

文章编号: 1001-0920(2007)02-0143-05

重复购买产品的竞争与市场扩散行为分析

马开平, 严洪森

(东南大学 自动化研究所, 南京 210096)

摘要: 市场竞争的加剧缩短了产品生命周期, 并催生了知识化制造. 基于对知识化制造环境中产品扩散行为的分析, 给出重复购买竞争产品扩散行为的非线性模型. 以经常购买产品为例对模型进行研究, 给出定性分析结果: 重复购买条件下两竞争产品在同一市场内扩散, 一产品占领稳定的市场份额, 另一产品终遭淘汰. 最后通过对模型进行仿真得到了与定性分析一致的结果.

关键词: 产品扩散; 知识化制造; 稳定性分析

中图分类号: F713 **文献标识码:** A

Analysis of competition and diffusion behavior of the repurchasing products

MA Kai-ping, YA N Hong-sen

(Automation Research Institute, Southeast University, Nanjing 210096, China. Correspondent: MA Kai-ping, E-mail: kaiping_ma@126.com)

Abstract: Along with the fierce market competition, the product life cycle is getting increasingly shorter, which results in the knowledgeable manufacturing. On the basis of analyzing the product diffusion behavior in knowledgeable manufacturing, a nonlinear system model of the repurchasing competitive products' diffusion behavior is established. Taking the frequent-purchasing products as an example, its corresponding model is explored, and a qualitative analysis result is given. For two competitive repurchasing products diffusing in the market, one product will occupy a fixed portion, while the other will be eliminated ultimately. The nonlinear system model is simulated. The simulation result complies with the result of the qualitative analysis.

Key words: Product diffusion; Knowledgeable manufacturing; Stability analysis

1 引言

产品市场扩散是指一项产品随时间推移通过某种渠道被社会系统中的成员、组织或个人所接受或应用的过程, 这一过程表现在销售领域即产品生命周期 (PLC). 市场竞争的日益加剧缩短了产品的生命周期, 加速了产品的更新换代, 继而对制造企业快速适应市场变化的能力提出了越来越高的要求, 并由此催生了知识化制造^[1]. 正确把握产品市场扩散行为有助于提高制造企业快速反应能力、降低产品开发成本、提高服务质量和产品质量, 对于实现具有 6 自特征的知识化制造系统 T (时间), Q (质量), C (成本), S (服务), E (环境) 的目标具有重要意义.

诸多专家学者以 bass 扩散模型^[2]为基础对产品市场扩散问题开展了卓有成效的研究, 如

Steffens 等^[3]的双峰模型, Tanny 等^[4]的创用者与模仿者模型, 个体采用者扩散模型^[5]等. 但这些模型都假设产品不存在重复购买, 而且一种产品的扩散行为不受其他产品扩散行为影响. 这些假设在一定程度上影响了模型的使用价值. Steffens^[6]的多群体采用扩散模型、王海云等^[7]提出的重复购买的产品生命周期模型和乔忠等^[8]提出的经常购买模型有效地解决了重复购买前下单产品的市场扩散问题. 艾兴政等^[9]提出的广告媒介下两种产品竞争与扩散模型研究对于存在市场竞争前提下产品的市场扩散行为进行了研究. 万福才等^[10]在产品生命周期量化描述前提下, 提出一个非线性半无限规划的相关新产品组合投入模型, 并用微粒群优化算法求解. 创新产品扩散的多阶段动态模型^[11]运用动态分析的方

收稿日期: 2005-12-04; 修回日期: 2006-03-08.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (60574062, 50475075); 高等学校博士学科点专项科研基金项目 (20040286012).

作者简介: 马开平 (1976—), 女, 山东临清人, 博士生, 从事知识化制造自学习的研究; 严洪森 (1957—), 男, 浙江江山人, 教授, 博士生导师, 从事生产计划与调度、知识化制造等研究.

法对新产品的扩散过程进行了动态控制分析,并以 internet 为例进行了实证分析.但到目前为止,仍然缺少存在市场竞争前提下考虑重复购买现象的产品市场扩散行为研究.文中针对知识化制造的需求,提出一种存在重复购买的产品竞争与市场扩散行为的非线性系统模型,旨在对竞争条件下重复购买产品的市场扩散行为进行探讨.

