

文章编号: 1001-0920(2007)03-0262-06

离散线性系统高阶积分观测器设计

段广仁, 吴爱国

(哈尔滨工业大学 控制理论与制导技术研究中心, 哈尔滨 150001)

摘要: 针对离散线性系统提出一类高阶积分观测器, 并且显示这类观测器满足极点配置分离原理, 同时给出了这类观测器的存在条件. 基于 Sylvester 矩阵方程的显式参数化通解提出了这类观测器的参数化设计方法. 该方法不仅给出了观测器增益矩阵的参数表达式, 而且还提供了观测器系统矩阵左特征向量的参数表达式. 该设计方法给出了所有的设计自由度, 为实现系统的其他性能提供了方便且强有力的工具. 数值例子说明了设计过程, 并表明了该方法的有效性.

关键词: 高阶积分观测器; 分离原理; 参数化方法; 自由度; 离散线性系统

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Multiple-integral observer design for discrete-time linear systems

DUAN Guang-ren, WU Ai-guo

(Center for Control Theory and Guidance Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China.
Correspondent: WU Ai-guo, E-mail: ag.wu@163.com)

Abstract: A kind of multiple-integral observers is proposed for discrete-time linear systems, which possesses the separation property. The existence condition of such a kind of observers is presented. A parametric design approach is established based on a general parametric solution of the generalized Sylvester matrix equation. This approach provides not only complete parameterizations of all the observer gain matrices but also the parametric expression of left eigenvector matrix of the observer system. All the degrees of design freedom are offered, and convenient and powerful tools are supplied to achieve other performance specifications. A numerical example shows the design procedure and the effectiveness of the proposed approach.

Key words: Multiple-integral observers; Separation principle; Parametric design approach; Degrees of design freedom; Discrete-time linear systems

1 引言

在控制系统设计中引入积分环节可以控制未知输入系统和提高稳态精度. 根据对偶性, 可将积分环节引入观测器, 使得观测器进行估计时不仅可以用到当前的状态, 而且可以利用过去的状态. 这类观测器使用了比例和积分信息, 因此称为比例-积分 (PI) 观测器. 这类观测器最先由 Wojciechowsky^[1] 引入到单输入单输出时不变系统. 这种思想后来又推广到多变量系统^[2-4]. 另外, PI 观测器可以通过积分回路引入更多的自由度. 由于这些原因, PI 观测器引起了研究者的广泛关注. 在文献[2, 3]中, PI 观测器用来提高系统存在参数变化和有限阶跃干扰时的鲁棒性. 在文献[4]中通过使用 PI 观测器积分回路提供的自由度设计了一

个抗系统不确定性的鲁棒控制系统. 文献[5]指出, PI 观测器可以估计有表现为未知输入, 非线性以及未建模动态的任意外部输入系统的状态. 文献[6]考虑了基于 PI 观测器的扰动抑制和故障检测问题. 而文献[7, 8]则利用 PI 观测器研究 LTR 问题. 另外, 文献[9]给出了 PI 观测器的参数化设计方法, 该方法能提供所有设计自由度, 为系统的进一步设计带来方便. 从扰动抑制的观点看, PI 观测器仅对阶跃扰动有效. 为提高抑制扰动的有效性, Jiang 最先将多积分环节引入连续系统的观测器设计中, 提出了高阶积分观测器^[10], 文中的仿真例子也显示了该类观测器的有效性. 文献[11]给出了此类高阶积分观测器的一个参数化设计方法. 从文中可以看出, 该类观测器要求观测器系统的极点不在

收稿日期: 2005-11-03; 修回日期: 2006-02-18.

基金项目: 国家杰出青年基金项目 (69925308); 长江学者与创新团队计划项目.

作者简介: 段广仁 (1962 →), 男, 黑龙江桦川人, 教授, 博士, 从事特征结构配置、广义线性系统等研究; 吴爱国 (1980 →), 男, 湖北公安人, 博士生, 从事观测器、广义线性系统等研究.

原点,因此不适用于离散系统的 deadbeat 控制.

