第 22 卷 第 2 期
Vol. 22 No. 2

控 制 与 决 策
Control and Decision

2007 年 2 月
Feb. 2007

文章编号:1001-0920(2007)02-0215-05

区间直觉模糊信息的集成方法及其在决策中的应用

徐 泽 水
(1. 清华大学 经济管理学院, 北京 100084; 2. 解放军理工大学 理学院, 南京 211101)

摘 要: 对区间直觉模糊信息的集成方法进行了研究. 定义了区间直觉模糊数的一些运算法则,并基于这些运算法则,给出区间直觉模糊数的加权算术和加权几何集成算子. 定义了区间直觉模糊数的得分函数和精确函数,进而给出了区间直觉模糊数的一种简单的排序方法. 最后提供了一种基于区间直觉模糊信息的决策途径,并进行了实例分析.

关键词: 区间直觉模糊数; 运算法则; 集成算子; 决策
中图分类号: C934 **文献标识码**: A

Methods for aggregating interval-valued intuitionistic fuzzy information and their application to decision making

XU Ze-shui
(1. School of Economics and Management, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 2. Institute of Science, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101, China. E-mail: xu_zeshui @263. net)

Abstract: Methods for aggregating interval-valued intuitionistic fuzzy information are investigated. Some operational laws of interval-valued intuitionistic fuzzy numbers are defined. Based on these operational laws, some aggregation operators, including interval-valued intuitionistic fuzzy weighted arithmetic aggregation operator and interval-valued intuitionistic fuzzy weighted geometric aggregation operator, are proposed. The score function and accuracy function of interval-valued intuitionistic fuzzy number are defined, and based on these two functions, a method for ranking interval-valued intuitionistic fuzzy numbers is presented. Finally, an approach for decision making with interval-valued intuitionistic fuzzy information is developed, and a practical example is provided to illustrate the developed approach.

Key words: Interval-valued intuitionistic fuzzy number; Operational laws; Aggregation operator; Decision making

1 引 言

自从 Zadeh 于 1965 年提出模糊集理论以来,该理论已在现代社会的各个领域得到了广泛的应用. Atanassov[1]对模糊集理论进行了拓展,提出了直觉模糊集理论. Gau 等[2]定义了 Vague 集概念. Bustince 等[3]指出 Vague 集就是直觉模糊集. 由于直觉模糊集同时考虑了隶属度、非隶属度和犹豫度 3 方面信息,因此,它比传统的模糊集在处理模糊性和不确定性等方面更具灵活性和实用性[4]. Atanassov 等[5]对直觉模糊集进一步推广,提出区间直觉模糊集的概念. Atanassov[6]定义了区间直觉模糊集的一些基本运算法则. Bustince 等[7]定义了区间直觉模糊集的关联度,并研究了区间直觉模糊集关联性的两个分解定理. Hung 等[8]利用形心法来计算区间直觉模糊集的关联系数. Mondal 等[9]研究了区间直觉模糊集的拓扑性质. Deschrijver 等[10]探讨了区间直觉模糊集、L-模糊集、直觉模糊集、区间模糊集 4 类模糊集之间的关系.

目前对区间直觉模糊集的研究主要集中于其基础理论方面,对区间直觉模糊信息的集成方式和区间直觉模糊集理论的实际应用研究还较少见到[11],因而有必要对该类问题进行探讨. 为此,本文给出区间直觉模糊数信息的一些集成算子,定义了区间直觉模糊数的得分函数和精确函数,并基于这两种函数,给出区间直觉模糊数的一种简单的排序方法. 最后将区间直觉模糊集理论应用于决策领域,并提供一种基于区间直觉模糊信息的决策途径.

2 区间直觉模糊集

设 X 是一个非空集合, $A = \{\langle x, \mu_A(x), \nu_A(x)\rangle \mid x \in X\}$ 为直觉模糊集[1],其中 $\mu_A(x)$ 和

收稿日期: 2005-11-10; **修回日期**: 2006-02-27.
基金项目: 国家自然科学基金项目(70571087); 国家杰出青年科学基金项目(70625005); 中国博士后科学基金项目(20060390051).
作者简介: 徐泽水(1968 —),男,安徽南陵人,教授,博士生导师,从事信息融合与决策分析的研究.

