

文章编号: 1001-0920(2007)02-0148-07

不确定线性 2-D 离散系统的鲁棒滑模控制

吴立刚, 王常虹, 高会军

(哈尔滨工业大学 空间控制与惯性技术研究中心, 哈尔滨 150001)

摘要: 针对不确定线性离散二维 (2-D) 系统, 研究了其鲁棒稳定性、鲁棒镇定和鲁棒滑模控制问题. 基于线性矩阵不等式的方法推导了该系统鲁棒渐近稳定的充分条件, 并给出了系统状态反馈镇定器和理想滑动模态存在的充分条件. 改进了离散时间滑模控制系统的趋近律方法, 使得状态能够到达滑模面上产生理想的滑动模态, 并将其推广应用到 2-D 离散系统中, 综合了一类滑模控制器保证闭环系统鲁棒渐近稳定. 仿真实例证实了该设计方法的有效性.

关键词: 滑模控制; 二维系统; 离散系统; 不确定性; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Robust sliding mode control for a class of uncertain linear 2-D discrete-time systems

WU Li-gang, WANG Chang-hong, GAO Hui-jun

(Space Control and Inertia Technology Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China.

Correspondent: WU Li-gang, E-mail: ligangwu@hit.edu.cn)

Abstract: For a class of uncertain linear two-dimensional (2-D) discrete-time systems, the problems of robust stability analysis, state feedback robust stabilization and robust sliding mode control is concerned. A sufficient condition is proposed for robust asymptotic stability of the autonomous system in terms of linear matrix inequality (LMI). Based on that condition, some sufficient conditions are also developed for the existence of stabilization controller and ideal sliding mode. Moreover, the reaching law method used for one-dimensional (1-D) discrete-time systems is further extended and improved to investigate the sliding mode controller (SMC) design for 2-D discrete-time system. A SMC is synthesized by using the extended reaching law method, which guarantees the closed-loop system robust and asymptotically stable. A numerical example illustrates the effectiveness of the proposed design scheme.

Key words: Sliding mode control; Two-dimensional systems; Discrete-time systems; Uncertainties; Linear matrix inequality

1 引言

滑模变结构控制由于具有较强的鲁棒性而受到学者的广泛关注. 在近 20 年中, 滑模控制已成功应用于各个实际工程系统中, 如机器人手臂控制、挠性空间飞行器控制、电力发动机控制和空间机器人控制等. 一般而言, 滑模控制借助一类切换控制使得系统的状态轨迹到达预定的滑模面上产生滑动模态, 而另一方面又通过设计适当的滑模面使得该滑动模态具有希望的特性, 如稳定性、抗干扰性和跟踪性等. 近年来, 有关滑模控制的理论研究有很多文献报道, 如滑模控制不确定时滞系统^[1-3]、滑模控制离散时间系统^[4,5]、滑模输出反馈控制问题^[6-8]等. 以上研

究均为滑模控制一维系统, 而针对二维系统的相关结果还较少见到, 因此有必要进行推广性的研究.

近年来, 二维离散系统的研究受到广泛关注, 在图像处理 and 传输、热处理和水流加热等实际应用中得到了广泛的应用. 文献[9,10]研究了其稳定性问题, 文献[11,12]研究了其控制器设计和滤波器设计问题; 文献[13]进一步探讨了其模型降阶问题. 但二维系统的滑模控制还较少得到研究.

本文研究了一类不确定线性离散时间二维 (2-D) 系统的稳定性分析、状态反馈鲁棒镇定和鲁棒滑模控制问题. 首先基于线性矩阵不等式的方法推导了该自治系统鲁棒渐近稳定的充分条件, 并在此基

收稿日期: 2005-10-24; 修回日期: 2006-01-09.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (60504008).

作者简介: 吴立刚 (1977—), 男, 江西宜黄人, 博士生, 从事时滞系统、鲁棒控制等研究; 王常虹 (1961—), 男, 辽宁鞍山人, 教授, 博士生导师, 从事智能控制、鲁棒控制等研究.

基础上给出系统状态反馈镇定器和理想滑动模态存在的充分条件. 改进了离散时间系统的趋近律方法, 并将其推广到 2-D 离散系统的滑模控制器设计上. 改进的趋近律使得系统状态能够到达滑模面上产生理想的滑动模态. 最后综合一类滑模控制器, 保证闭环系统鲁棒渐近稳定. 仿真实例进一步证实了该设计方法的有效性.

2 问题描述与准备知识

考虑如下 2-D 线性离散时间系统:

$$\begin{bmatrix} x^h(i+1, j) \\ x^v(i, j+1) \end{bmatrix} = (A + \Delta A) \begin{bmatrix} x^h(i, j) \\ x^v(i, j) \end{bmatrix} + Bu(i, j). \tag{1}$$

其中: $x^h(i, j) \in \mathbb{R}^{n_1}$, $x^v(i, j) \in \mathbb{R}^{n_2}$ 分别为系统水平和垂直方向的状态向量; $u(i, j) \in \mathbb{R}^m$ 为控制输入; A, B 为给定的系统常值矩阵; ΔA 为参数不确定性, 假定其范数有界且 $\Delta A = MF(i, j)N$, M 和 N 为已知的常矩阵, $F(i, j)$ 为未知实矩阵函数且满足 $F^T(i, j)F(i, j) \leq I$.

令 $x(i, j) = [(x^h(i, j))^T \ (x^v(i, j))^T]^T$. 边界条件 (X_0, R_0) 定义为

$$\begin{aligned} X_0 &= [(x^h(0, 0))^T \ (x^h(0, 1))^T \ (x^h(0, 2))^T \ \dots \\ &\quad (x^v(1, 0))^T \ (x^v(1, 0))^T \ (x^v(2, 0))^T \ \dots]^T, \\ R_0 &= \{r(0, 0) \ r(0, 1) \ \dots \ r(0, 0) \ r(1, 0) \ \dots\}. \end{aligned}$$

对边界条件作如下假设:

假设 1 假设边界条件满足

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^N (|x^h(0, k)|^2 + |x^v(k, 0)|^2) < \infty.$$

定义 1 二维离散系统(1)称为鲁棒渐近稳定的, 如果对于任意的边界条件 (X_0, R_0) 满足假设 1 使得 $\lim_{i+j \rightarrow \infty} |x(i, j)|^2 = 0$ 成立.

