

文章编号: 1001-0920(2007)02-0211-04

具有随机通讯时延的网络化系统的 l_2-l 滤波

王 武, 杨富文

(福州大学 电气工程与自动化学院, 福州 350002)

摘要: 研究具有随机通讯时延的离散网络化系统的 l_2-l 滤波器设计问题。采用满足 Bernoulli 分布随机变量描述测量数据的一步随机时延; 利用线性矩阵不等式方法设计线性滤波器, 使得滤波误差系统在均方意义上指数稳定, 并保证对于所有有界的外界扰动信号, 滤波误差系统具有一定的 l_2-l 扰动衰减水平。数值仿真表明了所提出设计方法的有效性。

关键词: 网络化系统; 随机通讯时延; 滤波; l_2-l 性能; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP13 文献标识码: A

The l_2-l filtering for networked systems with random communication delays

WANG Wu, YANG Fuwén

(College of Electrical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350002, China. Correspondent: WANG Wu, E-mail: wangwu@fzu.edu.cn)

Abstract: The l_2-l filtering problem for networked systems with random communication delays is discussed. And the delays are assumed to be the linear functions of the stochastic variables that satisfy Bernoulli random binary distribution. The full-order filters are obtained. The filter error systems are exponentially mean-square stable and a prescribed energy-to-peak disturbance attenuation level is guaranteed in term of linear matrix inequalities (LMIs). The filters are obtained by solving the LMIs using convex optimization techniques. A numerical example shows the validity of the proposed design approach.

Key words: Networked systems; Random communication delays; Filtering; Energy-to-peak performance; LMI

1 引言

众所周知, 时滞是造成系统不稳定和性能下降的主要因素^[1]。几十年来, 随着网络技术的发展, 被控对象与控制器、滤波器通过网络连接而构成网络化系统, 出现了一类由于网络的传输带宽限制而引起的信息传输时延。这种网络通讯时延具有随机性和时变性, 使得这类系统的分析和综合变得十分复杂。近年来, 学者们采用概率的方法描述这种随机时延, 取得了一些成果。目前常用的描述方法有: 将随机时滞的转移概率分布假设为相互独立的^[2]; 将随机时延看作已知概率分布的白噪声^[3]; 采用有限维的马尔可夫过程描述随机时延^[4]; 采用取值为 0 和 1 的 Bernoulli 序列描述系统的随机时延^[5]。

L_2-L 滤波(离散为 l_2-l 滤波)是一种存在非

Gauss 噪声输入的系统经常采用的滤波器设计指标。它是在假定系统的噪声输入为能量有界的信号前提下设计滤波器, 使得滤波误差系统具有一定的 L_2-L 扰动衰减水平, 即能量-峰值滤波。这种准则最早由 Wilson^[6] 提出, 近年来学者们基于这种准则开展了滤波器设计方法的研究^[7,8]。但对具有随机通讯时延的网络化系统的 l_2-l 滤波问题的研究尚无报道。

本文研究系统测量数据具有一步随机通讯时延的网络化系统的 l_2-l 滤波问题。运用 LMI 方法, 给出了全阶滤波器存在的充分条件。所设计的滤波器使得滤波误差系统均方指数稳定且具有给定的 l_2-l 性能。

2 问题描述

收稿日期: 2005-10-12; 修回日期: 2006-02-06。

基金项目: 国家自然科学基金项目(60474049, 60604027); 福建省自然科学基金项目(A0510009); 福建省教育厅科技项目(JB04004)。

作者简介: 王武(1973—), 男, 福建莆田人, 讲师, 博士, 从事鲁棒控制与滤波和非脆弱控制的研究; 杨富文(1963—), 男, 福建莆田人, 教授, 博士生导师, 从事鲁棒控制、鲁棒滤波、迭代学习等研究。

考虑如下线性离散系统：

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bw(k), \\ z(k) &= Lx(k). \end{aligned} \quad (1)$$

其中： $x(k) \in \mathbb{R}^n$ 为系统状态向量； $w(k) \in \mathbb{R}^m$ 为外部扰动，属于 $L_2[0, \dots)$ ； $z(k) \in \mathbb{R}^p$ 为被估计状态； A, B, L 为已知的实矩阵。具有一步随机通讯时延的测量输出描述为

$$\begin{aligned} y(k) &= Cx(k), \\ \hat{y}(k) &= r(k)y(k) + (1 - r(k))y(k-1). \end{aligned} \quad (2)$$