2 模型建立

存在重复购买现象的产品可以分为两类:一类是日常用品、工业易耗品等,这类产品从产品上市开始销售就存在重复购买现象,文中称为经常购买产品;另一类产品是耐用消费品,文中称为耐用重购产品,这类产品在投放市场初期并不存在重复购买,但随着产品逐渐老化,达到其期望使用寿命后,开始出现重复购买,这时购买者由两部分组成,一部分是由首次购买该产品的购买者组成,另一部分由已购买者中的部分重复购买者组成.

首先考虑第一类产品,即经常购买产品的市场扩散行为.假设市场上存在 A 和 B 两种经常购买产品,其中 B 产品为 A 产品的换代产品.根据使用产品不同可以将市场的消费者分为 3 类:A 产品采用者、B 产品采用者和潜在采用者,标记 x, y, z . λ_1 和 λ_2 分别为 A, B 两种产品的消耗率,即某一时刻 A, B 两种产品采用者流失的数量为 $\lambda_1 x$ 和 $\lambda_2 y$,这些采用者使用的产品被消耗后进入潜在采用者人群. A 和 B 两种产品的市场扩散系数分别为 a 和 b ,假定整个市场的消费者数量不变,即 $x + y + z = M$,而且单种产品的扩散符合 bass 规律,则 A 和 B 两种产品在某一时刻的市场销售量分别可表示为 axz/M 和 byz/M .由此得到反映 3 类消费者群体变化的微分动力学模型为

$$\begin{cases} \dot{x} = axz/M - \lambda_1 x, \\ \dot{y} = byz/M - \lambda_2 y, \\ \dot{z} = \lambda_1 x + \lambda_2 y - axz/M - byz/M. \end{cases} \quad (1)$$

考虑到 $x + y + z = M, \dot{x} + \dot{y} + \dot{z} = 0$,模型(1)可简化为

$$\begin{cases} \dot{x} = ax(1 - x/M - y/M) - \lambda_1 x, \\ \dot{y} = by(1 - x/M - y/M) - \lambda_2 y. \end{cases} \quad (2)$$

3 模型分析

定义 1(非线性系统的平衡点) 对于非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, y), \\ \dot{y} = g(x, y), \end{cases} \quad (3)$$

若存在一点 $P_i(x_i, y_i)$, 满足 $f(x_i, y_i) = g(x_i, y_i) = 0$, 则称 P_i 为非线性系统的一个平衡点.

定义 2(线性化矩阵) 设 P_i 为非线性系统(3)的一个平衡点, 则矩阵

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} \end{bmatrix}_{x=x_i, y=y_i}$$

为非线性系统在 P_i 点的约简线性化矩阵.

对于一般非线性系统而言,其解析形式的定量解很难得到.考虑到非线性系统(2)中时间导数 \dot{x}, \dot{y} 仅与 x, y 有关,变量 t 并不作为独立变量引入函数,因此非线性系统(2)是一自治系统,可以运用相平面图方法对系统的动态稳定性进行定性图解分析^[12].

根据以上定义,非线性系统(2)的平衡点方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = ax(1 - x/M - y/M) - \lambda_1 x = 0, \\ \dot{y} = by(1 - x/M - y/M) - \lambda_2 y = 0. \end{cases}$$

求解可知系统存在 3 个平衡点,分别为 $P_1(0, 0), P_2(0, M(1 - \lambda_2/b)), P_3(M(1 - \lambda_1/a), 0)$, 3 个平衡点分别位于原点和两个坐标轴上. $\dot{x} = 0$ 和 $\dot{y} = 0$ 的临界线分别为 $1 - x/M - y/M - \lambda_1/a = 0$ 和 $1 - x/M - y/M - \lambda_2/b = 0$, 将第 1 象限分为 3 个区域, 则经常购买产品的竞争扩散过程如图 1 所示.

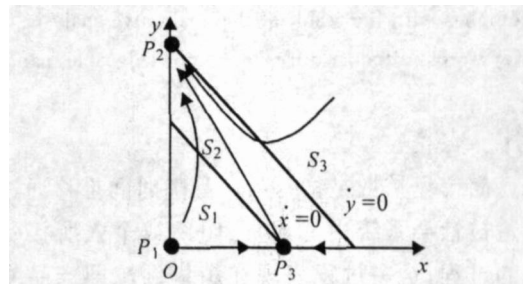


图 1 经常购买产品的竞争扩散过程

注 1 通常意义上讲,换代产品 B 在性能上优于 A 产品且较 A 产品具有更强的竞争能力,因而 B 产品扩散速度快于 A 产品且消耗率低于 A 产品,即 $a < b$ 且 $\lambda_1 > \lambda_2$, 于是 $M(1 - \lambda_2/b) > M(1 - \lambda_1/a)$. 同时任一种产品扩散速度快于消耗速度,即 $a > \lambda_1, b > \lambda_2$.