本文对离散线性系统提出一类高阶积分观测器,同时给出了这类观测器的存在条件. 基于文献 [12]提出的 Sylvester 矩阵方程的一个完全参数化解,建立了这类观测器的完全参数化设计方法. 该设计方法提供了所有的设计自由度. 根据 3 个设计参数集合,即观测器系统矩阵特征值集合 $\{s_i, i = 1, 2, \dots, d\}$, 一组参向量 $\{g_i, i = 1, 2, \dots, d\}$ 及参数矩阵 M (积分增益矩阵), 给出了所有观测器增益矩阵的参数形式,并根据这些参数给出了观测器系统矩阵左特征向量矩阵的参数化表达. 本文方法提供的设计自由度可用于进一步考虑系统的其他性能和指标(如干扰解耦, LTR, LQR, 鲁棒性等), 因此有很强的应用潜力. 最后的数值例子说明了该设计方法的应用过程, 显示了本文设计方法的有效性. 在本文中, (A) 表示方阵 A 的特征值集合.

2 观测器形式及分离原理

考虑如下离散线性系统:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \\ y(k) = Cx(k). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x \in R^n, u \in R^r$ 和 $y \in R^m$ 分别为状态向量、输入向量和输出向量; $A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times r}$ 和 $C \in R^{m \times n}$ 为已知常矩阵. 对系统 (1), 引入如下全阶高阶积分观测器:

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = (A - L_0 C)\hat{x}(k) + L_0 y(k) + M_q(k), \\ \hat{y}_1(k+1) = L_q(y(k) - C\hat{x}(k)) + \hat{y}_1(k), \\ \hat{y}_i(k+1) = L_{q-i+1}(y(k) - C\hat{x}(k)) + \hat{y}_{i-1}(k) + \hat{y}_i(k), \\ i = 2, 3, \dots, q. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $\hat{x}(k)$ 为估计状态向量, $M \in R^{n \times p}, L_0 \in R^{n \times m}, L_i \in R^{p \times m}, i = 1, 2, \dots, q$, 为观测器增益矩阵. 具体地说, 矩阵 L_0 和 M 分别称为比例增益和积分增益.

定义 1 系统(2)称为系统(1)的 q 阶积分观测器, 如果对观测器任意可能的初值条件和任意输入 u , 满足如下关系:

$$\lim_k (x(k) - \hat{x}(k)) = 0, \\ \lim_k \hat{y}_i(k) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, q.$$

令 $e(k) = \hat{x}(k) - x(k)$, 由式(1)和(2)可得如下观测器系统:

$$\begin{cases} e(k+1) = (A - L_0 C)e(k) + M_q, \\ \hat{y}_1(k+1) = -L_q C e(k) + \hat{y}_1(k), \\ \hat{y}_i(k+1) = -L_{q-i+1} C e(k) + \hat{y}_{i-1}(k) + \hat{y}_i(k), \\ i = 2, 3, \dots, q. \end{cases} \quad (3)$$

令

$$= \begin{bmatrix} e \\ 1 \\ 2 \\ \dots \\ q \end{bmatrix}, A_o = \begin{bmatrix} A - L_0 C & 0 & \dots & 0 & M \\ -L_q C & I_p & \dots & 0 & 0 \\ -L_{q-1} C & I_p & \ddots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & I_p & \dots \\ -L_1 C & 0 & \dots & I_p & I_p \end{bmatrix}, \quad (4)$$

则观测器系统(3)可紧凑地写为

$$(k+1) = A_o(k). \quad (5)$$

容易知道, 系统(5)是 $d = (n + qp)$ 维的. 对系统

(1)构造如下基于高阶积分观测器的控制律:

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = (A - L_0 C)\hat{x}(k) + L_0 y(k) + M_q(k), \\ \hat{y}_1(k+1) = L_q(y(k) - C\hat{x}(k)), \\ \hat{y}_i(k+1) = L_{q-i+1}(y(k) - C\hat{x}(k)) + \hat{y}_{i-1}(k), \quad i = 2, 3, \dots, q, \\ u(k) = K\hat{x}(k) + v(k), \end{cases} \quad (6)$$

其中 $v \in R^r$ 为外输入. 令

$$x_c = \text{col}(x, \hat{x}, \hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_q),$$