其中： $y(k) \in \mathbb{R}^r$ 为系统测量输出向量； $\hat{y}(k) \in \mathbb{R}^r$ 为滤波器得到的测量向量； C 为已知的实矩阵；随机变量 $r(k) \in \mathbb{R}$ 是一个满足 Bernoulli 分布的序列，取值为 0 和 1，其概率为

$$\text{Prob}\{r(k) = 1\} = E\{r(k)\} := \bar{r}, \quad (3)$$

$$\text{Prob}\{r(k) = 0\} = 1 - E\{r(k)\} := 1 - \bar{r}. \quad (4)$$

其中 \bar{r} 为已知的正数。

注 1 一步随机通讯时延解释为：当系统测量数据在一个采样周期内到达时， $\hat{y}(k) = y(k)$ ；而系统测量数据在 1 个采样周期至 2 个采样周期之间到达时， $\hat{y}(k) = y(k-1)$ 。可见，在第 k 个采样周期内，滤波器得到的系统测量输出为 $y(k)$ 的概率为 \bar{r} ， $y(k-1)$ 的概率为 $1 - \bar{r}$ 。

设计如下 n 阶滤波器：

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= A_f \hat{x}(k) + B_f \hat{y}(k), \\ \hat{z}(k) &= C_f \hat{x}(k). \end{aligned} \quad (5)$$

其中： $\hat{x}(k) \in \mathbb{R}^n$ 表示状态估计； A_f, B_f, C_f 为要设计的滤波器参数。

根据式(1), (2) 和 (5)，可以得到如下增广系统：

$$\begin{aligned} x_f(k+1) &= \\ A_{cl}x_f(k) + A_{del}x_f(k-1) + B_{cl}w(k), \\ e(k) &= z(k) - \hat{z}(k) = C_{cl}x_f(k). \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} x_f(k) &= \begin{bmatrix} x(k) \\ \hat{x}(k) \end{bmatrix}, \\ A_{cl} &= A_{cl0} + (r(k) - \bar{r})A_{cl1}, \\ A_{del} &= A_{del0} + (r(k) - \bar{r})A_{del1}, \\ C_{cl} &= [L \quad -C_f], \\ B_{cl} &= \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A_{cl0} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ rB_f C & A_f \end{bmatrix}, \\ A_{cl1} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_f C & 0 \end{bmatrix}, \\ A_{del0} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ (1 - \bar{r})B_f C & 0 \end{bmatrix}, \\ A_{del1} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -B_f C & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

本文的目标是设计形如式(5)的全阶滤波器，使得：

1) 在外部扰动 $w(k) = 0$ 的情况下，滤波误差系统(6)是均方指数稳定的，即对所有 $x_f(0)$ ，存在 $1, 0 < < 1$ ，有

$$E\{ \|x_f(k)\|^2 \} \leq \bar{r}^k E\{ \|x_f(0)\|^2 \}. \quad (7)$$

2) 在零初始条件下，滤波误差系统(6)具有 l_2-l_1 性能 (> 0)，即

$$\begin{aligned} E\{ \|e(k)\|^2 \} &< \\ 2 E\{ \|w(k)\|^2 \}, \quad \forall w(k) &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$e(k)^2 = \sup_k \{ e^T(k) e(k) \},$$

$$w(k)^2 = \sum_{k=0}^{\infty} w^T(k) w(k).$$

3 主要结果

首先给出滤波误差系统(6) 均方意义下指数稳定且具有给定的 l_2-l_1 性能的充分条件；然后给出滤波器的设计方法。

定理 1 给定 > 0 ，如果存在正定对称阵 P 和 R ，使得如下矩阵不等式成立：

$$\begin{bmatrix} R - P & * & * & * & * \\ 0 & -R & * & * & * \\ 0 & 0 & -I & * & * \\ PA_{cl0} & PA_{del0} & PB_{cl} & -P & * \\ aPA_{cl1} & aPA_{del1} & 0 & 0 & -aP \end{bmatrix} < 0, \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} -P & * \\ C_{cl} & - \end{bmatrix} < 0, \quad (10)$$

