer-Verlag, 2005:671-677.
- [7] 郑应文. 多级服务台系统的随机性能分析[J]. 福州大学学报, 2003, 31(1) :19-22.  
(Zheng Y W. Stochastic character analysis in the multi-stage serve station systems [J]. J of Fuzhou University, 2003, 31(1) :19-22.)
- [8] 赵千川, 郑大钟. 随机加工参数串行生产线的性能估计 [J]. 自动化学报, 1997, 23(1) :90-93.  
(Zhao Q C, Zheng D Z. Performance estimations of production lines with stochastic parameters [J]. Acta Automatica Sinica, 1997, 23(1) :90-93.)
- [9] Koichi Nakade. New bounds for expected cycle times in tandem queues with blocking [J]. European J of Operational Research, 2000, 125(1) :84-92.
- [10] Lin C, Qu Y, Ren F Y, et al. Performance equivalent analysis of workflow systems based on stochastic petri net models [C]. Proc of 2002 Engineering and Deployment of Cooperation. Beijing: Springer-Verlag, 2002:1-64.
- [11] Li J Q, Fan Y S, Zhou M C. Performance modeling and analysis of workflow [J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics — Part A: Systems and Humans, 2004, 34(2) :229-242.
- [12] Li J Q, Fan Y S, Zhou M C. Timing constraint workflow nets for workflow analysis [J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics — Part A: Systems and Humans, 2003, 33(2) :179-193.
- [13] Zhao Q C. Performance bounds for a class of workflow diagrams [C]. Proc of 2005 Int Conf on Intelligent Computing. Berlin: Springer-Verlag, 2005.
- [14] Jorge Cardoso, John Miller, Amit Shenth, et al. Modeling quality of service for workflows and web service processes [R]. Georgia: University of Georgia, 2002.
- [15] 郑大钟, 赵千川. 离散事件动态系统 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.  
(Zheng D Z, Zhao Q C. Discrete event dynamic systems [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001.)

## (上接第 188 页)

- [6] Yamamoto Y, Yun X. Effect of the dynamic interaction on coordinated control of mobile manipulators [J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1996, 2(5) : 816-824.
- [7] Kavraki L, Svestka P, Latombe J C. Probabilistic roadmaps for path planning in high-dimensional configuration spaces [J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1996, 12(4) : 566-580.
- [8] Lavalley S M. Rapidly-exploring random trees: A new tool for path planning [R]. Ames: Iowa State University, 1998.
- [9] JAILLET L, SIMEON T. A PRM-based motion planner for dynamically changing environments [C]. Proc of IEEE/RSJ Int Conf on Intelligent Robots and Systems. Sendai: IEEE Press, 2004:1606-1611.
- [10] Bohlin R, Kavraki. Path planning using lazy PRM [C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. San Francisco: IEEE Press, 2000: 521-528.
- [11] Oriolo G, Mongillo C. Motion planning for mobile manipulators along given end-effector paths [C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. Barlelona: IEEE Press, 2005: 2166-2172.
- [12] Song G, Miller S, Amato N M. Customizing PRM roadmaps at query time [C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. Seoul: IEEE Press, 2001: 1500-1505.