本文研究 3 个问题:

- 1) 自治系统(1) (令 $B = 0$) 的鲁棒稳定性分析.
- 2) 为系统(1) 寻求无记忆状态线性反馈镇定控制器 $u(i, j) = Kx(i, j)$, 使得闭环系统鲁棒渐近稳定(鲁棒镇定问题).
- 3) 设计滑模面和滑模控制器, 推导滑模面存在的充分条件, 进一步设计控制器使闭环系统鲁棒渐近稳定(滑模控制问题).

引理 1^[3] 给定矩阵 $Q = Q^T, R = R^T > 0$ 和适当维数的矩阵 M, N , 则

$$Q + MF(t)N + N^T F^T(t)M^T < 0.$$

对于任意满足 $F^T(t)F(t) \leq R$ 的 $F(t)$ 成立的充要条件是存在 $\gamma > 0$ 使得

$$Q + \gamma^{-1}MM^T + N^TRN < 0.$$

3 主要结论

3.1 鲁棒稳定性分析

考虑自治系统(1), 令 $B = 0$, 有

$$\begin{bmatrix} x^h(i+1, j) \\ x^v(i, j+1) \end{bmatrix} = (A + \Delta A) \begin{bmatrix} x^h(i, j) \\ x^v(i, j) \end{bmatrix}. \tag{2}$$

引理 2^[11] 系统(2) (当 $\Delta A = 0$) 渐近稳定的充分条件是存在矩阵 $Y = \text{diag}\{Y_h \ Y_v\} > 0$ 使得以下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -Y & YA^T \\ * & -Y \end{bmatrix} < 0. \tag{3}$$

引理 3 系统(2) 鲁棒渐近稳定的充分条件是存在矩阵 $Y = \text{diag}\{Y_h \ Y_v\} > 0$ 和标量 $\gamma > 0$ 使得以下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -Y & YA^T & YN^T \\ * & -Y + \gamma MM^T & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0. \tag{4}$$

引理 3 可由引理 2 应用引理 1 直接得到.

3.2 状态反馈鲁棒镇定

本小节应用引理 3 的稳定条件来讨论系统(1) 的鲁棒镇定问题. 设计如下状态反馈控制:

$$u(i, j) = Kx(i, j), \quad K \in \mathbb{R}^{m \times n}. \tag{5}$$

将式(5) 代入系统(1) 中, 得到闭环系统为

$$\begin{bmatrix} x^h(i+1, j) \\ x^v(i, j+1) \end{bmatrix} = (A + BK + \Delta A) \begin{bmatrix} x^h(i, j) \\ x^v(i, j) \end{bmatrix}. \tag{6}$$

鉴于引理 3 的鲁棒稳定条件, 容易得到闭环系统(6) 的鲁棒稳定条件.

定理 1 闭环系统(6) 为鲁棒可镇定的充分条件是存在矩阵 $Y = \text{diag}\{Y_h \ Y_v\} > 0$, X 和标量 $\gamma > 0$ 使得以下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -Y & (AY + BX)^T & YN^T \\ * & -Y + \gamma MM^T & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0. \tag{7}$$

状态反馈镇定控制器为

$$u(i, j) = Kx(i, j) = XY^{-1}x(i, j).$$

证明 将条件(4) 中的矩阵 A 替换为 $A + BK$ 并由 $K = XY^{-1}$ 可直接得到条件(7).

3.3 鲁棒滑模控制

本节重点讨论鲁棒滑模控制不确定离散 2-D 系统(1). 首先对趋近律的方法进行推广和改进. 高为炳^[14] 给出一维离散时间变结构控制系统的趋近律为

$$s(k+1) = (1 - qT)s(k) - T \text{sgn} s(k). \tag{8}$$

其中: T 为采样时间, $\gamma > 0$ 为趋近率, $q > 0$ 为近似率且 $1 - qT > 0$. 该趋近律不能保证系统状态轨迹最终趋近于滑模面上产生理想的滑动模态, 只能进入

一个以滑模面为中心的边界层里面作等幅振动,因此有必要对其进行改进. 这里,选择如下趋近律:

$$s(k+1) = (1 - qT)s(k) - Ts^2(k) \operatorname{sgn} s(k). \quad (9)$$

定理 2 趋近律(9)能够保证系统状态轨迹最终到达滑模面上产生理想的滑动模式.

证明 由式(9)可得到

$$\begin{aligned} s(k+1) &= (1 - qT)s(k) - Ts^2(k) \operatorname{sgn} s(k) = \\ &= (1 - qT)s(k) - \frac{Ts^3(k)}{|s(k)|} = \\ &= \left((1 - qT) - \frac{Ts^2(k)}{|s(k)|} \right) s(k), \quad (10) \end{aligned}$$

其中 $\lambda = (1 - qT) - Ts^2(k)/|s(k)|$. 可知只有当 $|\lambda| < 1$, 即 $|s(k)| > s^2(k)T/(2 - qT)$ 时 $|s(k+1)| < |s(k)|$. 而当 $|s(k)| = s^2(k)T/(2 - qT)$ 时, 有 $s(k+1) = -s(k)$, 即系统轨迹进入一个边界层里面, 该边界层即为 $s(k) = \pm s^2(k)T/(2 - qT)$. 但随着 $s(k) \rightarrow 0$, 该边界层也趋近于零. 因此说该趋近律能够使系统状态轨迹进入滑模面上, 从而渐近趋近于原点.

下面将该趋近律(9)扩展到研究二维离散系统, 设计为

$$\begin{bmatrix} s^h(i+1, j) \\ s^v(i, j+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - q_1 T & 0 \\ 0 & 1 - q_2 T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s^h(i, j) \\ s^v(i, j) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Ts^{h2}(i, j) & 0 \\ 0 & Ts^{v2}(i, j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \operatorname{sgn} s^h(i, j) \\ \operatorname{sgn} s^v(i, j) \end{bmatrix}. \quad (11)$$

证明该趋近律的可到达性与上文证明一维系统的过程相同, 这里略去. 下面将应用该趋近律来设计二维离散时间系统的滑模控制器. 假设对原系统进行模型转换, 使得系统(1)具有所谓的“标准形式”, 可另写为

$$\begin{bmatrix} x^h(i+1, j) \\ x^v(i, j+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 + A_1 & A_2 + A_2 \\ A_3 + A_3 & A_4 + A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^h(i, j) \\ x^v(i, j) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0_{n_2 \times m} \end{bmatrix} u^h(i, j) + \begin{bmatrix} 0_{n_1 \times m} \\ B_2 \end{bmatrix} u^v(i, j). \quad (12)$$

其中: $A_1 \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_1}, A_2 \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}, A_3 \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_1}, A_4 \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_2}, B_1 \in \mathbb{R}^{n_1 \times m}, B_2 \in \mathbb{R}^{n_2 \times m}$. 设不确定性为

$$\begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} F(i, j) [N_1, N_2]. \quad (13)$$

为得出本节结论, 引入如下两个假设:

假设 2 矩阵对 (A, B) 是可控制的.