其中 $a = (1 - \bar{r})\bar{r}$ ，那么系统(6)是均方意义下指数稳定且具有给定的 l_2-l_1 性能。

证明 对于系统(6)，令 $w(k) = 0$ 。取 Lyapunov 函数为

$$V(k) = x_f^T(k) Px_f(k) + x_f^T(k-1) Rx_f(k-1), \quad (11)$$

其中 P 和 R 为正定对称阵。那么

$$\begin{aligned} V(k) &= \\ E\{V(k+1) / x(k), \dots, x(0), \\ \hat{x}(k), \dots, \hat{x}(0)\} - V(k) &= \\ E\{x_f^T(k+1) Px_f(k+1)\} + \\ x_f^T(k) Rx_f(k) - x_f^T(k) Px_f(k) - \\ x_f^T(k-1) Rx_f(k-1) &= \\ (A_{cl0}x_f(k) + A_{del0}x_f(k-1))^T P(A_{cl0}x_f(k) + \\ A_{del0}x_f(k-1))^T P(A_{cl1}x_f(k) + \\ A_{del1}x_f(k-1)) + x_f^T(k)(R - \end{aligned}$$

$$P(x_f(k) - x_f^T(k-1)R x_f(k-1)) = \\ T(k) \quad (k). \quad (12)$$

其中

$$= \begin{bmatrix} A_{cl0}^T P A_{cl0} + & A_{cl0}^T P A_{dcl0} + \\ aA_{cl1}^T P A_{cl1} - P + R & aA_{cl1}^T P A_{dcl1} \\ A_{dcl0}^T P A_{cl0} + & A_{dcl0}^T P A_{dcl0} + \\ aA_{dcl1}^T P A_{cl1} & aA_{dcl1}^T P A_{dcl1} - R \end{bmatrix}, \\ (k) = \begin{bmatrix} x_f(k) \\ x_f(k-1) \end{bmatrix},$$

$$a = E(r(k) - r)^2 = (1 - r)r.$$

由 Schur 补引理, 式(9) 等价于 $a < 0$, 因此有

$$\begin{aligned} E\{V(k+1)\} - V(k) &= \\ T(k) \quad (k) &- \min(-) \quad T(k) \quad (k) \\ &- T(k) \quad (k), \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $0 < \min(-)$. 必然存在 $0 < \alpha < 1$, 使得 $\max\{\min(P), \min(R)\}$, 从而有

$$E\{V(k+1)\} - V(k) \\ - V(k)/\alpha = -V(k),$$

其中 $0 < \alpha = / < 1$. 又

$$\mu = (k)^2 - V((k)) \quad (k)^2, \quad (14)$$

其中 $\mu = \min\{\min(P), \min(R)\}$.

由文献[9]的引理 1, 可得

$$\begin{aligned} E\{(\kappa(k))^2\} &= \\ \overline{\mu}(1-\alpha)^k E\{(\kappa(0))^2\}, \end{aligned} \quad (15)$$

即

$$\begin{aligned} E\{x_f(k)^2\} - E\{x_f(0)^2\} &= \\ \overline{\mu}(1-\alpha)^k E\{x_f(0)^2\}, \end{aligned} \quad (16)$$

那么系统(6)是均方意义下指数稳定的.

当 $w(k) = 0$ 时, 有

$$V(k) = E\{V(k+1)\} - V(k) = \\ T(k) \quad (k) + 2w^T(k) \quad (k) + \\ w^T(k) B_{cl}^T P B_{cl} w(k), \quad (17)$$

其中 $\kappa = [B_{cl}^T P A_{cl0} \quad B_{cl}^T P A_{dcl0}]$. 那么

$$J = E\{V(k)\} - E\left\{\sum_{i=0}^{k-1} w^T(i) w(i)\right\}. \quad (18)$$

在零初始条件下, 有

$$\begin{aligned} J &= E\{V(k)\} - E\{V(0)\} - \\ &\quad E\left\{\sum_{i=0}^{k-1} w^T(i) w(i)\right\} = \end{aligned}$$

$$\sum_{i=0}^{k-1} (-V(i) - w^T(i) w(i)). \quad (19)$$

将式(17)代入, 得

$$J = \sum_{i=0}^{k-1} S^T(i) \quad S(i). \quad (20)$$

$$\text{其中 } S(i) = \begin{bmatrix} (i) \\ w(i) \end{bmatrix}, \quad = \begin{bmatrix} & \\ B_{cl}^T P B_{cl} - I & \end{bmatrix}.$$