$v_A(x)$ 分别为 X 中元素 x 属于 X 的隶属度 $\mu_A: X \to [0,1]$ 和非隶属度 $v_A: X \to [0,1]$,且满足条件 $0 \le \mu_A(x) + v_A(x) \le 1, \forall x \in X$. 此外,$1 - \mu_A(x) - v_A(x)$ 表示 X 中元素 x 属于 X 的犹豫度.

由于客观事物的复杂性和不确定性,$\mu_A(x)$ 和 $v_A(x)$ 的值往往难以用精确的实数值来表达,而用区间数形式表示是比较适合的, 因此 Atanassov 等[5] 对直觉模糊集进行了拓展,称 $\overline{A} = \{\langle x, \tilde{\mu}_{\overline{A}}(x), \tilde{v}_{\overline{A}}(x)\rangle \mid x \in X\}$ 为区间直觉模糊集,其中 $\tilde{\mu}_{\overline{A}}(x) \subset [0,1], \tilde{v}_{\overline{A}}(x) \subset [0,1]$, 且满足条件 $\sup \tilde{\mu}_{\overline{A}}(x) + \sup \tilde{v}_{\overline{A}}(x) \le 1, \forall x \in X$.

3 区间直觉模糊数

区间直觉模糊集的基本组成部分是由 X 中元素 x 属于 X 的隶属度区间和非隶属度区间所组成的有序区间对(本文称为区间直觉模糊数). 为方便起见,将区间直觉模糊数的一般形式简记为 $([a,b],[c,d])$,其中:$[a,b] \subset [0,1], [c,d] \subset [0,1], b + d \le 1$.

定义 1 设 $\tilde{\alpha}_1 = ([a_1,b_1],[c_1,d_1])$ 和 $\tilde{\alpha}_2 = ([a_2,b_2],[c_2,d_2])$ 为任意两个区间直觉模糊数,则

$$\bar{\tilde{\alpha}}_1 = ([c_1,d_1],[a_1,b_1]); \tag{1}$$

$$\tilde{\alpha}_1 \cap \tilde{\alpha}_2 = ([\min(a_1,a_2),\min(b_1,b_2)],\ [\max(c_1,c_2),\max(d_1,d_2)]); \tag{2}$$

$$\tilde{\alpha}_1 \cup \tilde{\alpha}_2 = ([\max(a_1,a_2),\max(b_1,b_2)],\ [\min(c_1,c_2),\min(d_1,d_2)]); \tag{3}$$

$$\tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_2 = ([a_1 + a_2 - a_1a_2, b_1 + b_2 - b_1b_2],\ [c_1c_2, d_1d_2]); \tag{4}$$

$$\tilde{\alpha}_1 \cdot \tilde{\alpha}_2 = ([a_1a_2, b_1b_2],[c_1 + c_2 - c_1c_2,\ d_1 + d_2 - d_1d_2]); \tag{5}$$

$$\lambda\tilde{\alpha}_1 = ([1 - (1 - a_1)^\lambda, 1 - (1 - b_1)^\lambda],\ [c_1^\lambda, d_1^\lambda]), \lambda > 0; \tag{6}$$

$$\tilde{\alpha}_1^\lambda = ([a_1^\lambda, b_1^\lambda],[1 - (1 - c_1)^\lambda,\ 1 - (1 - d_1)^\lambda]), \lambda > 0. \tag{7}$$

易知定义 1 中的所有运算结果仍为区间直觉模糊数. 根据定义 1,可得如下运算法则:

$$\tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_2 = \tilde{\alpha}_2 + \tilde{\alpha}_1; \tag{8}$$

$$\tilde{\alpha}_1 \cdot \tilde{\alpha}_2 = \tilde{\alpha}_2 \cdot \tilde{\alpha}_1; \tag{9}$$

$$\lambda(\tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_2) = \lambda\tilde{\alpha}_1 + \lambda\tilde{\alpha}_2, \lambda \ge 0; \tag{10}$$