假设 3 矩阵 B_1, B_2 是列满秩的且 $m_1 > m, n_2 > m$.

根据以上假设可知存在非奇异矩阵 T_1 和 T_2 使得

$$T_1 B_1 = \begin{bmatrix} 0_{(n_1-m) \times m} \\ \bar{B}_1 \end{bmatrix}, T_2 B_2 = \begin{bmatrix} 0_{(n_2-m) \times m} \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

其中 $\bar{B}_1 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 和 $\bar{B}_2 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 为非奇异矩阵. 为方便研究, 选择如下模型转换矩阵:

$$T_1 = [U_2 \ U_1]^T, T_2 = [V_2 \ V_1]^T.$$

其中: $U_1 \in \mathbb{R}^{n_1 \times m}, U_2 \in \mathbb{R}^{n_1 \times (n_1-m)}, V_1 \in \mathbb{R}^{n_2 \times m}, V_2 \in \mathbb{R}^{n_2 \times (n_2-m)}$. 有如下奇异值分解:

$$B_1 = [U_1 \ U_2] \begin{bmatrix} \Lambda_1 \\ 0_{(n_1-m) \times m} \end{bmatrix} W_1^T,$$

$$B_2 = [V_1 \ V_2] \begin{bmatrix} \Lambda_2 \\ 0_{(n_2-m) \times m} \end{bmatrix} W_2^T.$$

其中: $\Lambda_1 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 和 $\Lambda_2 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 为对角阵且为正定对称的, $W_1 \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_1}$ 和 $W_2 \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_2}$ 为酉阵.

通过状态变换 $z(i, j) = \operatorname{diag}\{T_1, T_2\} x(i, j)$, 系统(12)具有如下标准形式:

$$\begin{bmatrix} z_1^h(i+1, j) \\ z_2^h(i+1, j) \\ z_1^v(i, j+1) \\ z_2^v(i, j+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{111} & \bar{A}_{112} & \bar{A}_{211} & \bar{A}_{212} \\ \bar{A}_{121} & \bar{A}_{122} & \bar{A}_{221} & \bar{A}_{222} \\ \bar{A}_{311} & \bar{A}_{312} & \bar{A}_{411} & \bar{A}_{412} \\ \bar{A}_{321} & \bar{A}_{322} & \bar{A}_{421} & \bar{A}_{422} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1^h(i, j) \\ z_2^h(i, j) \\ z_1^v(i, j) \\ z_2^v(i, j) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{A}_{111} & \bar{A}_{112} & \bar{A}_{211} & \bar{A}_{212} \\ \bar{A}_{121} & \bar{A}_{122} & \bar{A}_{221} & \bar{A}_{222} \\ \bar{A}_{311} & \bar{A}_{312} & \bar{A}_{411} & \bar{A}_{412} \\ \bar{A}_{321} & \bar{A}_{322} & \bar{A}_{421} & \bar{A}_{422} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1^h(i, j) \\ z_2^h(i, j) \\ z_1^v(i, j) \\ z_2^v(i, j) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{(n_1-m) \times m} \\ \bar{B}_1 \\ 0_{(n_2-m) \times m} \\ 0_{m \times m} \end{bmatrix} u^h(i, j) + \begin{bmatrix} 0_{(n_1-m) \times m} \\ 0_{m \times m} \\ 0_{(n_2-m) \times m} \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix} u^v(i, j). \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{A}_{111} &= U_2^T A_1 U_2, \bar{A}_{112} = U_2^T A_1 U_1, \\ \bar{A}_{211} &= U_2^T A_2 V_2, \bar{A}_{212} = U_2^T A_2 V_1, \\ \bar{A}_{311} &= V_2^T A_3 U_2, \bar{A}_{312} = V_2^T A_3 U_1, \\ \bar{A}_{411} &= V_2^T A_4 V_2, \bar{A}_{412} = V_2^T A_4 V_1, \\ \bar{A}_{111} &= U_2^T \tilde{M}_1 F(i, j) \bar{N}_1 U_2, \\ \bar{A}_{112} &= U_2^T \tilde{M}_1 F(i, j) \bar{N}_1 U_1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{A}_{211} &= U_2^T \tilde{M}_1 F(i, j) \bar{N}_2 V_2, \\ \bar{A}_{212} &= U_2^T \tilde{M}_1 F(i, j) \bar{N}_2 V_1, \\ \bar{A}_{311} &= V_2^T \tilde{M}_2 F(i, j) \bar{N}_1 U_2, \\ \bar{A}_{312} &= V_2^T \tilde{M}_2 F(i, j) \bar{N}_1 U_1, \\ \bar{A}_{411} &= V_2^T \tilde{M}_2 F(i, j) \bar{N}_2 V_2, \\ \bar{A}_{412} &= V_2^T \tilde{M}_2 F(i, j) \bar{N}_2 V_1, \\ \bar{B}_1 &= W_1^T, \bar{B}_2 = W_2^T, \\ \tilde{M}_1 &= T_1 M_1, \tilde{M}_2 = T_2 M_2, \\ \bar{N}_1 &= N_1 T_1^{-1}, \bar{N}_2 = N_2 T_2^{-1}. \end{aligned}$$

设计如下线性切换函数:

$$s^h(i, j) = [C_1 \quad I] \begin{bmatrix} z_1^h(i, j) \\ z_2^h(i, j) \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$s^v(i, j) = [C_2 \quad I] \begin{bmatrix} z_1^v(i, j) \\ z_2^v(i, j) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

