

文章编号: 1001-0920(2007)03-0349-03

线性广义系统的迭代学习控制

朴凤贤^{1,2}, 张庆灵¹

(1. 东北大学 系统科学研究所, 沈阳 110004; 2. 沈阳航空工业学院 理学系, 沈阳 110034)

摘要: 针对线性时不变广义系统的迭代学习控制问题, 利用时间加权范数性质, 通过 Frobenius 范数给出广义系统在 D 型和 PD 型闭环学习律作用下系统的实际输出轨迹逐渐逼近理想输出轨迹的充分条件, 并指出在 D 型闭环学习律的基础上加上 P 型闭环学习律不影响控制系统的收敛性, 但可以改变系统的性能. 仿真算例说明了该方法的有效性.

关键词: 广义系统; 迭代学习控制; 学习律; 收敛

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Iterative learning control for linear singular systems

PIAO Feng-xian^{1,2}, ZHANG Qing-ling¹

(1. Institute of Systems Science, Northeastern University, Shenyang 110004, China. 2. Department of Science, Shenyang Institute of Aeronautical Engineering, Shenyang 110034, China. Correspondent: PIAO Feng-xian, E-mail: fxpiao_ln@126.com)

Abstract: The problem of iterative learning control for linear singular systems is investigated. According to the time weighted norm property, a sufficient condition for the D-type and PD-type learning law making closed-loop system converge is derived by the Frobenius norm and the actual output trajectory converges to the desired trajectory under constraint. At the same time, the results show that the P-type closed-loop learning law does not change the convergence of the system with D-type closed-loop learning law, but changes the performance of the system. A numerical example shows the effectiveness of the proposed approach.

Key words: Singular system; Iterative learning control; Learning law; Convergence

1 引言

广义系统^[1]是一类更一般化且具有广泛应用背景的动力系统,大量出现在许多实际的系统模型中,如电力系统、经济系统、受限机器人、电子网络和宇航系统等^[2],所以对它的研究具有重要的理论意义和实用价值,迄今为止已取得了丰硕成果^[3-7]. Arimoto 等人^[8]在研究机器人时提出了迭代学习控制方法,该方法适用于具有某种重复运动性质的被控对象,可实现有限时间区间上的完全跟踪任务. 迭代学习控制是通过对被控系统进行控制尝试,以系统输出和给定轨迹的偏差信号修正不理想的控制信号,产生一个新的控制信号,使得系统的跟踪性能得以提高,所以该方法受到广泛的关注^[9-12]. 工业机器人在重复作业时,大都或多或少受到环境的限制,如弧焊机器人,打毛刺机器人等都会受到终端轨迹

限制. 一般而言,工业机器人大多数都是由广义系统模型来刻画的,因此有必要研究广义系统的迭代学习控制问题. 由于广义系统存在正常系统所不具有的脉冲项,使得学习控制变得困难,对其研究远滞后于正常系统. 至今,研究广义系统学习控制的文献尚不多见,文献[8]研究了无脉冲时滞广义系统的迭代学习控制问题.

本文主要研究线性广义系统的迭代学习控制问题,通过 Frobenius 范数给出广义系统在 D 型和 PD 型闭环学习律作用下收敛的充分条件,仿真算例验证了该方法的有效性.

2 系统描述

考虑线性连续广义系统

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t). \end{aligned} \quad (1)$$

收稿日期: 2005-12-05; 修回日期: 2006-02-16.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60574011); 辽宁省普通高校学科带头人基金项目(124210).

作者简介: 朴凤贤(1974—),女,辽宁凌源人,讲师,博士生,从事广义系统、学习控制等研究;张庆灵(1956—),男,辽宁营口人,教授,博士生导师,从事广义系统、学习控制等研究.

其中: $x(t) \in R^n, u(t) \in R^m, y(t) \in R^q$ 分别是系统的状态向量、控制输入向量及输出向量; $E \in R^{n \times n}$ 是奇异的, $A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times m}, C \in R^{q \times n}$, 均为实数矩阵. 假设 (E, A) 是正则的, 即 $|sE - A| \neq 0$. 将系统(1)简记为 (E, A, B, C) .