由(1)和(6)可得闭环系统

$$\begin{cases} x_c(k+1) = A_c x_c(k) + B_c u(k), \\ y(k) = C_c x_c(k), \end{cases} \quad (7)$$

其中

$$A_c = \begin{bmatrix} A & B K & 0 & \dots & 0 & 0 \\ L_0 C & A - L_0 C + B K & 0 & \dots & 0 & M \\ L_q C & -L_q C & I_p & \dots & 0 & 0 \\ L_{q-1} C & -L_{q-1} C & I_p & \ddots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & I_p & \dots \\ L_1 C & -L_1 C & 0 & \dots & I_p & I_p \end{bmatrix}, \\ B_c = \begin{bmatrix} B \\ B \\ \dots \\ 0_{pq \times r} \end{bmatrix}, C_c = [C \quad 0_{m \times (n+pq)}].$$

定理 1 对系统(1), 在基于高阶积分观测器的状态反馈控制律(5)下的闭环系统传递函数矩阵等于基于状态反馈 $u = Kx + v$ 的传递函数矩阵.

证明 令

$$P = \begin{bmatrix} I_n & 0 & 0 \\ -I_n & I_n & 0 \\ 0 & 0 & I_{pq} \end{bmatrix},$$

易得

$$P A_c P^{-1} = \begin{bmatrix} A + B K & [B K \quad 0] \\ 0 & A_o \end{bmatrix}, \\ P B_c = \begin{bmatrix} B \\ 0_{(n+pq) \times r} \end{bmatrix}, \\ C_c P^{-1} = [C \quad 0_{m \times (n+pq)}].$$



基于上面的关系有

$$C_c (sI - A_c)^{-1} B_c = C_c P^{-1} (sI - P A_c P^{-1})^{-1} P B_c = [C \ 0] \begin{bmatrix} sI - (A + BK) & - [BK \ 0] \\ 0 & sI - A_c \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} = [C \ 0] \begin{bmatrix} (sI - (A + BK))^{-1} & * \\ 0 & (sI - A_c)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} = C(sI - (A + BK))^{-1} B.$$

于是结论成立.

由上述证明过程易知, 本文提出的高阶积分观测器满足极点配置分离原理.

定理 2 给定系统(1), 基于高阶积分观测器状态反馈控制律的闭环系统(7)的极点由观测器系统(3)的极点和状态反馈下的闭环系统的极点组成.

证明 由定理 1 的证明知, 矩阵 A_c 和如下矩阵相似:

$$\begin{bmatrix} A + BK & [BK \ 0] \\ 0 & A_o \end{bmatrix}.$$

从而易得 $(A_c) = (A_o) \ (A + BK)$. 于是结论得证.

3 高阶积分观测器的存在条件

令

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 & \dots & 0 & M \\ 0 & I_p & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I_p & \ddots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & I_p & \dots \\ 0 & 0 & \dots & I_p & I_p \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} L_0 \\ L_q \\ L_{q-1} \\ \dots \\ L_1 \end{bmatrix},$$

$$\bar{C} = [C \ 0_{m \times pq}], \tag{8}$$

则矩阵 A_o 可写为

$$A_o = \bar{A} - L\bar{C}. \tag{9}$$

基于这个关系可得如下结论:

引理 1 如果矩阵对 (A, C) 是能观的, 则系统(1)存在一个形如式(2)的高阶积分观测器, 使得对任意初值 $x(0), \hat{x}(0), \hat{i}(0) (i = 1, 2, \dots, q)$ 和任意输入 $u(t)$ 估计状态 $\hat{x}(k)$ 收敛到 $x(k)$.

证明 由关系(9)可知, 观测器系统(2)的极点可以任意配置当且仅当矩阵对 (\bar{A}, \bar{C}) 是能观的, 即

$$\text{rank} \begin{bmatrix} sI - A & 0 & \dots & 0 & -M \\ 0 & sI_p - I_p & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -I_p & \ddots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & sI_p - I_p & 0 \\ 0 & 0 & \dots & -I_p & sI_p - I_p \\ C & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$n + pq \tag{10}$$

