

文章编号: 1001-0920(2007)02-0238-03

基于状态反馈的一类非线性系统动态输出反馈镇定

王银河¹, 单荣立², 韩东方¹

(1. 汕头大学 理学院, 广东 汕头 515063; 2. 黑龙江肇源技术学校 数学部, 黑龙江 肇源 166500)

摘 要: 针对一类具有线性不可测量状态的非线性系统, 基于状态反馈稳定控制器, 利用不变流形和滑模变结构控制技术设计了动态输出反馈镇定控制器. 这类控制器的结构类似于系统的状态反馈稳定控制器, 在较简单的假定条件下, 能够保证被控系统的状态得到渐近镇定. 仿真算例表明该动态输出反馈控制器具有较强的镇定能力.

关键词: 非线性系统; 不可测量状态; 状态反馈; 动态输出反馈

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Dynamic output feedback stabilization for a class of nonlinear systems based on state feedback

WANG Yin-he¹, SHAN Rong-li², HAN Dong-fang¹

(1. College of Science, Shantou University, Shantou 515063, China; 2. Department of Mathematics, Zhaoyuan Technical School, Zhaoyuan 166500, China. Correspondent: WANG Yin-he, E-mail: yhwang@stu.edu.cn)

Abstract: By using the invariant manifold and sliding mode variable structure technique, dynamic output feedback stabilization controllers are proposed, based on known state feedback controllers for a class of nonlinear systems with linear unmeasured states. The structures of controllers designed are similar to that of known state feedback controllers. The designed controllers can force the states of controlled systems to be asymptotically stabilized under some simply mathematic conditions. A simulation example shows the better stability of the proposed controllers.

Key words: Nonlinear system; Unmeasured state; State feedback; Dynamic output feedback

1 引言

在实际工程中, 若对系统实施反馈控制, 一般而言, 输出反馈较状态反馈更为实用. 然而, 若从理论分析的角度看, 构造状态反馈控制器要比构造输出反馈控制器容易得多. 因此, 一个自然的理论问题是: 如何从已有的系统状态反馈控制器出发, 构造输出反馈控制器.

目前, 在非线性系统的状态反馈镇定方面的理论研究中, 经常采用微分几何和 Backstepping 方法为较多类型的非线性系统设计状态反馈镇定控制器, 而具有三角结构的非线性系统是其中一种重要类型.

文献[1-5]研究了这类系统的动态输出反馈镇定问题, 特别着重考虑了具有不可测量状态(即不能由输出测量的状态)的三角型系统, 讨论了基于状态反馈或部分输出嵌入的动态输出反馈镇定问题. 值得注意的是, 对于其他类型的非线性系统, 关于其

动态输出反馈设计的成果还较为少见. 文献[6]将上述三角类型的系统模型作了推广, 初步研究了基于状态反馈的动态输出反馈问题, 并得到一些结果.

本文针对文献[6]中出现的推广模型, 利用不变流形和滑模变结构控制技术, 从状态反馈控制器出发为这类系统构造动态输出反馈控制器. 这类动态输出反馈控制器具有较简单的结构, 能够保证系统的全部状态得以渐近镇定, 特别是将本文所得结果应用于线性系统时, 得到了一个从线性系统的线性状态反馈控制器出发构造其动态线性输出反馈控制器的方法.

2 系统模型描述

考虑具有下列形式的非线性系统:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= F(x_2, u)x_1 + G(x_2, u), \\ \dot{x}_2 &= \Phi(x_2, u)x_1 + \Psi(x_2, u), \\ y &= x_2.\end{aligned}\tag{1}$$

其中: 不可测量状态 $x_1 \in \mathbf{R}^r$; 输出 $y \in \mathbf{R}^p$; 控制输入

收稿日期: 2005-11-16; 修回日期: 2006-02-07.

基金项目: 广东省自然科学基金项目(032035).