定理 1 $P_1(0, 0), P_2(0, M(1 - \lambda_2/b)), P_3(M(1 - \lambda_1/a), 0)$ 为系统(2)的 3 个平衡点. 当系统满足 $a < b, \lambda_1 > \lambda_2, a > \lambda_1, b > \lambda_2$ 时, P_1, P_2, P_3 分别为系统的不稳定节点、稳定节点和鞍点. 对于任意满足 $x(0) > 0, y(0) > 0$ 的起始点 $(x(0), y(0))$, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $x(t) \rightarrow 0, y(t) \rightarrow M(1 - \lambda_2/b)$.

证明 显然 $P_1(0, 0), P_2(0, M(1 - \lambda_2/b)),$

$P_3(M(1 - 1/a), 0)$ 为系统(2) 的 3 个平衡点.

记 $\dot{x} = f(x, y), \dot{y} = g(x, y)$, 则系统

$$\begin{cases} \dot{x} = ax(1 - x/M - y/M) - 1x, \\ \dot{y} = by(1 - x/M - y/M) - 2y \end{cases}$$

的约简线性化矩阵为

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a - 1 - 2a\frac{x}{M} - a\frac{y}{M} & -a\frac{x}{M} \\ -b\frac{y}{M} & b - 2 - b\frac{x}{M} - 2b\frac{y}{M} \end{bmatrix} \quad (4)$$

根据文献[13], 双变量非线性系统在平衡点的局部稳定性可以通过 $|J|$ 的符号, $\text{tr } J$ 的符号, $(\text{tr } J)^2$ 与 $4|J|$ 的大小关系进行判断.

对于 P_1 点, 其约简线性化的系数矩阵行列式为

$$|J_{P_1}| = \begin{vmatrix} a - 1 & 0 \\ 0 & b - 2 \end{vmatrix}, \quad (5)$$

则有 $(\text{tr } J_{P_1})^2 > 4|J_{P_1}|, \text{tr } J_{P_1} > 0, |J_{P_1}| > 0, P_1$ 为不稳定节点.

对于 P_2 点, 其约简线性化系数矩阵行列式为

$$|J_{P_2}| = \begin{vmatrix} \frac{a}{b} - 2 - 1 & 0 \\ 2 - b & 2 - b \end{vmatrix}, \quad (6)$$

则有 $(\text{tr } J_{P_2})^2 > 4|J_{P_2}|, \text{tr } J_{P_2} < 0, |J_{P_2}| > 0, P_2$ 为稳定节点.

对于点 P_3 , 其约简线性化矩阵行列式为

$$|J_{P_3}| = \begin{vmatrix} 1 - a & 1 - a \\ 0 & \frac{b}{a} - 1 - 2 \end{vmatrix}, \quad (7)$$

则有 $|J_{P_3}| < 0, P_3$ 为鞍点.

在 S_1 区域, $\dot{x} > 0, \dot{y} > 0$; 在 S_2 区域, $\dot{x} < 0, \dot{y} > 0$; 在 S_3 区域, $\dot{x} < 0, \dot{y} < 0$.

如图 1 所示, 任意从大于零的初始点出发的轨线最终都趋于 P_2 点.

由此可见, 两种经常购买产品在同一市场范围内扩散, 换代产品在性能上优于原产品, 最终市场被换代产品占据, 原产品遭淘汰. 产品销售量维持在一定的水平, 直到新产品的出现打破这种平衡为止. 特别地, 若 $1 = 2 = 0$, 即原产品及其换代产品都不存在重复购买现象, 系统演化为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{x} = ax(1 - x/M - y/M), \\ \dot{y} = by(1 - x/M - y/M). \end{cases} \quad (8)$$

除了点(0,0) 外, 系统(8) 在临界线 $M - x - y = 0$ 上的任意一点也都是平衡的. 临界线将第 1 象限划分为 2 个部分, 描述系统动态特性的相平面图如图 2 所示. 在 S_1 区域 $\dot{x} > 0, \dot{y} > 0$; 在 S_2 区域 $\dot{x} < 0, \dot{y} > 0$. 在 S_3 区域 $\dot{x} < 0, \dot{y} < 0$. 在 S_2 区域 $x + y > M$, 这种情形在实际中是不可能出现的, 因此问题讨论只有在 S_1 区域有意义.