其中 $C_1 \in \mathbb{R}^{m \times (n_1 - m)}$ 和 $C_2 \in \mathbb{R}^{m \times (n_2 - m)}$ 为待定实矩阵. 当系统状态轨迹到达滑模面 $s^h(i, j) = 0$ 和 $s^v(i, j) = 0$ 上时, 产生滑动模态可描述为

$$\begin{bmatrix} z_1^h(i+1, j) \\ z_1^v(i, j+1) \end{bmatrix} = [\bar{A}_1 + \bar{A}_1 - (\bar{A}_2 + \bar{A}_2)C] \begin{bmatrix} z_1^h(i, j) \\ z_1^v(i, j) \end{bmatrix}. \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{A}_1 &= \begin{bmatrix} \dot{A}_{111} & \dot{A}_{211} \\ \dot{A}_{311} & \dot{A}_{411} \end{bmatrix} = \tilde{M}F(i, j) \bar{N}_1, \\ \tilde{A}_2 &= \begin{bmatrix} \dot{A}_{112} & \dot{A}_{212} \\ \dot{A}_{312} & \dot{A}_{412} \end{bmatrix} = \tilde{M}F(i, j) \bar{N}_2, \\ \tilde{A}_1 &= \begin{bmatrix} \dot{A}_{111} & \dot{A}_{211} \\ \dot{A}_{311} & \dot{A}_{411} \end{bmatrix}, \tilde{A}_2 = \begin{bmatrix} \dot{A}_{112} & \dot{A}_{212} \\ \dot{A}_{312} & \dot{A}_{412} \end{bmatrix}, \\ C &= \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{bmatrix}, \tilde{M} = \begin{bmatrix} U_2^T \tilde{M}_1 \\ V_2^T \tilde{M}_2 \end{bmatrix}, \\ \bar{N}_1 &= [\bar{N}_1 U_2 \quad \bar{N}_2 V_2], \\ \bar{N}_2 &= [\bar{N}_1 U_1 \quad \bar{N}_2 V_1]. \end{aligned}$$

以下定理给出滑动模态(18)鲁棒渐近稳定的充分条件, 也称之为滑动模态存在条件.

定理 3 滑动模态(18)鲁棒渐近稳定的充分条件为存在矩阵 $y = \text{diag}\{y_h, y_v\} > 0$, $x = \text{diag}\{x_h, x_v\}$ 和标量 $\gamma > 0$ 使得以下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -y & (\bar{A}_1 y - \tilde{A}_2 x)^T & (\bar{N}_1 y - \bar{N}_2 x)^T \\ * & -y + \tilde{M}\tilde{M}^T & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (19)$$

切换函数(16)和(17)可表示为

$$\begin{aligned} s^h(i, j) &= x_h y_h^{-1} z_1^h(i, j) + z_2^h(i, j), \\ s^v(i, j) &= x_v y_v^{-1} z_1^v(i, j) + z_2^v(i, j). \end{aligned} \quad (20)$$

证明 系统(18)可写为

$$\begin{bmatrix} z_1^h(i+1, j) \\ z_1^v(i, j+1) \end{bmatrix} = (\hat{A} + \hat{A}) \begin{bmatrix} z_1^h(i, j) \\ z_1^v(i, j) \end{bmatrix}. \quad (21)$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{A} &= \tilde{A}_1 - \tilde{A}_2 C, \\ \hat{A} &= \tilde{A}_1 - \tilde{A}_2 C = \tilde{M}F(i, j) \bar{N}, \\ \bar{N} &= \bar{N}_1 - \bar{N}_2 C \end{aligned}$$

应用引理 2 可以得到系统(18)鲁棒渐近稳定的条件为存在矩阵 $y = \text{diag}\{y_h, y_v\} > 0$ 和标量 $\gamma > 0$ 使得

$$\begin{bmatrix} -y & y(\bar{A}_1 - \tilde{A}_2 C)^T & y(\bar{N}_1 - \bar{N}_2 C)^T \\ * & -y + \tilde{M}\tilde{M}^T & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (22)$$

其中: $y_h \in \mathbb{R}^{(n_1 - m) \times (n_1 - m)}$, $y_v \in \mathbb{R}^{(n_2 - m) \times (n_2 - m)}$. 进一步, 式(2)中令 $Cy = x$, 可以得到式(19). 由等式 $Cy = x$ 可以看出 x 为对角块矩阵, 因此可以用 $x = \text{diag}\{x_h, x_v\}$ 来表示.

下面进行滑模变结构控制器的设计, 使系统状态轨迹能够在有限时间内到达预定的滑模面上, 并始终保持在上面直到趋近于系统原点. 根据式(11), (15), (16)和(17)可得到

$$\begin{aligned} s^h(i+1, j) &= [C_1 \quad I] \begin{bmatrix} z_1^h(i+1, j) \\ z_2^h(i+1, j) \end{bmatrix} = \\ &= [C_1 \quad I] \left\{ \begin{bmatrix} \dot{A}_{111} & \dot{A}_{112} & \dot{A}_{211} & \dot{A}_{212} \\ \dot{A}_{121} & \dot{A}_{122} & \dot{A}_{221} & \dot{A}_{222} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1^h(i, j) \\ z_2^h(i, j) \\ z_1^v(i, j) \\ z_2^v(i, j) \end{bmatrix} + \right. \\ &\quad \left. \begin{bmatrix} \dot{A}_{111} & \dot{A}_{112} & \dot{A}_{211} & \dot{A}_{212} \\ \dot{A}_{121} & \dot{A}_{122} & \dot{A}_{221} & \dot{A}_{222} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1^h(i, j) \\ z_2^h(i, j) \\ z_1^v(i, j) \\ z_2^v(i, j) \end{bmatrix} + \right. \\ &\quad \left. \begin{bmatrix} 0_{(n_1 - m) \times m} \\ \bar{B}_1 \end{bmatrix} u^h(i, j) \right\} = \\ &= (1 - q_1 T) s^h(i, j) - Ts^{h2}(i, j) \text{sgn } s^h(i, j), \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} s^v(i, j+1) &= [C_2 \quad I] \begin{bmatrix} z_1^v(i, j+1) \\ z_2^v(i, j+1) \end{bmatrix} = \\ &= [C_2 \quad I] \left\{ \begin{bmatrix} \dot{A}_{311} & \dot{A}_{312} & \dot{A}_{411} & \dot{A}_{412} \\ \dot{A}_{321} & \dot{A}_{322} & \dot{A}_{421} & \dot{A}_{422} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1^h(i, j) \\ z_2^h(i, j) \\ z_1^v(i, j) \\ z_2^v(i, j) \end{bmatrix} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{A}}_{311} & \dot{\bar{A}}_{312} & \dot{\bar{A}}_{411} & \dot{\bar{A}}_{412} \\ \dot{\bar{A}}_{321} & \dot{\bar{A}}_{322} & \dot{\bar{A}}_{421} & \dot{\bar{A}}_{422} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1^h(i, j) \\ z_2^h(i, j) \\ z_1^v(i, j) \\ z_2^v(i, j) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{(n_2-m) \times m} \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix} u^v(i, j) = (1 - \varphi T) s^v(i, j) - Ts^{v^2}(i, j) \operatorname{sgn} s^v(i, j). \quad (24)$$