作者简介: 王银河(1962—), 男, 内蒙古包头人, 教授, 博士生导师, 从事非线性系统鲁棒和自适应控制的研究;

单荣立(1962—), 男, 哈尔滨人, 讲师, 从事机械运动系统建模和控制的研究.

$u \in \mathbb{R}^m; F(\cdot), G(\cdot), \Phi(\cdot), \Psi(\cdot)$ 都是具有相应维数的连续映射, $G(0, u) = 0, \Psi(0, u) = 0$.

对于系统(1), 作以下假设:

假设 1 存在状态反馈 $u = K(x_1, x_2)$ 使系统(1) 渐近镇定.

假设 2 存在 $n \times 1$ 维的可微向量 $\beta = \beta(y)$ ($\beta(0) = 0$), 使得对任意的 u, y , 矩阵 $W(u, y) + W^T(u, y)$ 是正定的, 其中 $W(u, y) = \frac{\partial \Phi}{\partial y}(y, u) - F(y, u)$.

本文的目的是在上述假设下, 为系统(1) 寻找一个动态输出反馈控制器 $\dot{x}_3 = \theta(x_3, y), u = u(y, x_3)$, 使相应的闭环系统在 Lyapunov 意义下渐近稳定.

3 主要结果

设 $\alpha(x_3)$ 是满足 $\alpha(0) = 0$ 的 $n \times 1$ 维连续可微向量值映射, $x_3 \in \mathbb{R}^n$, 其 Jacobi 矩阵 $(\partial \alpha / \partial x_3)$ 在 $x_3 = 0$ 某邻域内可逆. 针对系统(1), 设计的动态补偿器为

$$\dot{x}_3 = \theta(x_3, y).$$

(2)

其中

$$\begin{aligned} \theta(x_3, y) = & \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x_3}\right)^{-1} \{ F(y, \bar{K}) [\alpha(x_3) + \beta(y)] + \\ & G(y, \bar{K}) - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \{ \Phi(y, \bar{K}) [\alpha(x_3) + \\ & \beta(y)] + \Psi(y, \bar{K}) \} \}, \end{aligned}$$

(3)

$$\tilde{u} = K(\alpha(x_3) + \beta(y), y),$$

(4)

$K(x_1, x_2)$ 由假设 1 确定, $\beta(y)$ 由假设 2 确定.

为叙述方便, 称由式(1) ~ (3) 构成的扩展闭环系统为 Σ , 其状态向量 $x = (x_1^T \ x_2^T \ x_3^T)^T \in \mathbb{R}^{2n+p}$.

本文的控制设计思想是: 首先为系统 Σ 构造不变流形 S (即空间 $\mathbb{R}^{2n+p}$ 中的曲面); 然后说明动态输出反馈控制器(3) 使系统 Σ 的状态到达不变流形 S 上; 最后启动一个等价动态输出反馈控制器使系统状态沿着不变流形 S 趋向坐标原点 $x = 0$.

考虑空间 $\mathbb{R}^{2n+p}$ 中的向量函数

$$s(x) = \alpha(x_3) + \beta(x_2) - x_1.$$

(5)

令

$$S = \{ x \mid s(x) = 0, x \in \mathbb{R}^{2n+p} \},$$

(6)

则 S 是空间 $\mathbb{R}^{2n+p}$ 中的流形. 利用式(1) ~ (5), 直接计算可以得到

$$\begin{aligned} \dot{s}(x) \mid_{\Sigma} = & \frac{\partial \alpha}{\partial x_3} \dot{x}_3 + \frac{\partial \beta}{\partial y} \dot{x}_2 - \dot{x}_1 = \\ & [F(y, \tilde{u}) - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \Phi(y, \tilde{u})] s(x). \end{aligned}$$

(7)

由式(7) 和文献[7] 中关于不变流形的结果即可知 S 是系统 Σ 的不变流形.