由 Schur 补引理, 式(9)成立, 那么有 $J < 0$, 即

$$E\{V(k)\} - E\left\{\sum_{i=0}^{k-1} w^T(i) w(i)\right\} < 0. \quad (21)$$

可得

$$\begin{aligned} E\{x_f^T(k) P x_f(k)\} - E\{V(k)\} &< \\ E\left\{\sum_{i=0}^{k-1} w^T(i) w(i)\right\}. \end{aligned} \quad (22)$$

另外, 由 Schur 补引理, 式(10)等价于

$$C_{cl}^T C_{cl} < \frac{1}{2} P, \quad (23)$$

那么 $k > 0$ 时, 有

$$\begin{aligned} E\{e^T(k) e(k)\} &= x_f^T(k) C_{cl}^T C_{cl} x_f(k) < \\ x_f^T(k) P x_f(k) &= \frac{1}{2} E\{x_f^T(k) P x_f(k)\} < \\ \frac{1}{2} E\left\{\sum_{i=0}^{k-1} w^T(i) w(i)\right\} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} E\left\{\sum_{i=0}^{k-1} w^T(i) w(i)\right\}. \quad (24)$$

由式(24), 显然有

$$\begin{aligned} \sup_k \{E\{e^T(k) e(k)\}\} &< \\ \frac{1}{2} E\left\{\sum_{i=0}^{k-1} w^T(i) w(i)\right\}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\text{即 } E\{e^T(k) e(k)\} < \frac{1}{2} E\{w^T(k) w(k)\}.$$

注 2 定理 1 给出了系统测量输出具有一步随机通讯时延的滤波误差系统(6) 均方指数稳定且具有给定的 l_2-l 性能的充分条件. 由于定理 1 运用了 Lyapunov 的证明方法, 仅给出了滤波器存在的充分条件, 这必然带来滤波器设计的保守性. 对于滤波器存在的充分必要条件, 是作者下一步研究的目标.

定理 2 给定 $\gamma > 0$, 如果存在正定对称阵 R_1 , R_2 , Y 和 W , 矩阵 R_3 , M , N , Z , 使得如下矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} R_1 - W & * & * & * \\ R_2^T - W & R_3 - Y & * & * \\ 0 & 0 & -R_1 & * \\ 0 & 0 & -R_2^T & -R_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ WA & WA & 0 & 0 \\ YA + \bar{r}ZC + M & YA + \bar{r}ZC & bZC & bZC \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ aZC & aZC & -aZC & -aZC \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \\ -I & * & * & * & * \end{bmatrix} < 0, \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} WB & -W & * & * & * \\ YB & -W & -Y & * & * \\ 0 & 0 & 0 & -aW & * \\ 0 & 0 & 0 & -aW & -aY \\ -W & * & * \\ -W & -Y & * \\ L-N & L & - & 2 \end{bmatrix} < 0. \quad (27)$$

其中: $a = (1 - r) \bar{r}$, $b = 1 - \bar{r}$. 那么系统(6)是均方意义下指数稳定且具有给定的 l_2-l_1 性能. 此时滤波器的参数为

$$\begin{aligned} A_f &= (W - Y)^{-1} M, \\ B_f &= (W - Y)^{-1} Z, C_f = N. \end{aligned} \quad (28)$$

证明 由定理 1 知, 系统(6)是均方意义下指数稳定且具有给定的 l_2-l_1 性能的充分条件是式(9)和(10)成立. 余下的证明类似于文献[10]定理 3.1 的证明.