$$(\tilde{\alpha}_1 \cdot \tilde{\alpha}_2)^\lambda = \tilde{\alpha}_1^\lambda \cdot \tilde{\alpha}_2^\lambda, \lambda \ge 0; \tag{11}$$

$$\lambda_1\tilde{\alpha}_1 + \lambda_2\tilde{\alpha}_1 = (\lambda_1 + \lambda_2)\tilde{\alpha}_1, \lambda_1, \lambda_2 \ge 0; \tag{12}$$

$$\tilde{\alpha}_1^{\lambda_1} \cdot \tilde{\alpha}_1^{\lambda_2} = (\tilde{\alpha}_1)^{\lambda_1 + \lambda_2}, \lambda_1, \lambda_2 \ge 0. \tag{13}$$

4 区间直觉模糊信息的集成算子

基于上述运算法则,给出区间直觉模糊数的加权算术平均算子和加权几何平均算子.

定义 2 设 $\tilde{\alpha}_j (j = 1,2 \cdots, n)$ 为一组区间直觉模糊数,且设 $f: \Omega^n \to \Omega$,若

$$f_\omega(\tilde{\alpha}_1,\tilde{\alpha}_2,\cdots,\tilde{\alpha}_n) = \sum_{j=1}^n \omega_j\tilde{\alpha}_j, \tag{14}$$

其中:Ω 为全体区间直觉模糊数的集合,$\omega = (\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)^{\mathrm T}$ 为 $\tilde{\alpha}_j (j = 1,2,\cdots,n)$ 的权重向量,$\omega_j \in [0,1]$, $\sum_{j=1}^n \omega_j = 1$,则称 f 为区间直觉模糊数的加权算术平均算子. 特别地, 若 $\omega = (1/n, 1/n, \cdots, 1/n)^{\mathrm T}$,则称 f 为区间直觉模糊数的算术平均算子.

定义 3 设 $\tilde{\alpha}_j (j = 1,2,\cdots,n)$ 为一组区间直觉模糊数,且设 $g: \Omega^n \to \Omega$,若

$$g_\omega(\tilde{\alpha}_1,\tilde{\alpha}_2,\cdots,\tilde{\alpha}_n) = \prod_{j=1}^n \tilde{\alpha}_j^{\omega_j}, \tag{15}$$

其中:$\omega = (\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)^{\mathrm T}$ 为 $\tilde{\alpha}_j (j = 1,2,\cdots,n)$ 的权重向量,$\omega_j \in [0,1]$, $\sum_{j=1}^n \omega_j = 1$,则称 g 为区间直觉模糊数的加权几何平均算子. 特别地, 若 $\omega = (1/n, 1/n, \cdots, 1/n)^{\mathrm T}$,则称 g 为区间直觉模糊数的几何平均算子.

定理 1 设 $\tilde{\alpha}_j = ([a_j,b_j],[c_j,d_j]) (j = 1,2,\cdots,n)$ 为一组区间直觉模糊数,则由式(14) 集成得到的结果仍为区间直觉模糊数,且

$$f_\omega(\tilde{\alpha}_1,\tilde{\alpha}_2,\cdots,\tilde{\alpha}_n) = \left(\left[1 - \prod_{j=1}^n (1 - a_j)^{\omega_j}, 1 - \prod_{j=1}^n (1 - b_j)^{\omega_j}\right], \left[\prod_{j=1}^n c_j^{\omega_j}, \prod_{j=1}^n d_j^{\omega_j}\right]\right). \tag{16}$$

其中:$\omega = (\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)^{\mathrm T}$ 为 $\tilde{\alpha}_j (j = 1,2,\cdots,n)$ 的权重向量,$\omega_j \in [0,1]$, $\sum_{j=1}^n \omega_j = 1$.