学习控制的目的是找到适当的学习律, 使得当迭代学习序列 $u_k(t)$ 一致收敛于理想的控制输入 $u_d(t) (\forall t \in [0, T])$ 时, $y_k(t)$ 一致收敛于理想的输出 $y_d(t)$, 即

$$\lim_k \int_0^T \|u_k(t) - u_d(t)\|_F dt = 0 \Rightarrow \lim_k \int_0^T \|e_k(t)\|_F dt = 0. \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} u_k(t) &= u_d(t) - u_k(t), \\ e_k(t) &= y_d(t) - y_k(t), \\ \|\cdot\|_F &\triangleq (\text{Tr}((\cdot)(\cdot)^T))^{1/2}. \end{aligned}$$

系统(1)满足下列假设:

假设1 系统(1)是能控能观的.

假设2 对给定的理想轨迹 $y_d(t)$, 存在唯一的控制输入 $u_d(t)$ 满足

$$\begin{aligned} E\dot{x}_d(t) &= Ax_d(t) + Bu_d(t), \\ y_d(t) &= Cx_d(t), \quad t \in [0, T]. \end{aligned} \quad (3)$$

假设3 系统的初始定位操作满足

$$x_k(0) = x_d(0), \quad k = 0, 1, \dots$$

动态系统在有限时间区间 $t \in [0, T]$ 内是可重复的, 在迭代学习过程中, 重写系统(1), 有

$$\begin{aligned} E\dot{x}_k(t) &= Ax_k(t) + Bu_k(t), \\ y_k(t) &= Cx_k(t), \quad t \in [0, T]. \end{aligned} \quad (4)$$

本文考虑 D 型和 PD 型闭环学习律, 有

$$u_k(t) = u_{k-1}(t) + \dot{e}_k(t), \quad (5)$$

$$u_k(t) = u_{k-1}(t) + Pe_k(t) + \dot{e}_k(t). \quad (6)$$

其中: $e_k(t) = y_d(t) - y_k(t)$ 为迭代学习误差, k 为迭代次数, $P \in R^{m \times q}$ 为学习增益矩阵.

3 收敛性分析

本节主要分析广义系统(4)在 D 型和 PD 型学习律作用下的收敛性. 首先给出 D 型闭环学习律的收敛性证明.

定理1 设被控系统动态过程如式(4), 且在 $t \in [0, T]$ 满足假设 1 ~ 3, 对于任意给定的初始控制 $u_0(t)$ 以及每次运行的初始状态 $x_k(0)$, 在学习律(5)作用下所得的序列为

$$\{x_k(t)\}, \{y_k(t)\}, \{u_k(t)\}, \quad k = 0.$$

对于 t 一致收敛到 $x_d(t), y_d(t), u_d(t)$ 的充分条件是

$$\|I - C\tilde{B}\|_F < 1,$$

其中 $\tilde{B} = (E + CB)^{-1}B$.

证明 考虑系统(4), 式(3)和(4)对应项相减得

$$\begin{aligned} E\dot{x}_k(t) &= Ax_k(t) + Bu_k(t), \\ y_k(t) &= Cx_k(t). \end{aligned} \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} x_k(t) &= x_d(t) - x_k(t), \\ e_k(t) &= y_k(t) - y_d(t), \\ u_k(t) &= u_d(t) - u_k(t). \end{aligned}$$

由式(5)可得

$$\begin{aligned} u_k(t) &= u_{k-1}(t) - \dot{e}_k(t) = \\ &= u_{k-1}(t) - C\dot{x}_k(t). \end{aligned} \quad (8)$$

将式(8)代入式(7)中的第1项得

$$E\dot{x}_k(t) = Ax_k(t) + B(u_{k-1}(t) - C\dot{x}_k(t)),$$

整理得

$$(E + B - C)\dot{x}_k(t) = Ax_k(t) + Bu_{k-1}(t).$$

由假设1知, 存在 $R^{m \times q}$ 使得 $(E + B - C)$ 可逆, 由此可得

$$\begin{aligned} \dot{x}_k(t) &= (E + B - C)^{-1}Ax_k(t) + \\ &= (E + B - C)^{-1}Bu_{k-1}(t). \end{aligned} \quad (9)$$