考虑函数 $V(s(x)) = 0.5 s^T(x) s(x)$, 注意到假设 2, 则 $V(s(x))$ 沿着扩展闭环系统 Σ 关于时间的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(s(x)) = & - 0.5 s^T(x) [W(y, \tilde{u}) + \\ & W^T(y, \tilde{u})] s(x) \leq 0. \end{aligned}$$

(8)

因此当假设 2 满足时, 系统 Σ 的状态在动态输出反馈(3) 的作用下在有限时间内到达其不变流形 S 上^[8]. 注意到, 在不变流形 S 上时, 有 $s(x) = \alpha(x_3) + \beta(x_2) - x_1 = 0$, 所以有

$$\dot{x}_3 = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x_3}\right)^{-1} \left[\dot{x}_1 - \frac{\partial \beta}{\partial y} \dot{x}_2 \right].$$

(9)

式(9) 说明系统 Σ 此时等价于系统(1). 由假设 1 知, 系统(1) 在等价控制 $u = K(\alpha(x_3) + \beta(y), y)$ 作用下得以渐近镇定.

定理 1 考虑系统(1), 若假设 1 和假设 2 成立, 则系统(1) 的状态在动态输出反馈控制器(3) 的作用下得以渐近镇定.

4 特殊情形

考虑如下线性组合系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= A_{11} x_1 + A_{12} x_2 + B_1 u, \\ \dot{x}_2 &= A_{21} x_1 + A_{22} x_2 + B_2 u, \\ y &= x_2. \end{aligned}$$

(10)

其中: 不可测量状态 $x_1 \in \mathbb{R}^r$, 输出 $y \in \mathbb{R}^p$, 控制输入 $u \in \mathbb{R}^m$; A_{ij}, B_i 是具有相应维数的实数矩阵, $i, j = 1, 2$.

注 1 系统(10) 相当于在系统(1) 中分别取 $F(x_2, u) = A_{11}, G(x_2, u) = A_{12} x_2 + B_1 u, \Phi(x_2, u) = A_{21}, \Psi(x_2, u) = A_{22} x_2 + B_2 u$ 得到.

针对线性系统(10), 从假设 1 和假设 2 出发, 考虑如下假设:

假设 3 存在线性状态反馈 $u = K_1 x_1 + K_2 x_2$ 使系统(10) 渐近镇定, 其中 K_1 和 K_2 是相应维数的实数矩阵.

假设 4 存在实数矩阵 M 使 $MA_{21} + A_{21}^T M^T - (A_{11} + A_{11}^T)$ 是正定矩阵.

注 2 假设 3 事实上是要求矩阵对 $\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$ 为可稳对. 假设 4 可以转化为下列线性矩阵不等式(LMI) 问题:

$$MA_{21} + A_{21}^T M^T - (A_{11} + A_{11}^T) > 0.$$

(11)

将式(3) 中的 $\alpha(x_3)$ 特殊化. 考虑 $\alpha(x_3) = Nx_3$, 其中 N 是 $n \times n$ 的可逆矩阵. 系统(10) 的线性动态输出反馈控制器为

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 = & N^{-1} \{ [A_{11} + B_1 K_1 - M(A_{21} + B_2 K_1)] N x_3 + \\ & [(A_{11} + B_1 K_1) M + A_{12} + B_1 K_2 - \\ & M(A_{21} + B_2 K_1) M - M(A_{22} + B_2 K_2)] y \}, \\ u = & K_1 N x_3 + (K_1 M + K_2) y. \end{aligned} \quad (12)$$

定理2 考虑线性组合系统(10). 如果假设3和假设4成立, 则线性动态输出反馈控制器(12)使线性组合系统(10)的状态得以渐近镇定.

5 仿真算例

考虑下列非线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 = & \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} x_2 + u x_2, \\ \dot{x}_2 = & (-2 \quad 1) x_1 - x_2 + u^T \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix} u, \\ y = & x_2. \end{aligned} \quad (13)$$

显然系统(13)既非三角型系统也非仿射系统, 因此不能用文献[1-6]中的方法直接判断其动态输出反馈的稳定性.