证明 结论 1 直接由定义 1 和相关结果可得. 下面用数学归纳法证明式(16):

1) 当 $n = 2$ 时,由于

$$\omega_1\tilde{\alpha}_1 = ([1 - (1 - a_1)^{\omega_1}, 1 - (1 - b_1)^{\omega_1}], [c_1^{\omega_1}, d_1^{\omega_1}]),$$

$$\omega_2\tilde{\alpha}_2 = ([1 - (1 - a_2)^{\omega_2}, 1 - (1 - b_2)^{\omega_2}], [c_2^{\omega_2}, d_2^{\omega_2}]),$$

则

$$f_\omega(\tilde{\alpha}_1,\tilde{\alpha}_2) = \omega_1\tilde{\alpha}_1 \oplus \omega_1\tilde{\alpha}_2 = ([2 - (1 - a_1)^{\omega_1} - (1 - a_2)^{\omega_2} - (1 - (1 - a_1)^{\omega_1})(1 - (1 - a_2)^{\omega_2}), 2 - (1 - b_1)^{\omega_1} - (1 - b_2)^{\omega_2} - (1 - (1 - b_1)^{\omega_1})(1 - (1 - b_2)^{\omega_2})], [c_1^{\omega_1}c_2^{\omega_2}, d_1^{\omega_1}d_2^{\omega_2}]) = ([1 - (1 - a_1)^{\omega_1}(1 - a_2)^{\omega_2}, 1 - (1 - b_1)^{\omega_1}(1 - b_2)^{\omega_2}], [c_1^{\omega_1}c_2^{\omega_2}, d_1^{\omega_1}d_2^{\omega_2}]).$$

2) 当 $n = k$ 时,式(16) 成立,即

$$f_\omega(\tilde{\alpha}_1,\tilde{\alpha}_2,\cdots,\tilde{\alpha}_k)=$$
$$\Big([1-\prod_{j=1}^{k}(1-a_j)^{\omega_j},1-\prod_{j=1}^{k}(1-b_j)^{\omega_j}],[\prod_{j=1}^{k}c_j^{\omega_j},\prod_{j=1}^{k}d_j^{\omega_j}]\Big).$$

则当 $n=k+1$ 时,由式(4) 和(6) 可得

$$f_\omega(\tilde{\alpha}_1,\tilde{\alpha}_2,\cdots,\tilde{\alpha}_{k+1})=$$
$$\Big([1-\prod_{j=1}^{k}(1-a_j)^{\omega_j}+(1-(1-a_{k+1})^{\omega_{k+1}})-\big(1-\prod_{j=1}^{k}(1-a_j)^{\omega_j}\big)(1-(1-a_{k+1})^{\omega_{k+1}}),1-\prod_{j=1}^{k}(1-b_j)^{\omega_j}+(1-(1-b_{k+1})^{\omega_{k+1}})-\big(1-\prod_{j=1}^{k}(1-b_j)^{\omega_j}\big)(1-(1-b_{k+1})^{\omega_{k+1}})],[\prod_{j=1}^{k+1}c_j^{\omega_j},\prod_{j=1}^{k+1}d_j^{\omega_j}]\Big)=$$
$$\Big([1-\prod_{j=1}^{k+1}(1-a_j)^{\omega_j},1-\prod_{j=1}^{k+1}(1-b_j)^{\omega_j}],[\prod_{j=1}^{k+1}c_j^{\omega_j},\prod_{j=1}^{k+1}d_j^{\omega_j}]\Big).$$

即当 $n=k+1$ 时,式(16) 也成立. 综合 1) 和 2) 可知,对一切 n,式(16) 均成立. □

定理 2　设 $\tilde{\alpha}_j=([a_j,b_j],[c_j,d_j])(j=1,2,\cdots,n)$ 为一组区间直觉模糊数,则有式(15) 集成得到的结果仍为区间直觉模糊数,且

$$g_\omega(\tilde{\alpha}_1,\tilde{\alpha}_2,\cdots,\tilde{\alpha}_n)=$$
$$\Big([\prod_{j=1}^{n}a_j^{\omega_j},\prod_{j=1}^{n}b_j^{\omega_j}],[1-\prod_{j=1}^{n}(1-c_j)^{\omega_j},1-\prod_{j=1}^{n}(1-d_j)^{\omega_j}]\Big).\qquad(17)$$

其中:$\omega=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)^{\mathrm T}$ 为 $\tilde{\alpha}_j(j=1,2,\cdots,n)$ 的权重向量,$\omega_j\in[0,1]$,$\sum_{j=1}^{n}\omega_j=1$.