记

$$\begin{aligned} \bar{A} &\triangleq (E + B - C)^{-1}A, \\ \tilde{B} &\triangleq (E + B - C)^{-1}B, \end{aligned}$$

则式(9)可写为

$$\dot{x}_k(t) = \bar{A}x_k(t) + \tilde{B}u_{k-1}(t). \quad (10)$$

将式(10)代入式(8)得

$$u_k(t) = u_{k-1}(t) - C(\bar{A}x_k(t) + \tilde{B}u_{k-1}(t)), \quad (11)$$

整理得

$$u_k(t) = (I - C\tilde{B})u_{k-1}(t) - C\bar{A}x_k(t), \quad (12)$$

两端取 Frobenius 范数得

$$\|u_k(t)\|_F \leq \|I - C\tilde{B}\|_F \|u_{k-1}(t)\|_F + \|C\bar{A}\|_F \|x_k(t)\|_F. \quad (13)$$

由假设3及式(10)得

$$x_k(t) = \int_0^t e^{\bar{A}(t-\tau)} \tilde{B}u_{k-1}(\tau) d\tau, \quad (14)$$

式(14)两端取 Frobenius 范数, 同乘 e^{-t} , 由 $\|\cdot\|_F$ 范数定义得

$$\|x_k(t)\|_F \leq b_1 \frac{1 - e^{-t}}{t} \|u_{k-1}(t)\|_F, \quad (15)$$

其中 $b_1 = \sup_{t \in [0, T]} e^{\bar{A}t} \|\tilde{B}\|_F$. 式(13)两端同乘 e^{-t} , 并将式(15)代入式(13), 得

$$\begin{aligned} \|u_k(t)\|_F &\leq \|I - C\tilde{B}\|_F \|u_{k-1}(t)\|_F + \\ &= \|C\bar{A}\|_F b_1 \frac{1 - e^{-t}}{t} \|u_{k-1}(t)\|_F. \end{aligned}$$

当选取足够大的 t 时, $\|I - C\tilde{B}\|_F < 1$ 蕴涵着 $\|I - C\tilde{B}\|_F < 1$

$\tilde{CB}^{-1}F + CA^{-1}Fb_1 \frac{1 - e^{-T}}{T} < 1$, 因此

$$\lim_k u_k(t) = 0. \tag{16}$$

又由式(14)得

$$\lim_k e_k(t) = 0.$$

注1 广义系统经过D型闭环学习律作用后可以消除其脉冲行为。

类似于D型闭环学习律, 给出PD型闭环学习律的收敛性条件以及P型学习律对闭环系统的影响。

定理2 设被控系统动态过程如式(4), 且在 $t \in [0, T]$ 满足假设1~3, 对于任意给定的初始控制 $u_0(t)$ 以及每次运行的初始状态 $x_k(0)$, 在学习律(6)作用下所得的序列为

$$\{x_k(t)\}, \{y_k(t)\}, \{u_k(t)\}, k = 0.$$

对于 t 一致收敛到 $x_d(t), y_d(t), u_d(t)$ 的充分条件是

$$I - \tilde{CB}^{-1}F < 1,$$

其中 $B = (F + CB)^{-1}B$.

证明 同定理1类似。

注2 在D型学习律的基础上加上P型学习律不影响系统的收敛性, 但可以改变系统的性能。

注3 迭代学习控制的收敛速度取决于 $I - \tilde{CB}^{-1}F$ 的大小, 越小收敛速度越快。

4 仿真实例

考虑系统(1), 其中

$$A = \begin{bmatrix} -0.37 & 0.608 & 4.985 \\ -0.927 & 3.2048 & 7.9135 \\ 1.35 & -2.8 & 0.4250 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} -0.70 & -2.30 \\ 1.03 & -4.24 \\ -1.50 & 0.20 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1.0 & -1.0 & 0.5 \\ 0 & 0.2 & 1.0 \end{bmatrix},$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix},$$