注 3 定理 2 给出了非 Gauss 噪声输入下的能量 - 峰值滤波器的设计方法. 它将系统(1) l_2-l_1 滤波器存在的充分条件转化为 2 个线性矩阵不等式的可解问题, 即可通过求解如下的凸优化问题来设计 l_2-l_1 滤波器:

$$\min_{R_1, R_2, R_3, Y, W, M, N, Z} = 2. \quad (29)$$

s.t. 式(27) and (26)

相应滤波器的参数可由式(28)求取.

4 仿真例子

系统参数如下:

$$A = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 \\ 0.1 & 0.5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$C = [1 \ 2], L = [2 \ 1], \bar{r} = 0.6.$$

利用 Matlab LMI Toolbox 对优化问题(29)进行寻优, 得到最优的 $= 0.5564$ 时, 有

$$R_1 = \begin{bmatrix} 10.6547 & -12.0415 \\ -12.0415 & 22.1627 \end{bmatrix},$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} 5.0411 & -5.8710 \\ -4.5297 & 13.3455 \end{bmatrix},$$

$$R_3 = \begin{bmatrix} 29.2376 & -47.0420 \\ -47.0420 & 85.8118 \end{bmatrix},$$

$$W = \begin{bmatrix} 26.3530 & -32.3274 \\ -32.3274 & 61.1068 \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} 139.5956 & -210.5298 \\ -210.5298 & 374.9264 \end{bmatrix},$$

$$M = \begin{bmatrix} -32.6616 & 89.8522 \\ 48.9271 & -157.7855 \end{bmatrix},$$

$$Z = \begin{bmatrix} -1.0994 \\ -1.0979 \end{bmatrix}, N = [1.0916 \ 0.6194].$$

根据式(28)可求得滤波器的参数为

$$A_f = \begin{bmatrix} 0.4048 & -0.0211 \\ 0.0740 & 0.4908 \end{bmatrix}, B_f = \begin{bmatrix} 0.1430 \\ 0.0847 \end{bmatrix},$$

$$C_f = [1.0916 \ 0.6194].$$

假设干扰输入

$$w(k) = \begin{cases} 1,20 & k < 30; \\ -1,40 & k < 50; \\ 0, \text{ 其他.} \end{cases}$$

在这样的干扰输入下, 随机变量 $r(k)$ 的实现如图 1 所示. 由图 1 可得到系统和滤波器的状态, 并可算得

$$e(k) = \sqrt{\sup_k \{ e^T(k) e(k) \}} = 0.7536,$$

$$w(k)_2 = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} w^T(k) w(k)} = 4.4721,$$

那么

$$e(k) / w(k)_2 = 0.1685 < 0.5564.$$

可见本文提出的设计方法是有效的.

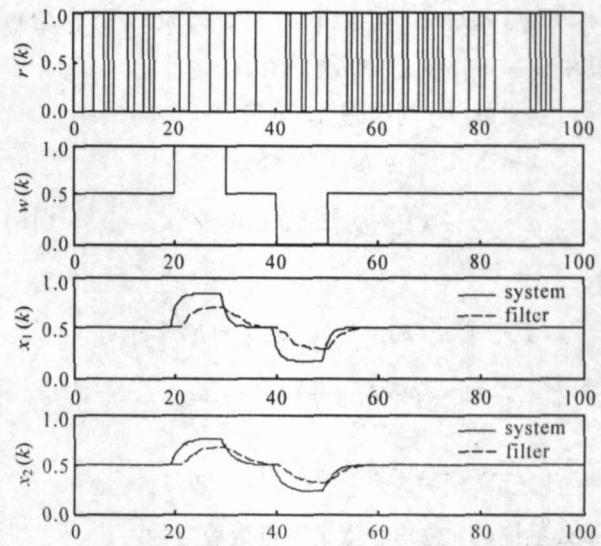


图 1 随机变量 $r(k)$, 外部干扰 $w(k)$, 系统的状态和滤波器估计的状态

5 结 论

本文研究了具有随机通讯时延的网络化系统的 l_2-l_1 滤波器设计问题. 采用 Bernoulli 分布的随机变量来描述系统测量数据的一步随机通讯时延, 利用 LMI 方法给出了全阶滤波器存在的充分条件. 所设计的滤波器使得滤波系统均方指数稳定且具有给定的 l_2-l_1 性能. 本文方法可推广应用于不确定系统的滤波器设计.