对任意 $s \in \mathbb{C}$ 成立. 易知式(10)等价于

$$\begin{cases} \text{rank} \begin{bmatrix} A - I & M \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + p, s = 1; \\ \text{rank} \begin{bmatrix} sI - A \\ C \end{bmatrix} = n, \forall 1 \neq s \in \mathbb{C}. \end{cases} \tag{11}$$

由于 M 可任意选择, 式(11)中的第 1 个秩条件能满足当且仅当

$$\text{rank} \begin{bmatrix} I - A \\ C \end{bmatrix} = n.$$

再考虑到式(11)的第 2 个条件可得

$$\text{rank} \begin{bmatrix} sI - A \\ C \end{bmatrix} = n$$

对任意 $s \in \mathbb{C}$ 成立, 即矩阵对 (A, C) 是能观的. 另外, 当式(10)成立时, 矩阵 A_o 的特征值可通过选择矩阵 $L_i, i = 0, 1, \dots, q$, 将 A_o 的特征值配置到复左半平面的任意位置, 这样对任意输入 $u(t)$ 和任意初值 $x(0), \hat{x}(0), \hat{i}(i = 1, 2, \dots, q)$, 估计状态 $\hat{x}(k)$ 收敛到 $x(k)$.

由引理 1 可得如下结论:

定理 3 如果系统(1)是能观的, 则存在形如式(2)的高阶积分观测器使得估计状态 $\hat{x}(k)$ 收敛到 $x(k)$.

4 观测器设计

基于上节的内容, 对系统(1)作如下假设:

假设 1 矩阵 C 行满秩;

假设 2 矩阵对 (A, C) 能观.

为使系统(2)构成系统(1)的观测器, 则要求观测器系统(9)是稳定的, 即矩阵 A_o 的所有特征值都具有负实部. 又非退化矩阵 (即其有对角的 Jordan 标准型) 有较低的特征值灵敏度, 于是本文的高阶积分观测器设计问题可描述如下:

问题 10 给定矩阵 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}, B \in \mathbb{R}^{n \times r}$ 和 $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$, 其中 A 和 C 满足假设 1 和假设 2, 求取适当维数的实矩阵 $F, L_i, i = \{0, 1, \dots, q\}$, 使得矩阵 A_o 是 Schur 稳定且非退化.

4.1 基本关系

矩阵 A_o 要求是非退化的, 则其有对角的 Jordan 标准型

$$= \text{diag}(s_1, s_2, \dots, s_d). \tag{12}$$

显然, $s_i (i = 1, 2, \dots, n + pq)$ 为矩阵 A_o 的特征值. 为保证矩阵 A_o 是 Schur 稳定的实矩阵, 还应满足如下约束:

约束 1 $\{s_i, i = 1, 2, \dots, n + pq\}$ 是自共轭的, 且 $|s_i| < 1, i = 1, 2, \dots, n + pq$.

记矩阵 A_o 的特征值 s_i 对应的左特征向量为 t_i

Step5: 基于 Step4 给出的矩阵 T , 由式(26) 或(27) 计算增益矩阵 $L_i, i = 0, 1, \dots, q$.

注 3 上面算法 Step1 中的右互质多项式矩阵的求解方法已由文献[10, 11] 给出. 对矩阵

$$G = \begin{bmatrix} I_n & [A^T - sI_n & C^T] \\ 0 & I_{n+m} \end{bmatrix} \quad (28)$$

的前 n 行实施初等行变换, 对其后 $n + m$ 列实施初等列变换, 将其化为如下形式:

$$H = \begin{bmatrix} P(s) & [0 & I_n] \\ 0 & Q(s) \end{bmatrix}, \quad (29)$$

其中: $P(s) \in \mathbb{R}^{n \times n}[s], Q(s) \in \mathbb{R}^{(n+m) \times (n+m)}[s]$ 为单位模阵, 则 $Q(s)$ 的前 n 列恰好给出矩阵 $[N^T(s) \ D^T(s)]^T$.

注 4 如果闭环极点是固定的, 则可以采用文献[12] 提出的方法, 不必求取矩阵多项式形式的 $N(s), D(s)$. 可以对矩阵 $[C^T \ A^T - s_i I]$ 进行如下奇异值分解:

$$[C^T \ A^T - s_i I] = [U_i \ V_i] \Sigma_i [W_i^T \ 0], \quad i = 1, 2, \dots, d.$$

其中: $U_i, V_i (i = 1, 2, \dots, d)$ 是适当维数的酉矩阵;

Σ_i 是由 $[C^T \ A^T - s_i I]$ 的奇异值构成的对角矩阵.