在式(23)和(24)中

$$\begin{aligned} \dot{\bar{A}}_{121} &= U_1^T A_1 U_2, \dot{\bar{A}}_{122} = U_1^T A_1 U_1, \\ \dot{\bar{A}}_{221} &= U_1^T A_2 V_2, \dot{\bar{A}}_{222} = U_1^T A_2 V_1, \\ \dot{\bar{A}}_{321} &= V_1^T A_3 U_2, \dot{\bar{A}}_{322} = V_1^T A_3 U_1, \\ \dot{\bar{A}}_{421} &= V_1^T A_4 V_2, \dot{\bar{A}}_{422} = V_1^T A_4 V_1, \\ \dot{\bar{A}}_{121} &= U_1^T \tilde{M}_1 F(i, j) \bar{N}_1 U_2, \\ \dot{\bar{A}}_{122} &= U_1^T \tilde{M}_1 F(i, j) \bar{N}_1 U_1, \\ \dot{\bar{A}}_{221} &= U_1^T \tilde{M}_1 F(i, j) \bar{N}_2 V_2, \\ \dot{\bar{A}}_{222} &= U_1^T \tilde{M}_1 F(i, j) \bar{N}_2 V_1, \\ \dot{\bar{A}}_{321} &= V_1^T \tilde{M}_2 F(i, j) \bar{N}_1 U_2, \\ \dot{\bar{A}}_{322} &= V_1^T \tilde{M}_2 F(i, j) \bar{N}_1 U_1, \\ \dot{\bar{A}}_{421} &= V_1^T \tilde{M}_2 F(i, j) \bar{N}_2 V_2, \\ \dot{\bar{A}}_{422} &= V_1^T \tilde{M}_2 F(i, j) \bar{N}_2 V_1. \end{aligned}$$

因此,根据式(23)和(24)可以求得相应的滑模控制器为

$$\begin{aligned} u^h(i, j) &= -\bar{B}_1^{-1} \{ C_1 [\dot{\bar{A}}_{111} z_1^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{112} z_2^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{211} z_1^v(i, j) + \dot{\bar{A}}_{212} z_2^v(i, j) J + C_1 [\dot{\bar{A}}_{111} z_1^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{112} z_2^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{211} z_1^v(i, j) + \dot{\bar{A}}_{212} z_2^v(i, j) J + \dot{\bar{A}}_{121} z_1^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{122} z_2^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{221} z_1^v(i, j) + \dot{\bar{A}}_{222} z_2^v(i, j) + \dot{\bar{A}}_{121} z_1^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{122} z_2^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{221} z_1^v(i, j) + \dot{\bar{A}}_{222} z_2^v(i, j) - (1 - \varphi T) s^h(i, j) + Ts^{h^2}(i, j) \operatorname{sgn} s^h(i, j) \}, \quad (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u^v(i, j) &= -\bar{B}_2^{-1} \{ C_2 [\dot{\bar{A}}_{311} z_1^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{312} z_2^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{411} z_1^v(i, j) + \dot{\bar{A}}_{412} z_2^v(i, j) J + C_2 [\dot{\bar{A}}_{311} z_1^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{312} z_2^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{411} z_1^v(i, j) + \dot{\bar{A}}_{412} z_2^v(i, j) J + \dot{\bar{A}}_{321} z_1^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{322} z_2^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{421} z_1^v(i, j) + \dot{\bar{A}}_{422} z_2^v(i, j) + \dot{\bar{A}}_{321} z_1^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{322} z_2^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{421} z_1^v(i, j) + \dot{\bar{A}}_{422} z_2^v(i, j) - (1 - \varphi T) s^v(i, j) + Ts^{v^2}(i, j) \operatorname{sgn} s^v(i, j) \}. \quad (26) \end{aligned}$$

考虑到控制器(25)和(26)中含有不确定性,在

实际应用中是不能实现的,因此,根据不确定的范数有界性可得到如下新的控制器:

$$\begin{aligned} u^h(i, j) &= -\bar{B}_1^{-1} \{ C_1 [\dot{\bar{A}}_{111} z_1^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{112} z_2^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{211} z_1^v(i, j) + \dot{\bar{A}}_{212} z_2^v(i, j) J + |C_1 U_2^T \tilde{M}_1 \bar{N}_1 U_2 z_1^h(i, j)| + |C_1 U_2^T \tilde{M}_1 \bar{N}_1 U_1 z_2^h(i, j)| + |C_1 U_2^T \tilde{M}_1 \bar{N}_2 V_2 z_1^v(i, j)| + |C_1 U_2^T \tilde{M}_1 \bar{N}_2 V_1 z_2^v(i, j)| + \dot{\bar{A}}_{121} z_1^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{122} z_2^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{221} z_1^v(i, j) + \dot{\bar{A}}_{222} z_2^v(i, j) + |U_1^T \tilde{M}_1 \bar{N}_1 U_2 z_1^h(i, j)| + |U_1^T \tilde{M}_1 \bar{N}_1 U_1 z_2^h(i, j)| + |U_1^T \tilde{M}_1 \bar{N}_2 V_2 z_1^v(i, j)| + |U_1^T \tilde{M}_1 \bar{N}_2 V_1 z_2^v(i, j)| - (1 - \varphi T) s^h(i, j) + Ts^{h^2}(i, j) \operatorname{sgn} s^h(i, j) \}, \quad (27) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u^v(i, j) &= -\bar{B}_2^{-1} \{ C_2 [\dot{\bar{A}}_{311} z_1^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{312} z_2^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{411} z_1^v(i, j) + \dot{\bar{A}}_{412} z_2^v(i, j) J + |C_2 V_2^T \tilde{M}_2 \bar{N}_1 U_2 z_1^h(i, j)| + |C_2 V_2^T \tilde{M}_2 \bar{N}_1 U_1 z_2^h(i, j)| + |C_2 V_2^T \tilde{M}_2 \bar{N}_2 V_2 z_1^v(i, j)| + |C_2 V_2^T \tilde{M}_2 \bar{N}_2 V_1 z_2^v(i, j)| + \dot{\bar{A}}_{321} z_1^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{322} z_2^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{421} z_1^v(i, j) + \dot{\bar{A}}_{422} z_2^v(i, j) + |V_1^T \tilde{M}_2 \bar{N}_1 U_2 z_1^h(i, j)| + |V_1^T \tilde{M}_2 \bar{N}_1 U_1 z_2^h(i, j)| + |V_1^T \tilde{M}_2 \bar{N}_2 V_2 z_1^v(i, j)| + |V_1^T \tilde{M}_2 \bar{N}_2 V_1 z_2^v(i, j)| - (1 - \varphi T) s^v(i, j) + Ts^{v^2}(i, j) \operatorname{sgn} s^v(i, j) \}. \quad (28) \end{aligned}$$