定理 2 的证明过程与定理 1 类似,此处省略. 由式(16) 和(17) 可知,区间直觉模糊数的加权几何平均算子和加权算术平均算子的侧重点有所不同,前者强调个人的作用,而后者则侧重群体的影响.

5　区间直觉模糊数的比较

为了对区间直觉模糊数进行排序,下面给出区间直觉模糊数的得分函数和精确函数.

定义 4　设 $\tilde{\alpha}=([a,b],[c,d])$ 为一个区间直觉模糊数,则称 $\Delta(\tilde{\alpha})=(a-c+b-d)/2$ 为 $\tilde{\alpha}$ 的得分函数,其中 $\Delta(\tilde{\alpha})\in[-1,1]$. 显然,$\Delta(\tilde{\alpha})$ 越大,则 $\tilde{\alpha}$ 越大. 特别地,若 $\Delta(\tilde{\alpha})=1$,则 $\tilde{\alpha}$ 取最大值 $([1,1],[0,0])$;若 $\Delta(\tilde{\alpha})=-1$,则 $\tilde{\alpha}$ 取最小值 $([0,0],[1,1])$.

然而,若取 $\tilde{\alpha}=([0.4,0.5],[0.4,0.5])$,$\tilde{\alpha}_2=([0.2,0.3],[0.2,0.3])$,则 $\Delta(\tilde{\alpha}_1)=\Delta(\tilde{\alpha}_2)=0$,即得分函数不能对 $\tilde{\alpha}_1$ 和 $\tilde{\alpha}_2$ 进行比较. 为解决这类特殊情况,下面给出一种精确函数.

定义 5　设 $\tilde{\alpha}=([a,b],[c,d])$ 为一个区间直觉模糊数,则称 $H(\tilde{\alpha})=(a+b+c+d)/2$ 为 $\tilde{\alpha}$ 的精确函数,其中 $H(\tilde{\alpha})\in[0,1]$.

对于上述的 $\tilde{\alpha}_1=([0.4,0.5],[0.4,0.5])$ 和 $\tilde{\alpha}_2=([0.2,0.3],[0.2,0.3])$,利用精确函数可得 $H(\tilde{\alpha}_1)=0.9$,$H(\tilde{\alpha}_2)=0.5$. 得分函数 Δ 和精确函数 H 类似于统计学中的均值与方差[4]. 因此可以认为,在区间直觉模糊数的得分函数值相等的情况下,精确函数值越大,则相应的区间直觉模糊数越大,从而 $\tilde{\alpha}_1$ 大于 $\tilde{\alpha}_2$.

基于上述分析,给出区间直觉模糊数的一种排序方法.

定义 6　设 $\tilde{\alpha}_1$ 和 $\tilde{\alpha}_2$ 为任意两个区间直觉模糊数,则

(1) 若 $\Delta(\tilde{\alpha}_1)<\Delta(\tilde{\alpha}_2)$,则 $\tilde{\alpha}_1<\tilde{\alpha}_2$;

(2) 若 $\Delta(\tilde{\alpha}_1)=\Delta(\tilde{\alpha}_2)$,则 1) 若 $H(\tilde{\alpha}_1)=H(\tilde{\alpha}_2)$,则 $\tilde{\alpha}_1=\tilde{\alpha}_2$;2) 若 $H(\tilde{\alpha}_1)<H(\tilde{\alpha}_2)$,则 $\tilde{\alpha}_1<\tilde{\alpha}_2$.

6　基于区间直觉模糊信息的决策方法

对于某一多属性决策问题,设 $A=\{A_1,A_2,\cdots,A_m\}$ 为方案集,$G=\{G_1,G_2,\cdots,G_n\}$ 为属性集. $\omega=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)^{\mathrm T}$ 为属性权重向量. 其中:$\omega_i\in[0,1]$,$\sum_{i=1}^{n}\omega_i=1$. 假设有关方案 A_i 的特征信息用区间直觉模糊集表示 $A_i=\{\langle G_j,\tilde{\mu}_{A_i}(G_j),\tilde{v}_{A_i}(G_j)\rangle \mid G_j\in G\}$,$i=1,2,\cdots,m$. 其中:$\tilde{\mu}_{A_i}(G_j)$ 表示方案 A_i 对属性 G_j 的满足程度,$\tilde{v}_{A_i}(G_j)$ 表示方案 A_i 不满足属性 G_j 的程度. 这里 $\tilde{\mu}_{A_i}(G_j)$ 和 $\tilde{v}_{A_i}(G_j)$ 均在一定范围内取值,即用区间表示,且