(下转第 219 页)

进行了探讨,定义了区间直觉模糊数的一些运算法则,提出了区间直觉模糊数的加权算术和加权几何集成算子,并将它们应用于决策领域,为基于区间直觉模糊信息的多属性决策问题提供了一条有效途径。从而不仅丰富和发展了区间直觉模糊集理论,而且为促进其实际应用进行了有益的尝试。

参考文献(References)

- [1] Atanassov K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1986, 20(1) : 87-96.
- [2] Gau W L , Buehrer D J. Vague sets[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics*, 1993, 23(2) , 610-614.
- [3] Bustince H , Burillo P. Vague sets are intuitionistic fuzzy sets[J]. *Fuzzy Sets and Systems* , 1996 , 79 (3) : 403-405.
- [4] Hong D H , Choi C H. Multicriteria fuzzy decision-making problems based on vague set theory[J]. *Fuzzy Sets and Systems* , 2000 , 114(1) : 103-113.
- [5] Atanassov K , Gargov G. Interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. *Fuzzy Sets and Systems* , 1989 , 31 (3) : 343-349.
- [6] Atanassov K. Operators over interval-valued intuitionistic fuzzy sets [J]. *Fuzzy Sets and Systems* , 1994 , 64 (2) : 159-174.
- [7] Bustince H , Burillo P. Correlation of interval-valued intuitionistic fuzzy sets [J]. *Fuzzy Sets and Systems* , 1995 , 74(2) : 237-244.
- [8] Hung W L , Wu J W. Correlation of intuitionistic fuzzy sets by centroid method[J]. *Information Sciences* , 2002 , 144(1-4) : 219-225.
- [9] Mondal T K , Samanta S K. Topology of interval-valued intuitionistic fuzzy sets [J]. *Fuzzy Sets and Systems* , 2001 , 119 (3) : 483-494.
- [10] Deschrijver G , Kerre E E. On the relationship between some extensions of fuzzy set theory[J]. *Fuzzy Sets and Systems* , 2003 , 133(2) : 227-235.
- [11] Xu Z S. On correlation measures of intuitionistic fuzzy sets[C]. *Lecture Notes in Computer Science*. Berlin: Springer-Verlag , 2006 : 16-24.

(上接第 214 页)

参考文献(References)

- [1] Malek-Zavarei M , Jamshidi M. Time-delay systems: Analysis, optimization and application [M]. Amsterdam: North-Holland , 1987.
- [2] Nilsson J , Bernhardsson B , Wittenmark B. Stochastic analysis and control of real-time systems with random time delays[J]. *Automatica* , 1998 ,34(1) :57-64.
- [3] Srinivasagupta D , Schtler H , Joseph B. Time-stamped model predictive control: An algorithm for control of processes with random delays [J]. *Computer & Chemical Engineering* , 2004 , 28(8) : 1337-1346.
- [4] Kolmanovsky I V , Maizenberg T L. Optimal control of continuous-time linear systems with a time-varying, random delay[J]. *Systems & Control Letters* , 2001 ,44 (1) :119-126.
- [5] Wang Z , Ho D W C , Liu X. Robust filtering under randomly varying sensor delay with variance constraints [J]. *IEEE Trans Circuits & Systems II: Express Briefs* , 2004 , 51(6) : 320-326.
- [6] Wilson D A. Convolution and Hankel operator norms for linear systems [J]. *IEEE Trans Automatic Control* , 1989 , 34(1) : 94-97.
- [7] Palhares R M , Peres P L D. Robust filtering with guaranteed energy-to-peak performance — An LMI approach[J]. *Automatica* , 2000 , 36(6) : 851-858.
- [8] Gao H J , Wang C H , Li Y H. Robust l_2-l_1 filter design for uncertain discrete-time state-delayed systems [J]. *Acta Automatica Sinica* , 2003 ,29(5) :666-672.
- [9] Yang F , Wang Z , Hung Y S , et al. H control for networked systems with random communication delays [J]. *IEEE Trans Automatic Control* , 2006 ,51(3) :511-518.
- [10] Palhares R M , Peres P L D. Robust H filter design with pole constraints for discrete-time systems[J]. *J of the Franklin Institute* , 2000 ,337(6) :713-723.