定理4 在控制器 $u^h(i, j)$ 和 $u^v(i, j)$ 的共同作用下,系统状态轨迹能在有限时间内到达预定的滑模面上,并始终保持在其上,直到趋近于系统原点.

证明 首先证明水平方向状态的趋近情况.由

$$\begin{aligned} s^h(i, j) &= s^h(i+1, j) - s^h(i, j) = C_1 z_1^h(i+1, j) + z_2^h(i+1, j) - s^h(i, j) = C_1 [\dot{\bar{A}}_{111} z_1^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{112} z_2^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{211} z_1^v(i, j) + \dot{\bar{A}}_{212} z_2^v(i, j) J + C_1 [\dot{\bar{A}}_{111} z_1^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{112} z_2^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{211} z_1^v(i, j) + \dot{\bar{A}}_{212} z_2^v(i, j) J + \dot{\bar{A}}_{121} z_1^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{122} z_2^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{221} z_1^v(i, j) + \dot{\bar{A}}_{222} z_2^v(i, j) + \dot{\bar{A}}_{121} z_1^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{122} z_2^h(i, j) + \dot{\bar{A}}_{221} z_1^v(i, j) + \dot{\bar{A}}_{222} z_2^v(i, j) + \bar{B}_1^{-1} u^h(i, j) \}, \quad (29) \end{aligned}$$

将式(27)代入(29),可得

$$s^h(i, j) - q_1 Ts^h(i, j) - Ts^{h2}(i, j) \operatorname{sgn} s^h(i, j). \quad (30)$$

进一步可推出

$$\lim_{s^h(i, j) \rightarrow 0^+} s^h(i, j) < 0, \quad \lim_{s^h(i, j) \rightarrow 0^-} s^h(i, j) > 0. \quad (31)$$

因此,根据滑模面到达条件可知,控制器 $u^h(i, j)$ 能使系统水平方向状态轨迹到达并保持于预定的滑模面 $s^h(i, j) = 0$ 上,直到趋近于系统原点.垂直方向状态的趋近情况由控制器 $u^v(i, j)$ 来保证.其证明同水平方向一样,这里为避免不必要的重复,省略证明过程.综上,定理 4 得证.

定理 4 给出了滑模面的可到达性结论.从上面的分析可以看出,两个控制器 $u^h(i, j)$ 和 $u^v(i, j)$ 分别用来控制水平方向和垂直方向的状态.

4 仿真实例

考虑系统(1)并已知以下矩阵:

$$A = \begin{bmatrix} 0.65 & -0.25 & 0.25 & -0.30 \\ -0.20 & 0.75 & -0.30 & 0.15 \\ 0.45 & 0.20 & 0.60 & 0.25 \\ 0.25 & -0.30 & -0.75 & 0.40 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} 0.010 & 0.020 \\ 0.015 & 0.005 \\ 0.001 & 0.012 \\ 0.009 & 0.014 \end{bmatrix},$$

$$F(i, j) = \begin{bmatrix} \sin(i + j) & 0 \\ 0 & \cos(i + j) \end{bmatrix},$$

$$N = \begin{bmatrix} 0.002 & 0.005 & 0.011 & 0.009 \\ 0.010 & 0.001 & 0.003 & 0.010 \end{bmatrix},$$

$$T_1 = T_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

对原系统作模型变换 $z(i, j) = \operatorname{diag}\{T_1, T_2\} x(i, j)$, 使得其具有如下所谓的“标准形式”:

$$\begin{bmatrix} z_1^h(i + 1, j) \\ z_2^h(i + 1, j) \\ z_1^v(i, j + 1) \\ z_2^v(i, j + 1) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0.75 & -0.20 & 0.15 & -0.30 \\ -0.25 & 0.65 & -0.30 & 0.25 \\ -0.30 & 0.25 & 0.40 & -0.75 \\ 0.20 & 0.45 & 0.25 & 0.60 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1^h(i, j) \\ z_2^h(i, j) \\ z_1^v(i, j) \\ z_2^v(i, j) \end{bmatrix} +$$

$$\tilde{M}F(i, j)\bar{N} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u^h(i, j) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u^v(i, j).$$

其中

$$\tilde{M} = \begin{bmatrix} 0.015 & 0.005 \\ 0.010 & 0.020 \\ 0.009 & 0.014 \\ 0.001 & 0.012 \end{bmatrix},$$

$$\bar{N} = \begin{bmatrix} 0.005 & 0.002 & 0.009 & 0.011 \\ 0.001 & 0.010 & 0.010 & 0.003 \end{bmatrix}.$$

定义水平和垂直方向的切换函数分别为 $s^h(i, j) = c_1 z_1^h(i, j) + z_2^h(i, j)$ 和 $s^v(i, j) = c_2 z_1^v(i, j) + z_2^v(i, j)$, 可得到形如式(18)的滑动模态方程, 其中

$$\tilde{A}_1 = \begin{bmatrix} 0.75 & 0.15 \\ -0.30 & 0.40 \end{bmatrix}, \tilde{A}_2 = \begin{bmatrix} -0.20 & -0.30 \\ 0.25 & -0.75 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{A}_1 = \tilde{M}_1 F(i, j) \bar{N}_1, \tilde{A}_2 = \tilde{M} F(i, j) \bar{N}_2,$$

$$\tilde{M} = \begin{bmatrix} 0.010 & 0.020 \\ 0.001 & 0.012 \end{bmatrix}, \bar{N}_1 = \begin{bmatrix} 0.002 & 0.011 \\ 0.010 & 0.003 \end{bmatrix},$$

$$\bar{N}_2 = \begin{bmatrix} 0.005 & 0.009 \\ 0.001 & 0.010 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix}.$$