则

$$E + B^{-1}C = \begin{bmatrix} 0.37 & -0.304 & -4.985 \\ 0.927 & -1.6024 & -7.9135 \\ -1.35 & 1.40 & -0.425 \end{bmatrix},$$

$E + B^{-1}C$ 可逆, 且 $I - \tilde{CB}^{-1}F = 0.5925 < 1$, 初始控制为 $u_0 = [0; 0]^T$, 初始状态 $x_k(0) = x_d(0) = 0 (k = 0, 1, \dots)$, 理想轨迹为 $y_d(t) = [t(1 - t); 1.5t]^T, t \in [0, 1]$, 跟踪曲线如图1, 图2所示。

从图中可以看出, 系统经过9次迭代基本收敛

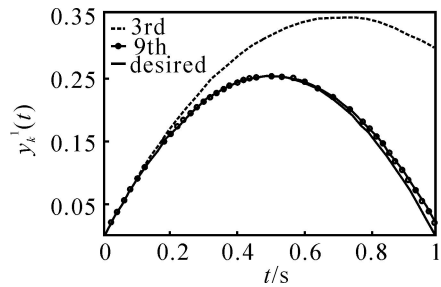


图1 第3次, 第9次迭代输出轨迹 $y_1(t)$ 及理想轨迹 $y_{1d}(t)$

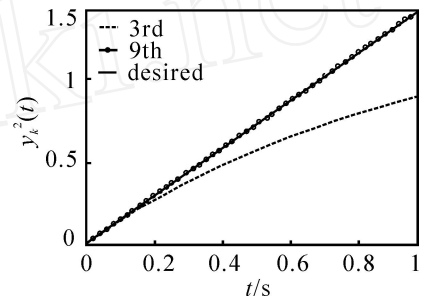


图2 第3次, 第9次迭代输出轨迹 $y_2(t)$ 及理想轨迹 $y_{2d}(t)$

到理想轨迹。

5 结 论

本文主要讨论了广义系统的迭代学习控制问题, 给出广义系统在D型和PD型闭环学习律下收敛的充分条件, 并且指出在D型闭环学习律基础上加上P型闭环学习律不改变控制系统的收敛性, 但可以改变系统的性能。

参考文献(References)

- [1] Rosenbrock H H. Structural properties of linear dynamical systems [J]. Int J Control, 1974, 20 (2): 191-202.
- [2] Dai L Y. Singular system control [C]. Lecture Notes in Control and Information Sciences. New York: Springer, 1989.
- [3] 张庆灵. 广义大系统的分散控制与鲁棒控制 [M]. 西安:西北工业大学出版社, 1997. (Zhang Q L. Decentralized and robust control for large-scale descriptor systems [M]. Xi'an: Northwestern Industry University Press, 1997.)
- [4] 张庆灵, 杨冬梅. 不确定广义系统的分析与综合 [M]. 沈阳:东北大学出版社, 2003. (Zhang Q L, Yang D M. Analysis and synthesis for uncertain descriptor systems [M]. Shenyang: Northeastern University Press, 2003.)
- [5] Masubuchi I, Kamitane Y. H control for descriptor systems: A matrix inequalities approach [J]. Automatic, 1997, 33(4): 669-673.

(下转第 356 页)

由于交互式设计的特殊性,当用户在设计过程中发现了较为满意的个体后,可以点击结束按钮结束设计过程,获得满意个体.当最终用户完成了满意的设计后,系统将呈现给用户最终的设计结果.

4 结 语

针对混合性能指标优化问题的普遍性和其处理过程中的特点,本文提出一种混合性能指标优化问题的进化优化方法,给出了混合性能指标的定义,不同类型和标度的性能指标的转换策略,混合性能指标的个体适应度的权重赋值方法,以及混合性能指标优化问题的进化优化流程,并通过服装设计这一典型的具有混合性能指标优化问题的仿真验证了算法的有效性.本文仅采用了加权多目标的方法处理混合性能指标的优化问题,而对于混合性能指标中隐式性能指标的评价特点,应用其他多目标方法处理混合性能指标的优化则是需进一步研究的问题.