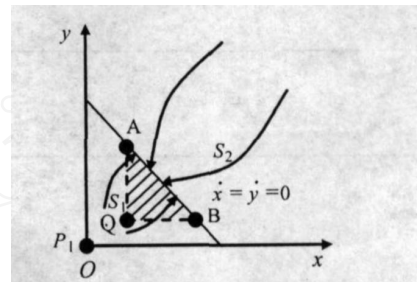


图 2 单次购买产品的市场扩散过程

设 Q 为系统的起始点, 由于在 S_1 区域 $\dot{x} > 0, \dot{y} > 0$, 系统的扩散轨线均落在图 2 所示阴影部分中, 系统平衡点必将落在线段 AB 上, 起始点 Q 的位置决定了系统可扩散空间的大小, 两种产品扩散速度的不同决定了平衡点在 AB 上位置的不同.

由此可见, 这种情况下两种产品最终共同存在于市场中, 并各自占有稳定的市场份额. 市场份额的大小取决于两种产品的初始规模和扩散速度. 如果换代产品引入市场时, 原产品已经占据了绝大部分的市场份额, 新产品将无法利用其性能优势占领市场. 反之, 在原产品在市场上得到大幅推广之前, 将换代产品迅速引入市场, 换代产品将同原产品共同占有市场. 因此对于此类产品而言, 在决定将换代产品引入市场时要进行充分的市场分析, 把握适当的开发时机.

4 耐用重购产品的市场竞争与扩散行为分析

前文分析并研究了经常购买产品的市场扩散行为, 现在对耐用重购产品的市场竞争与扩散行为进行类似的分析. 在引入市场的最初一段时期内, 市场内仅存在一种产品且产品不存在重复购买现象. 随着时间的推移, 市场上开始出现换代产品, 产品在达到其使用寿命之后, 已购买的产品按照一定比率淘汰出市场, 两种产品相继出现重复购买现象. 在整个市场扩散过程中, 原产品及其换代产品可能呈现如表 1 所示的几种典型的扩散行为模式. 表 1 中“1”表示“是”;“0”表示“否”;“-”表示由于产品不存在, 讨论重复购买无意义.

设 T_1 和 T_2 分别为两种产品的使用寿命, 不失一般性, 认为换代产品的使用寿命长于原产品, 即 $T_1 < T_2$, 原产品一定早于换代产品出现重购现象,

表 1 几种典型的扩散行为模式

类型	是否引入市场		是否重复购买		扩散行为模式
	原产品	换代产品	原产品	换代产品	
	1	0	0	-	$\dot{x} = a \frac{x}{M} z$ $\dot{z} = -a \frac{x}{M} z$
	1	0	1	-	$\dot{x} = a \frac{x}{M} z - 1x$ $\dot{z} = 1x - a \frac{x}{M} z$
	1	1	0	0	$\dot{x} = a \frac{x}{M} z$ $\dot{y} = b \frac{y}{M} z$ $\dot{z} = -a \frac{x}{M} z - b \frac{y}{M} z$
	1	1	1	0	$\dot{x} = a \frac{x}{M} z - 1x$ $\dot{y} = b \frac{y}{M} z$ $\dot{z} = 1x - a \frac{x}{M} z - b \frac{y}{M} z$
	1	1	1	1	$\dot{x} = a \frac{x}{M} z - 1x$ $\dot{y} = b \frac{y}{M} z - 2y$ $\dot{z} = 1x + 2y - a \frac{x}{M} z - b \frac{y}{M} z$
	1	1	0	1	$\dot{x} = a \frac{x}{M} z$ $\dot{y} = b \frac{y}{M} z - 2y$ $\dot{z} = 2y - a \frac{x}{M} z - b \frac{y}{M} z$

因此对表 1 中模式 所描述的情况不予考虑. 以原产品引入市场的时间为起点, 设换代产品引入市场的时间为 T_0 , 为此对 3 类消费者群体的购买行为模式讨论如表 2 所示, 表 2 中符号意义同表 1.