利用 Matlab-LMI 控制箱中的 feasp() 函数对定理 3 中的 LMI(18) 求解, 得到 $\gamma = 101.4099$ 和

$$y = \begin{bmatrix} 87.5291 & 0 \\ 0 & 101.3799 \end{bmatrix},$$

$$x = \begin{bmatrix} -192.0713 & 0 \\ 0 & -53.5683 \end{bmatrix}.$$

因此,求得切换函数(16), (17)的参数 $c_1 = -2.1944$ 和 $c_2 = -0.5284$. 根据式(27)和(28)可得到

$$u^h(i, j) = -\{ -2.1944[0.75z_1^h(i, j) - 0.20z_2^h(i, j) + 0.15z_1^v(i, j) - 0.30z_2^v(i, j)] - 0.25z_1^h(i, j) + 0.65z_2^h(i, j) - 0.30z_1^v(i, j) + 0.25z_2^v(i, j) + 10^{-4} \times [4.8277 / |z_1^h(i, j)| + 1.5361 / |z_2^h(i, j)| + 3.7305 / |z_1^v(i, j)| + 6.3638 / |z_2^v(i, j)| + 0.800 / |z_1^h(i, j)| + 0.800 / |z_2^h(i, j)| + 1.800 / |z_1^v(i, j)| + 1.8500 / |z_2^v(i, j)|] \} - 0.5s^h(i, j) + s^{h2}(i, j) \operatorname{sgn} s^h(i, j)$$

为水平方向控制器,垂直方向控制器为

$$u^v(i, j) = -\{ -0.5284[-0.30z_1^h(i, j) + 0.25z_2^h(i, j) + 0.40z_1^v(i, j) - 0.75z_2^v(i, j)] + 0.20z_1^h(i, j) + 0.45z_2^h(i, j) + 0.25z_1^v(i, j) + 0.60z_2^v(i, j) + 10^{-4} \times [0.64465 / |z_1^h(i, j)| + 0.08983 / |z_2^h(i, j)| + 0.24835 / |z_1^v(i, j)| + 0.68164 / |z_2^v(i, j)| + 1.580 / |z_1^h(i, j)| + 0.5900 / |z_2^h(i, j)| + 1.410 / |z_1^v(i, j)| + \dots \}$$

$$2.210 / |z_j^v(i, j)| - 0.5s^v(i, j) + s^{v^2}(i, j) \operatorname{sgn} s^v(i, j) \}.$$

这里,为进一步减弱系统中固有的抖振现象,用 $s^h(i, j) / (|s^h(i, j)| + 0.01)$ 来替代 $\operatorname{sgn} s^h(i, j)$; 用 $s^v(i, j) / (|s^v(i, j)| + 0.01)$ 来替代 $\operatorname{sgn} s^v(i, j)$. 图1~图4给出了闭环系统的状态响应曲线,从图中可以看出闭环系统鲁棒渐近稳定于原点,达到预期目的.

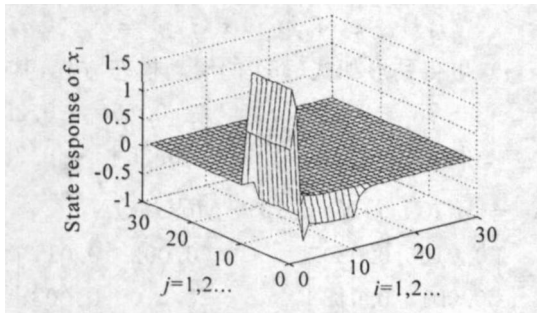


图1 状态 $x_1(i, j)$ 的响应曲线

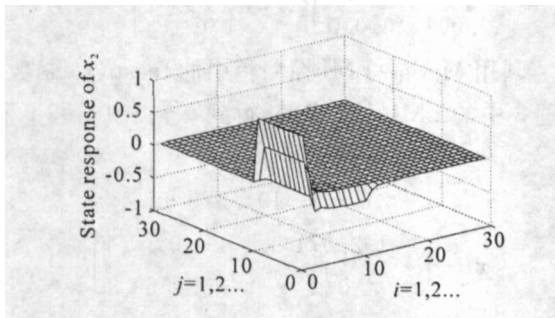


图2 状态 $x_2(i, j)$ 的响应曲线

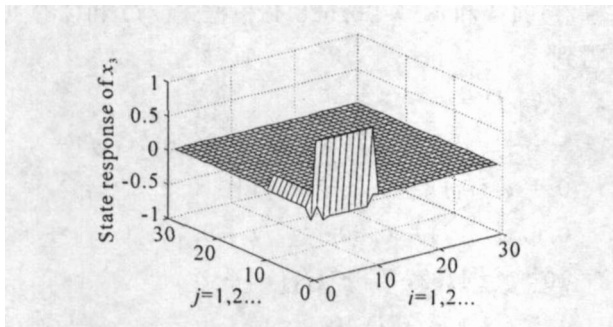


图3 状态 $x_3(i, j)$ 的响应曲线

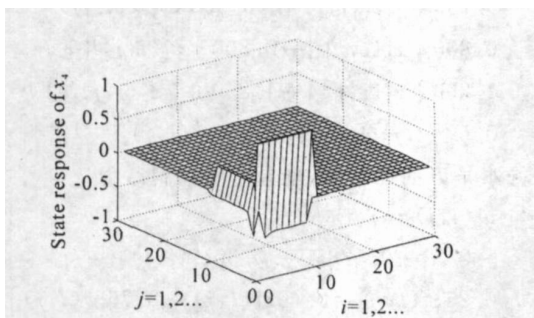


图4 状态 $x_4(i, j)$ 的响应曲线

5 结 语

本文针对一类线性不确定离散时间二维系统,研究了其鲁棒稳定性、鲁棒镇定和鲁棒滑模控制问题.基于线性矩阵不等式的方法给出了非受控系统

鲁棒渐近稳定的充分条件,并在其基础上研究了状态反馈鲁棒镇定问题.着重研究了鲁棒滑模控制问题,首先在改进一维离散系统趋近律的基础上,推广它在二维离散系统滑模控制器设计中的具体应用;然后给出了系统理想滑动模态存在的充分条件;最后设计一类滑模控制器使得系统状态渐近趋近于原点.仿真实例进一步证实了该方案的有效性.