$$\tilde{\mu}_{A_i}(G_j)\subset[0,1],\tilde{v}_{A_i}(G_j)\subset[0,1],$$
$$\sup\tilde{\mu}_{A_i}(G_j)+\sup\tilde{v}_{A_i}(x)\leq 1.\qquad(18)$$

为方便,记 $\tilde{\mu}_{A_i}(G_j)=[a_{ij},b_{ij}]$,$\tilde{v}_{A_i}(G_j)=[c_{ij},d_{ij}]$,则相应的区间直觉模糊数表示为 $\tilde{\alpha}_{ij}=([a_{ij},b_{ij}],[c_{ij},d_{ij}])$,$i=1,2,\cdots,m$,$j=1,2,\cdots,n$. 从而得到决策矩阵 $D=(\tilde{\alpha}_{ij})_{m\times n}$.

下面给出一种基于区间直觉模糊信息的决策途径,具体步骤如下:

Step1: 利用加权算术平均算子(16)

$$\tilde{\alpha}_i=f_\omega(\tilde{\alpha}_{i1},\tilde{\alpha}_{i2},\cdots,\tilde{\alpha}_{in}),i=1,2,\cdots,m,$$

或加权几何平均算子(17)

$$\tilde{\alpha}_i=g_\omega(\tilde{\alpha}_{i1},\tilde{\alpha}_{i2},\cdots,\tilde{\alpha}_{in}),i=1,2,\cdots,m,$$

集成决策矩阵 D 中第 i 行的所有元素 $\tilde{\alpha}_{ij}$ ($j = 1,2,\cdots,n$) ,从而得到相应于方案 A_i 的综合区间直觉模糊值 $\tilde{\alpha}_i$ ($i = 1,2,\cdots,m$) .

Step2 : 分别利用得分函数和精确函数计算 $\tilde{\alpha}_i$ 的得分函数值 $\Delta(\tilde{\alpha}_i)$ 和精确函数值 $H(\tilde{\alpha}_i)$, $i = 1,2,\cdots,m$.

Step3 : 根据定义 6 对方案 A_i ($i = 1,2,\cdots,m$) 进行排序,从而得到最佳方案.

在实际的决策过程中,针对不同的决策问题,可根据加权几何平均算子和加权算术平均算子的特点而适当地对这两种算子进行选择: 1) 若突出单个专家的作用,如: 采用"一票否决制",则运用加权几何平均算子比较适合;2) 若强调专家群体的作用,则可选择加权算术平均算子.

7 实例分析

某单位在对干部进行考核选拔时,首先制定了 6 项考核指标 (属性) : 思想品德 (G_1) 、工作态度 (G_2) 、工作作风 (G_3) 、文化水平和知识结构 (G_4) 、领导能力 (G_5) 、开拓能力 (G_6) . 指标的权重向量为 $\omega = (0.20, 0.10, 0.25, 0.10, 0.15, 0.20)^{\mathrm{T}}$. 然后由群众推荐、评议,对各候选人按上述 6 项指标进行评估,再进行统计处理,并从中确定了 5 位候选人 A_j ($j = 1,2,\cdots,5$) . 假设每位候选人在各指标下的评估信息经过统计处理后,可表示为区间直觉模糊数,如表 1 所示.