对 Σ_i 进行分块就有

$$\Sigma_i = \begin{bmatrix} * & D(s_i) \\ * & N(s_i) \end{bmatrix},$$

这样就可以得到数值右互质分解. 因为采用的是奇异值分解, 所以具有很好的数值稳定性, 而且所采用方法可避开矩阵多项式的计算.

5 数值算例

考虑形如式(1) 的线性系统, 其系数矩阵为^[6]

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

容易检验, 此系统满足假设 1 和假设 2. 通过求解右互质分解(18) 可以得到

$$N(s) = \begin{bmatrix} s - 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, D(s) = \begin{bmatrix} s^2 - s - 1 & 1 \\ 0 & s \end{bmatrix}.$$

在此例中对系统设计形如方程(2) 的观测器, 其中 $p = 1, q = 2$, 则观测器系统的维数 $d = n + pq = 3 + 2 \times 1 = 5$. 为简单起见, 限制特征值 $s_i (i = 1, 2, \dots, 5)$ 为负实数, 这样约束 1 满足, 这时也限制向量 $g_i (i = 1, 2, \dots, 5)$ 是实的, 于是约束 4 也满足. 记

$$g_i = \begin{bmatrix} g_{i1} \\ g_{i2} \end{bmatrix}, i = 1, 2, \dots, 5, M^T = [m_1 \ m_2 \ m_3],$$

由方程(20), (24) 可得矩阵 T , 的列向量为

$$t_i = \begin{bmatrix} (s_i - 1) g_{i1} \\ g_{i1} \\ g_{i2} \\ \frac{1}{s_i^2} [(s_i - 1) m_1 g_{i1} + m_2 g_{i1} + m_3 g_{i2}] \\ \frac{1}{s_i} [(s_i - 1) m_1 g_{i1} + m_2 g_{i1} + m_3 g_{i2}] \end{bmatrix},$$

$$i = \begin{bmatrix} (s_i^2 - s_i - 1) g_{i1} + g_{i2} \\ s_i g_{i2} \end{bmatrix}, i = 1, 2, \dots, 5.$$

这样约束 3 变为

$$\det [t_1 \ t_2 \ t_3 \ t_4 \ t_5] = 0,$$

约束 2 可表达为

$$m_2 = 0 \text{ 或 } m_3 = 0.$$

选取

$$m_1 = m_2 = 0, m_3 = 1,$$

$$= \text{diag}(0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4),$$

$$g_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, g_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, g_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$g_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, g_5 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix},$$

可得

$$T = \begin{bmatrix} 0 & -0.9 & -1.6 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1.5625 \\ -1 & 0 & -1.25 \\ & -0.7 & -0.6 \\ & 1 & 1 \\ & 1 & -1 \\ & 2.0408 & -2.7778 \\ & -1.4286 & 1.6667 \\ L_0 = \begin{bmatrix} 0.2789 & 0.0706 \\ 1.3409 & 0.0635 \\ -2.6464 & 1.7212 \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$L_1 = [-2.6939 \ 2.4129],$$

$$L_2 = [-1.0475 \ 0.6918].$$

6 结 语

本文对离散线性系统提出了一类高阶积分观测器. 基于 Sylvester 矩阵方程的一个显式参数化通解建立了该类观测器的参数化设计方法. 设计自由度由以下几部分构成:

- 1) 观测器系统的特征值;
- 2) 一组参数向量;
- 3) 积分增益矩阵.