5 仿真分析

以图 1 所示经常购买的系统动力学模型为例, 将该模型用 vensim 软件进行仿真. 给定参数为 $a = 0.15, b = 0.35, \tau_1 = 0.075, \tau_2 = 0.05$, 初值 $x_0 = 90, y_0 = 10, z_0 = 172\ 500$, 对前述模型用 vensim 软件进行仿真, 得到仿真结果如图 3 所示.

图 3 中扩散 a 和扩散 b 分别表示产品 A 和产品 B 的扩散速度, 直观上反映为两种产品的当期销售量. 由仿真结果可知, 产品 A 及其换代产品 B 在同一个市场内扩散, 产品 B 较产品 A 有更强的竞争能力. 随着产品 B 被越来越多的消费者采用, 产品 A 逐渐淡出市场, 直至完全被产品 B 淘汰, 产品 B 的市场占有量及其销售量均维持在一个稳定的水平, 直到更新一代的产品出现为止. 这一结果与定性分析结果相一致.

其他情况下的产品市场扩散行为可进行类似

表 2 各种条件下适用的市场扩散模型

条件	t	是否引入市场		是否重复购买		产品市场扩散模型
		原产品	换代产品	原产品	换代产品	
$T_0 < T_1$	$0 < t < T_0$	1	0	0	-	
	$T_0 < t < T_1$	1	1	0	0	
	$T_1 < t < T_0 + T_2$	1	1	1	0	
	$t > T_0 + T_2$	1	1	1	1	
$T_0 = T_1$	$0 < t < T_0 = T_1$	1	0	0	-	
	$T_0 = T_1 < t < T_0 + T_2$	1	1	1	0	
	$t > T_0 + T_2 = T_1 + T_2$	1	1	1	1	
$T_0 > T_1$	$0 < t < T_1$	1	0	0	-	
	$T_1 < t < T_0$	1	0	1	-	
	$T_0 < t < T_0 + T_2$	1	1	1	0	
	$t > T_0 + T_2$	1	1	1	1	

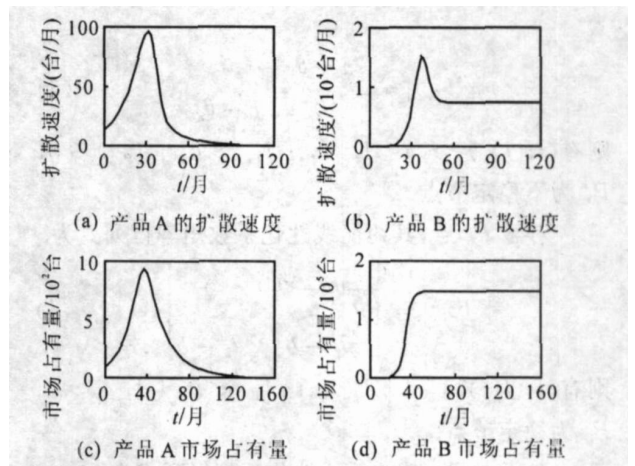


图 3 仿真分析结果

的分析. 由于篇幅所限, 文中不一一讨论.

6 结 语

产品市场扩散理论及其模型的研究作为近年来市场营销领域一个重大课题, 已经开始引起了制造业决策者和学术界相关人士的普遍关注. 有关其理论和方法的研究, 目前已取得了较大进展, 然而国内学者在这方面的研究仍处于起步阶段. 文中以 bass 模型为基础, 建立了重复购买条件下两种产品的竞争与市场扩散模型, 而后对模型进行了稳定性分析. 给定相关参数, 用 vensim 软件对模型进行仿真, 仿真结果验证了稳定性分析的正确性, 并为此后多种类型产品扩散模型的建立奠定了基础. 多种类型产品市场扩散模型一经建立, 便可利用产品的历史样本数据对被采用的各种历史模型及其在相应预测活动中的表现进行分析, 从中找出预测精度最高的模型进行产品未来市场扩散行为的预测, 这就是

知识化制造环境下预测自主学习的基本思想. 将市场扩散模型融入知识化制造系统, 必将为知识化制造系统赋予更加丰富的内涵.