表 1 决策矩阵 D

	G_1	G_2	G_3
A_1	([0.2,0.3],[0.4,0.5])	([0.6,0.7],[0.2,0.3])	([0.4,0.5],[0.2,0.4])
A_2	([0.6,0.7],[0.2,0.3])	([0.5,0.6],[0.1,0.3])	([0.6,0.7],[0.2,0.3])
A_3	([0.4,0.5],[0.3,0.4])	([0.7,0.8],[0.1,0.2])	([0.5,0.6],[0.3,0.4])
A_4	([0.6,0.7],[0.2,0.3])	([0.5,0.7],[0.1,0.3])	([0.7,0.8],[0.1,0.2])
A_5	([0.5,0.6],[0.3,0.5])	([0.3,0.4],[0.3,0.5])	([0.6,0.7],[0.1,0.3])

	G_4	G_5	G_6
A_1	([0.7,0.8],[0.1,0.2])	([0.1,0.3],[0.5,0.6])	([0.5,0.7],[0.2,0.3])
A_2	([0.6,0.7],[0.1,0.2])	([0.3,0.4],[0.5,0.6])	([0.4,0.7],[0.1,0.2])
A_3	([0.6,0.7],[0.1,0.3])	([0.4,0.5],[0.3,0.4])	([0.3,0.5],[0.1,0.3])
A_4	([0.3,0.4],[0.1,0.2])	([0.5,0.6],[0.1,0.3])	([0.7,0.8],[0.1,0.2])
A_5	([0.6,0.8],[0.1,0.2])	([0.6,0.7],[0.2,0.3])	([0.5,0.6],[0.2,0.4])

下面用本文方法确定最佳候选人:

Step1 : 利用加权算术平均算子 (16) 集成决策矩阵 D 中第 i 行的所有元素 $\tilde{\alpha}_{ij}$ ($j = 1,2,\cdots,6$) ,从而得到相应于候选人 A_i ($i = 1,2,\cdots,5$) 的综合区间直觉模糊值 $\tilde{\alpha}_i$ ($i = 1,2,\cdots,5$) ,

$\tilde{\alpha}_1 = ([0.4165, 0.5597], [0.2459, 0.3804])$,

$\tilde{\alpha}_2 = ([0.5176, 0.6574], [0.1739, 0.2947])$,

$\tilde{\alpha}_3 = ([0.4703, 0.5900], [0.1933, 0.3424])$,

$\tilde{\alpha}_4 = ([0.5407, 0.6702], [0.1149, 0.2400])$,

$\tilde{\alpha}_5 = ([0.5375, 0.6536], [0.1772, 0.3557])$.

Step2 : 分别利用得分函数计算 $\tilde{\alpha}_i$ 的得分函数值 $\Delta(\tilde{\alpha}_i)$, $i = 1,2,\cdots,5$.

$$\Delta(\tilde{\alpha}_1) = 0.1749,\ \Delta(\tilde{\alpha}_2) = 0.3532,$$
$$\Delta(\tilde{\alpha}_3) = 0.2623,\ \Delta(\tilde{\alpha}_4) = 0.4280,$$
$$\Delta(\tilde{\alpha}_5) = 0.3291.$$

Step3 : 根据 $\Delta(\tilde{\alpha}_i)$ 对候选人 A_i ($i = 1,2,\cdots,5$) 进行排序 $A_4 \succ A_2 \succ A_5 \succ A_3 \succ A_1$. 因此,最佳方案为 A_4.

若利用加权几何平均算子 (17) 集成决策矩阵 D 中第 i 行的所有元素 $\tilde{\alpha}_{ij}$ ($j = 1,2,\cdots,6$) ,则得到相应于候选人 A_i ($i = 1,2,\cdots,5$) 的综合区间直觉模糊值 $\tilde{\alpha}_i$ ($i = 1,2,\cdots,5$) .

$\tilde{\alpha}_1 = ([0.3257, 0.4848], [0.2878, 0.4132])$,

$\tilde{\alpha}_2 = ([0.4896, 0.6338], [0.2185, 0.3301])$,

$\tilde{\alpha}_3 = ([0.4398, 0.5673], [0.2260, 0.3533])$,

$\tilde{\alpha}_4 = ([0.4972, 0.6190], [0.1210, 0.2467])$,

$\tilde{\alpha}_5 = ([0.5204, 0.6307], [0.1991, 0.3782])$.