参考文献(References)

- [1] Funes P, Bonabeau E, Herve J, et al. Interactive multiparticipant tour allocation [C]. Proc of the 2004 Congress on Evolutionary Computation. Oregon: IEEE Press, 2004: 1699-1705.
- [2] Masataka Tokumaru, Noriaki Muranaka, Shigeru Imanishi. Color design support system considering color harmony [C]. Proc of the 2002 IEEE Int Conf on Fuzzy System. Honolulu: IEEE Press, 2002: 378-383.
- [3] Dragan Cvetković, Ian C Parmee. Preferences and their application in evolutionary multiobjective optimization [J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(1): 42-57.
- [4] Takagi H. Interactive evolutionary computation: Fusion of the capabilities of EC optimization and human evaluation [J]. Proc of the IEEE, 2001, 89(9): 1275-1296.
- [5] Deb K, Pratap A. A fast elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA- [J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.
- [6] Zittler E, Deb K, Thiele L. Comparison of multi-objective evolutionary algorithms: Empirical results [J]. Evolutionary Computation, 2000, 8(2): 173-195.
- [7] Jason Teo, Hussein A. Multiobjectivity and complexity in embodied cognition [J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2005, 9(4): 337-360.
- [8] Sugimoto F, Yoneyama M. An evaluation of hybrid fitness assignment strategy in interactive genetic algorithm [C]. Proc of the 5th Australasia-Japan Joint Workshop on Intelligent and Evolutionary Systems. Dunedin, 2001: 62-69.
- [9] 巩敦卫, 郝国生, 周勇, 等. 分层交互式进化计算及其应用 [J]. 控制与决策, 2004, 19(10): 1117-1120. (Gong D W, Hao G S, Zhou Y, et al. Hierarchical interactive evolutionary computation and its application [J]. Control and Design, 2004, 19(10): 1117-1120.)
- [10] 周勇, 巩敦卫, 郝国生, 等. 交互式遗传算法基于 NN 的个体适应度分阶段估计 [J]. 控制与决策, 2005, 20(2): 234-236. (Zhou Y, Gong D W, Hao G S, et al. Neural network based phase estimation of individual fitness in interactive genetic algorithm [J]. Control and Decision, 2005, 20(2): 234-236.)
- [11] Jin Y. A comprehensive survey of fitness approximation in evolutionary computation [J]. Soft Computer, 2005, 9(1): 3-12.
- [6] Xu S Y, Yang C W. An algebraic approach to the robust stability analysis and robust stabilization of uncertain singular systems [J]. Int J of Systems Science, 2000, 31(1): 55-61.
- [7] Xu J X. Recent advances in iterative learning control [J]. Acta Automatica Sinica, 2005, 31(1): 132-142.
- [8] Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F. Bettering operation of robots by learning [J]. J Robot System, 1984, 1(12): 123-140.
- [9] Xu J X, Tan Y. Robust optimal design and convergence properties analysis of iterative learning control approaches [J]. Automatica, 2002, 38(11): 1867-1880.
- [10] 孙明轩, 黄宝键. 迭代学习控制 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1999. (Sun M X, Huang B J. Iterative learning control [M]. Beijing: National Defense Industrial Press, 1999.)
- [11] 林辉. 迭代学习控制理论 [M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1998. (Lin H. Iterative learning control theory [M]. Xi 'an: Northwestern Industry University Press, 1998.)
- [12] 李仁俊, 韩正之. 迭代学习控制综述 [J]. 控制与决策, 2005, 20(9): 961-966. (Li R J, Han Z Z. Survey of iterative learning control [J]. Control and Decision, 2005, 20(9): 961-966.)
- [13] 谢胜利, 谢振东, 刘永清. 滞后广义系统状态跟踪的学习控制算法 [J]. 系统工程与电子技术, 1999, 21(5): 10-16. (Xie S L, Xie Z D, Liu Y Q. Learning control algorithm for state tracking of singular systems with delay [J]. Systems Engineering and Electronics, 1999, 21(5): 10-16.)

(上接第 351 页)