参考文献(References)

- [1] 严洪森, 刘飞. 知识化制造系统——新一代先进制造系统[J]. 计算机集成制造系统, 2001, 7(8): 7-11.
(Yan H S, Liu F. Knowledgeable manufacturing system—A new kind of advanced manufacturing system [J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2001, 7(8): 7-11.)
- [2] Bass F M. A new product growth model for consumer durables[J]. Management Science, 1969, 15(5): 215-227.
- [3] Steffens P R, Murphy D N. A mathematical model for new product diffusion: The influence of innovators and imitators[J]. Mathematical and Computer Modeling, 1992, 16(4): 11-26.
- [4] Tanny S M, Derzko N A. Innovators and imitators in innovation diffusion Modeling [J]. J of Forecasting, 1988, 7(4): 225-234.
- [5] 张彬, 杨国英, 荣国辉. 产品扩散模型在 internet 采用者分析中的应用[J]. 中国管理科学, 2004, 10(2): 51-56.
(Zhang B, Yang G Y, Rong G H. Application of diffusion models for internet consumer analysis [J]. Chinese J of Management Science, 2004, 10(2): 51-56.)
- [6] Steffens P R. A model of multiple-unit ownership as a diffusion process [J]. Technological Forecasting and Social Change, 2003, 70(9): 901-917.
- [7] 王海云, 尚志田. 重复购买产品的产品生命周期模型研究[J]. 中国管理科学, 2002, 10(2): 24-29.
(Wang H Y, Shang Z T. The research on repurchasing product life cycle model[J]. Chinese J of Management Science, 2002, 10(2): 24-29.)
- [8] 乔忠, 王福华, 刘巍. 经常购买模型及其参数的极大似然估计[J]. 系统工程, 2004, 22(6): 25-28.
(Qiao Z, Wang F H, Liu W. Frequent purchased models and maximum likelihood estimation for its parameters[J]. Systems Engineering, 2004, 22(6): 25-28.)
- [9] 艾兴政, 唐小我. 广告媒介下两种产品竞争与扩散模型研究[J]. 管理工程学报, 2000, 14(3): 19-22.
(Ai X Z, Tang X W. Study of competition and diffusion models about two products in advertisement [J]. J of Industrial Engineering / Engineering Management, 2000, 14(3): 19-22.)
- [10] 万福才, 汪定伟, 李彦平. 微粒群优化算法在相关新产品组合投入的应用[J]. 控制与决策, 2004, 19(5): 520-524.
(Wan F C, Wang D W, Li Y P. Particle swarm optimization of correlative product combinatorial introduction model[J]. Control and Decision, 2004, 19(5): 520-524.)
- [11] 胡知能, 徐玖平. 创新产品扩散的多阶段动态模型[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(4): 15-21.
(Hu Z N, Xu J P. Multi-stage dynamical model of innovation product diffusion[J]. Systems Engineering: Theory and Practice, 2005, 25(4): 15-21.)
- [12] 马知恩, 周义仓. 常微分方程定性性与稳定性方法[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
(Ma Z E, Zhou Y C. Qualitative and stability theory of ordinary differential equation [M]. Beijing: Science Press, 2001.)
- [13] 蒋中一. 数理经济学的基本方法[M]. 北京: 商务印书馆, 2003.
(Chiang A C. Fundamental methods of mathematical economics[M]. Beijing: Commercial Press, 2003.)

(上接第 142 页)

- [7] Betous-Almeida C, Kanoun K. Construction and stepwise refinement of dependability models [J]. Performance Evaluation, 2004, 56(1): 277-306.
- [8] Suzuki I, Murata T. A method for stepwise refinement and abstraction of petri nets [J]. J of Computer and System Science, 1983, 27(1): 51-76.
- [9] Brauer W, Gold R, Vogler W. A survey of behaviour and equivalence preserving refinements of petri nets [J]. Lecture Notes in Computer Science, 1990, 483: 1-46.
- [10] Huang H J, Cheung T Y, Mak W M. Structure and behavior preservation by Petri-net-based refinements in system design [J]. Theoretical Computer Science, 2004, 328(3): 245-269.
- [11] Murata T. Petri nets: Properties, analysis and applications[J]. Proc of the IEEE, 1989, 77(4): 541-580.
- [12] Park J, Reveliotis S. Deadlock avoidance in sequential resource allocation systems with multiple resource acquisitions and flexible routings [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2001, 46(10): 1572-1583.