然后分别利用得分函数计算 $\tilde{\alpha}_i$ 的得分函数值 $\Delta(\tilde{\alpha}_i)$, $i = 1,2,\cdots,5$.

$$\Delta(\tilde{\alpha}_1) = 0.0547,\ \Delta(\tilde{\alpha}_2) = 0.2874,$$
$$\Delta(\tilde{\alpha}_3) = 0.2139,\ \Delta(\tilde{\alpha}_4) = 0.3742,$$
$$\Delta(\tilde{\alpha}_5) = 0.2869.$$

并根据 $\Delta(\tilde{\alpha}_i)$ 对候选人 A_i ($i = 1,2,\cdots,5$) 进行排序 $A_4 \succ A_2 \succ A_5 \succ A_3 \succ A_1$. 因此,最佳方案也为 A_4.

8 结 语

自从 Atanassov 等提出区间直觉模糊集概念以来,已有的研究主要集中在区间直觉模糊集的基础理论方面. 本文则对区间直觉模糊信息的集成方式

进行了探讨,定义了区间直觉模糊数的一些运算法则,提出了区间直觉模糊数的加权算术和加权几何集成算子,并将它们应用于决策领域,为基于区间直觉模糊信息的多属性决策问题提供了一条有效途径.从而不仅丰富和发展了区间直觉模糊集理论,而且为促进其实际应用进行了有益的尝试.

参考文献(References)

[1] Atanassov K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.

[2] Gau W L, Buehrer D J. Vague sets[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, 1993, 23(2), 610-614.

[3] Bustince H, Burillo P. Vague sets are intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 79(3): 403-405.

[4] Hong D H, Choi C H. Multicriteria fuzzy decision-making problems based on vague set theory[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 114(1): 103-113.

[5] Atanassov K, Gargov G. Interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 31(3): 343-349.

[6] Atanassov K. Operators over interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 64(2): 159-174.

[7] Bustince H, Burillo P. Correlation of interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1995, 74(2): 237-244.

[8] Hung W L, Wu J W. Correlation of intuitionistic fuzzy sets by centroid method[J]. Information Sciences, 2002, 144(1-4): 219-225.

[9] Mondal T K, Samanta S K. Topology of interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 119(3): 483-494.

[10] Deschrijver G, Kerre E E. On the relationship between some extensions of fuzzy set theory[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2003, 133(2): 227-235.

[11] Xu Z S. On correlation measures of intuitionistic fuzzy sets[C]. Lecture Notes in Computer Science. Berlin: Springer-Verlag, 2006: 16-24.

(上接第 214 页)

参考文献(References)

[1] Malek-Zavarei M, Jamshidi M. Time-delay systems: Analysis, optimization and application [M]. Amsterdam: North-Holland, 1987.

[2] Nilsson J, Bernhardsson B, Wittenmark B. Stochastic analysis and control of real-time systems with random time delays[J]. Automatica, 1998, 34(1): 57-64.

[3] Srinivasagupta D, Schttler H, Joseph B. Time-stamped model predictive control: An algorithm for control of processes with random delays [J]. Computer & Chemical Engineering, 2004, 28(8): 1337-1346.

[4] Kolmanovsky I V, Maizenberg T L. Optimal control of continuous-time linear systems with a time-varying, random delay[J]. Systems & Control Letters, 2001, 44(1): 119-126.

[5] Wang Z, Ho D W C, Liu X. Robust filtering under randomly varying sensor delay with variance constraints [J]. IEEE Trans Circuits & Systems II: Express Briefs, 2004, 51(6): 320-326.

[6] Wilson D A. Convolution and Hankel operator norms for linear systems [J]. IEEE Trans Automatic Control, 1989, 34(1): 94-97.

[7] Palhares R M, Peres P L D. Robust filtering with guaranteed energy-to-peak performance — An LMI approach[J]. Automatica, 2000, 36(6): 851-858.

[8] Gao H J, Wang C H, Li Y H. Robust l_2-l_∞ filter design for uncertain discrete-time state-delayed systems [J]. Acta Automatica Sinica, 2003, 29(5): 666-672.

[9] Yang F, Wang Z, Hung Y S, et al. H_∞ control for networked systems with random communication delays [J]. IEEE Trans Automatic Control, 2006, 51(3): 511-518.

[10] Palhares R M, Peres P L D. Robust H_∞ filter design with pole constraints for discrete-time systems[J]. J of the Franklin Institute, 2000, 337(6): 713-723.