观测器增益矩阵及观测器系统矩阵的左特征向量的完全参数化表达由这些自由参数给出. 这些设

计参数可用来进行进一步获得系统的其他性能指标。

参考文献(References)

- [1] Wojciechowski B. Analysis and synthesis of proportional-integral observers for single-input single-output time-invariant continuous systems [D]. Gliwice, 1978.
- [2] Kaczorek T. Proportional-integral observers for linear multivariable time-varying systems [J]. Regelungstechnik, 1979, 27(6) : 359-362.
- [3] Shafai B, Carroll R L. Design of proportional integral observer for linear time-varying multivariable systems [C]. Proc of 24th IEEE Conf on Decision and Control. New York: IEEE, 1985: 597-599.
- [4] Beale S, Shafai B. Robust control system design with a proportional integral observer [J]. Int J Control, 1989, 50(1) : 97-111.
- [5] Söffker D, Yu T, Müller P C. State estimation of dynamical systems with nonlinearities by using proportional-integral observer [J]. Int J Systems Science, 1995, 26(9) :1571-1582.
- [6] Shafai B, Pi C T, Nork S. Simultaneous disturbance attenuation and fault detection using proportional integral observers [C]. Proc of the American Control Conf. New York: IEEE, 2002: 1647-1649.
- [7] Niemann H H, Stoustrup J, Shafai B, et al. LTR design of proportional-integral observers [J]. Int J Robust Nonlinear Control, 1995, 5(7) : 671-693.
- [8] Yao Y X, Zhang Y M, Kovacevic R. Loop transfer recovery design with proportional integral observer based on H optimal observation [C]. Proc of the American Control Conf. Piscataway: IEEE, 1997: 786-790.
- [9] Duan G R, Liu G P, Thompson S. Eigenstructure assignment design for proportional-integral observers — The continuous-time case[J]. IEE Proc Control Theory and Application, 2001, 148(3) : 263-267.
- [10] Jiang G P, Wang S P, Song W Z. Design of observer with integrators for linear systems with unknown input disturbances[J]. Electronic Letters, 2000, 36(13) : 1168-1169.
- [11] 吴爱国, 段广仁. 线性系统的高阶积分观测器设计 [C]. 自动化理论、技术与应用. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2003: 140-146.
(Wu A G, Duan G R. Design of observers with high order integrators for linear systems [C]. Theory, Technique and Applications in Automation. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 2003: 140-146.)
- [12] Duan G R. Solutions to matrix equation $AV + BW = VF$ and their application to eigenstructure assignment in linear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1993, 38(2) : 276-280.
- [7] Jaeger H, Haas H, Harnessing nonlinearity: Predicting chaotic systems and saving energy in wireless communication[J]. Science, 2004, 304(5667) : 78-80.
- [8] Jaeger H. Adaptive nonlinear system identification with echo state networks [C]. Advances in Neural Information Processing Systems. Cambridge: MIT Press, 2003, 15: 593-600.
- [9] Jaeger H. Tutorial on training recurrent neural networks, covering BPTT, RTRL, EKF and “echo state network” approach[R]. Bremen, German National Research Center for Information Technology, 2002.
- [10] Prokhorov D. Echo state networks: Appeal and challenges [C]. Proc of Int Joint Conf on Neural Networks. Montreal, 2005: 1463-1466
- [11] Xi J H, Shi Z W, Han M. Analyzing the state space property of echo state networks for chaotic system prediction [C]. Proc of Int Joint Conf on Neural Networks. Montreal, 2005: 1412-1417.
- [12] Jaeger H. Reservoir riddles: Suggestions for echo state network research[C]. Proc of Int Joint Conf on Neural Networks. Montreal, 2005: 1460-1462.
- [13] Tikhonov A N, Arsenin V Y. Solution of Ill — Posed problems[M]. Washington DC, 1977.
- [14] Van Gestel T, Suykens J A K, Lanckriet G, et al. Bayesian framework for least-squares support vector machine classifiers, Gaussian processes, and kernel fisher discriminant analysis[J]. Neural Computation, 2002, 14(5) :1115-1147.
- [15] Kallel R, Cottrell M, Vigneron V. Bootstrap for neural model selection[J]. Neurocomputing, 2002, 48(1-4) :175-183.
- [16] Anguita D, Boni A, Ridella S. Evaluating the generalization ability of support vector machines through the bootstrap[J]. Neural Processing Letters, 2000, 11(1) : 51-58.
- [17] Jinno K, Xu S G, Kawamura A, et al. Prediction of sunspots using reconstructed chaotic system equations [J]. J of Geophysical Research — Space Physics, 1995, 100(A8) : 14773-14781.

(上接第 261 页)