利用Lyapunov函数 $V(x) = x_1^T x_1 + x_2^2$ 可以证明, 系统(13)经状态反馈控制 $u = x_1$ 渐近镇定. 取 $\alpha(x_3) = x_3, \beta(y) = \begin{bmatrix} 0.25 \\ 1 \end{bmatrix} y$, 容易验证系统(13)满足假设3和假设4, 因此系统(13)可以利用动态输出反馈控制(12)渐近镇定. 取初值

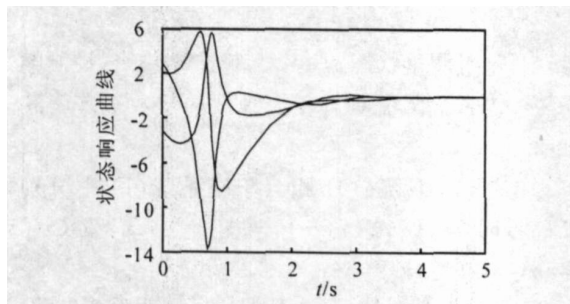


图1 系统(13)经状态反馈的状态响应曲线

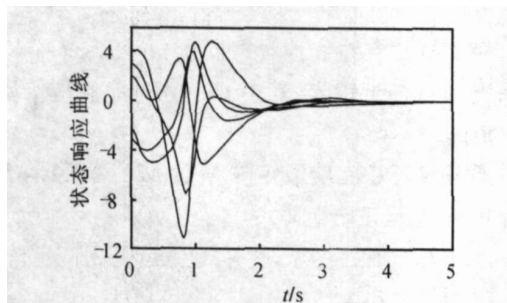


图2 系统(13)动态输出反馈状态响应曲线

$$x(0) = [-3 \ 3 \ 2 \ -2 \ 4]^T,$$

仿真结果如图1和图2所示. 由仿真结果可以看出, 本文提出的动态输出反馈控制器具有较强的镇定能力.

6 结语

本文针对一类非线性系统, 利用不变形和滑模变结构控制技术, 由状态反馈镇定控制器出发, 设计了动态输出反馈镇定控制器. 该控制器结构简单, 可以保证被控系统的状态得到渐近镇定. 仿真算例表明, 该动态输出反馈控制器具有较强的镇定能力.

由于动态输出反馈控制器较状态反馈控制器更具有现实工程意义, 而在理论上构造状态反馈镇定控制器要比构造动态输出反馈镇定控制器容易, 因此本文的研究方法具有重要的工程实际意义.

参考文献(References)

- [1] Freeman R, Kokotovic P. Robust control of nonlinear systems[M]. Boston: Birkhauser, 1996.
- [2] Marino R, Tomei P. Nonlinear control design: Geometric, adaptive and robust[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1995.
- [3] Battilotti S. Global output regulation and disturbance attenuation with global stability via measurement feedback for a class of nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1996, 41(3): 315-327.
- [4] Battilotti S. A note on reduced order dynamic output feedback stabilizing controllers[J]. Systems Control Letters, 1997, 30(2): 71-81.
- [5] 陈彭年, 韩正之, 张钟俊. 仿射非线性系统的动态输出反馈镇定[J]. 自动化学报, 1997, 23(3): 338-344.
(Chen P N, Han Z Z, Zhang Z J. Dynamic output feedback stabilization of affine nonlinear systems[J]. Acta Automatica Sinica, 1997, 23(3): 338-344.)
- [6] Karagiannis D, Astolfi A, Ortega R. Two results for adaptive output feedback stabilization of nonlinear systems[J]. Automatica, 2003, 39(5): 857-866.
- [7] Michael Y L, James S Muldowney. Dynamics of differential equations on invariant manifolds[J]. J of Differential Equations, 2000, 168(2): 295-320.
- [8] 高为炳. 变结构控制理论基础[M]. 北京: 中国科学技术出版社, 1990.
(Gao W B. The foundation of variable structure control theory[M]. Beijing: China Science and Technology Press, 1990.)