参考文献(References)

- [1] Choi H H. Variable structure control of dynamical systems with mismatched norm-bounded uncertainties: An LMI approach [J]. *Int J Control*, 2001, 74(13): 1324-1334.
- [2] Gouaisbaut F, Dambrine M, Richard J P. Robust control of delay systems: A sliding mode control design via LMI [J]. *Systems and Control Letters*, 2002, 46: 219-230.
- [3] Xia Y Q, Jia Y M. Robust sliding-mode control for uncertain time-delay systems: An LMI approach [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2003, 48(6): 1086-1092.
- [4] Wang W, Wu G, Yang D. Variable structure control design for uncertain discrete-time systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(1): 99-102.
- [5] Hui S, Zak S H. On discrete-time variable structure sliding mode control [J]. *Systems and Control Letters*, 1999, 38(4/5): 283-288.
- [6] Zak S H, Hui S. Output feedback in variable structure controllers and state estimators for uncertain/nonlinear dynamical systems [J]. *IEE Proc Part D: Control Theory Application*, 1993, 140(1): 41-50.
- [7] Edward C, Spurgeon S K. On the limitation of some variable structure output feedback controller designs [J]. *Automatica*, 2000, 36(5): 743-748.
- [8] Edward C, Spurgeon S K. Linear matrix inequality methods for designing sliding mode output feedback controllers [J]. *IEE Proc Part D: Control Theory Application*, 2003, 150(5): 539-545.
- [9] Lu W S. On a Lyapunov approach to stability analysis of 2-D digital filters [J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems* — , 1994, 41(10): 665-669.
- [10] Hinamoto T. Stability of 2-D discrete systems described by the Fornasini-Marchesini second model [J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems* — , 1997, 44(3): 254-257.
- [11] Gao H, Lam J, Xu C, et al. Stabilization and H control of two-dimensional Markovian jump systems [J]. *IMA J of Mathematics and Control Information*, 2004, 21(4): 377-392.

(下转第159页)

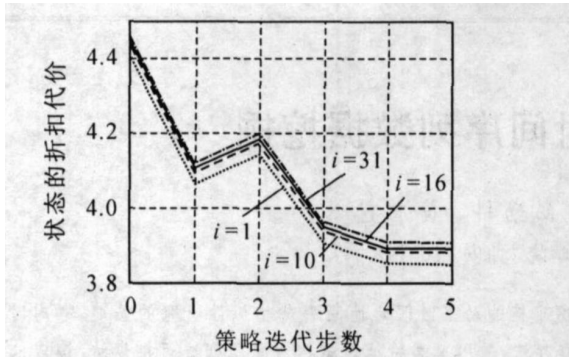


图 5 折扣代价优化曲线

好的优化效果。

5 结 论

综上所述,通过 SMDP 的等价一致 Markov 链的单个样本轨道,并以性能势的 TD() 学习作为策略评估手段,可以构造平均和折扣两种性能准则下统一的神经元动态规划 Actor 算法。算法实现中,选择不同的折扣因子,可得到不同折扣准则或平均准则下的(次)最优策略参数,且计算机保存的数据相对较少,起到了克服“维数灾”的作用。进一步,可以建立两种准则下统一的性能势参数化即时差分公式,并运用两个不同的神经网络逼近结构分别表示性能势和策略参数,构造基于性能势参数学习的 Actor-Critic 算法。

参考文献(References)

[1] Cao X R, Chen H F. Perturbation realization, potentials and sensitivity analysis of Markov processes[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1997, 42(10): 1382-1393.

[2] Cao X R. The relations among potentials, perturbation analysis, and Markov decision processes[J]. Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications, 1998, 8(1): 71-78.

[3] Cao X R. Single sample path-based optimization of Markov chains [J]. J of Optimization Theory and Applications, 1999, 100(3): 527-548.

[4] Tang H, Xi H S, Yin B Q. Performance optimization of

continuous-time Markov control processes based on performance potentials [J]. Int J of Systems Science, 2003, 34(1), 63-71.

[5] Puterman M L. Markov decision processes: Discrete stochastic dynamic programming [M]. New York: Wiley, 1994.

[6] 胡奇英,刘建庸. 马尔可夫控制过程引论[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2000.
(Hu Q Y, Liu J Y. An introduction to Markov decision processes[M]. Xi'an: Xidian University Press, 2000.)

[7] Cao X R. Semi-Markov decision problems and performance sensitivity analysis [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(5): 758-769.

[8] Sutton R S, Barto A G. Reinforcement learning: An introduction[M]. Cambridge: MIT Press, 1998.

[9] Bertsekas D P, Tsitsiklis J N. Neuro-dynamic programming[M]. Belmont: Athena Scientific, 1996.

[10] Tang H, Yuan J B, Lu Y, et al. Performance potential-based neuro-dynamic programming for SMDPs[J], Acta Automatic Sinica, 2005, 31(4): 642-645.

[11] 唐昊,周雷,袁继彬. 折扣平均准则 MDP 基于 TD(0) 学习的统一 NDP 方法[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(2): 292-296.
(Tang H, Zhou L, Yuan J B. Unified NDP method based on TD(0) learning for both average and discounted Markov decision processes [J]. Control Theory and Applications, 2006, 23(2): 292-296.)

[12] 殷保群,奚宏生,周亚平. 排队系统性能分析与 Markov 控制过程[M]. 合肥:中国科学技术大学出版社,2004.
(Ying B Q, Xi H S, Zhou Y P. Queueing system performance analysis and Markov control processes [M]. Hefei: Press of University of Science and Technology, 2004.)

[13] Singh S, Sutton R S. Reinforcement learning with replacing eligibility traces [J]. Machine Learning, 1996, 22(1/2/3): 123-158.

(上接第 154 页)

[12] Du C, Xie L, Soh Y C. H filtering of 2-D discrete systems [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2000, 48(6): 1760-1768.

[13] Gao H, Lam J, Wang C, et al. H mode reduction for uncertain two-dimensional discrete systems [J].

Optimal Control Applications Methods, 2005, 26(3): 199-227.

[14] Gao W B, Wang Y F, Homaifa A. Discrete-time variable structure control system [J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 1995, 42(2): 117-122.