

文章编号: 1001-0920(2007)04-0445-03

基于广义生物经济系统的混沌控制

张悦, 张庆灵

(东北大学理学院, 沈阳 110004)

摘要: 基于一类广义生物经济系统, 研究离散微分代数系统的混沌及混沌控制问题. 首先提出一种基于混沌微分代数系统的直线稳定化方法; 然后将该方法应用于一类具有混沌现象的广义生物经济系统, 并设计了状态反馈控制器, 将混沌轨道稳定到理想的目标轨道, 实现对混沌种群的控制; 最后通过仿真结果证明了该控制方法是行之有效的.

关键词: 微分代数系统; 生物经济系统; 离散系统; 混沌控制

中图分类号: TP13; O328 **文献标识码:** A

Chaotic control based on descriptor bioeconomic systems

ZHANG Yue, ZHANG Qing-ling

(College of Science, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: ZHANG Yue, E-mail: zhangyue_neu@sohu.com)

Abstract: Based on a class of descriptor bioeconomic systems, the problems of chaos and chaotic control for discrete differential-algebraic equations are discussed. The method of straight-line stabilization based on chaotic differential-algebraic systems is presented. Then it is applied to a class of descriptor bioeconomic systems with chaos. A feedback controller is designed to make chaotic orbits stable and enable them to ideal orbits. Therefore, the control of the chaotic population system is realized. Numerical simulations show the effectiveness of the method.

Key words: Differential-algebraic systems; Bioeconomic systems; Discrete systems; Chaotic control

1 引言

近年来, 非线性系统的混沌及混沌控制已成为学者们关注的一个研究热点, 相继提出了一系列混沌控制方法, 如 OGY 方法^[1]、延迟反馈控制方法^[2]、反馈线性化控制方法^[3]、自适应控制方法^[4]、模糊控制方法^[5]等. 这些方法大多是针对微分方程、随机方程和模型未知的系统而提出的. 然而, 相对于广泛渗透在化工、电力等领域中的微分代数系统(也称广义系统、奇异系统)而言, 混沌及混沌控制的研究还很不足. 特别是对生物经济系统的研究, 有许多精细的生物经济现象, 需要用微分和代数方程联合描述. 深入研究带有代数约束的生物经济系统的混沌及混沌控制问题, 对于保护生态资源和促进经济发展具有重要的理论意义和应用价值.

本文针对混沌微分代数系统, 提出一种直线稳定化方法, 并将其应用于一类生物经济系统, 设计了状态反馈控制器, 将混沌轨道稳定于理想的目标轨

道. 最后通过数值仿真表明该控制方法是行之有效的.

2 混沌系统的直线稳定化控制

考虑如下离散混沌微分代数系统:

$$X_{n+1} = F(X_n). \quad (1)$$

其中

$$F = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} R^{N \times N},$$

$I \in R^{N_1 \times N_1}$ 为单位阵, 则 $\text{rank} F = N_1 < N$ (当 $N_1 = N$ 时, 此系统为通常的正常系统), $X = (X_1^T, X_2^T)^T \in R^N$ ($N - 2$) 为状态向量, $X_1 \in R^{N_1}$. 系统(1)可写成如下等价形式:

$$X_{1(n+1)} = F_1(X_{1(n)}, X_{2(n)}),$$

$$0 = F_2(X_{1(n)}, X_{2(n)}).$$

假定系统正则且

$$\text{rank}(\partial F_2(X_1, X_2) / \partial X_2) = N - N_1,$$

F 为充分光滑的向量函数, 加入控制输入 $u_n \in R^N$,

收稿日期: 2006-04-18; 修回日期: 2006-07-11.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60574011); 辽宁省博士启动基金项目(1040341).

作者简介: 张悦(1977—), 女, 沈阳人, 博士生, 从事生物控制、混沌控制的研究; 张庆灵(1956—), 男, 辽宁营口人, 教授, 博士生导师, 从事广义系统理论及其应用等研究.

可得受控系统

$$X_{n+1} = F(X_n) + u_n. \quad (2)$$

为了简便并不失一般性,假定系统的一个不稳定不动点 X_0^* 满足 $X_0^* = F(X_0^*)$ 为目标轨道,它也是受控系统(2)在 $u_n = 0$ 时的不动点. 受控系统(2)的不动点 X^* 满足 $X^* = F(X^*) + u_n$.

定理 1 对于控制系统(2),选择控制律

$$u_n = M^{-1}(I - J)(X_n - X_0^*). \quad (3)$$

其中: $J = \partial F / \partial X |_{X=X^*}$, $M = \partial F / \partial u |_{u=0}$, J 的特征值大于或小于 1, l 为常数且 $|l| < 1$. 则该系统的混沌轨道将稳定于不稳定不动点 X_0^* .

证明 系统(1)加入微小的控制 u_n 后,不稳定不动点受到影响,要有一个微小的移动. 因为加入的控制是微小的,所以变化后的不动点处于原不动点附近. 此时有

$$(X^* - X_0^*) = J(X^* - X_0^*) + Mu_n. \quad (4)$$

式(3)代入式(4),得

$$(X^* - X_0^*) = J(X^* - X_0^*) + (I - J)(X_n - X_0^*). \quad (5)$$

对系统(2)进行线性化处理,有

$$(X_{n+1} - X^*) = J(X_n - X^*). \quad (6)$$

式(5)和式(6)联立,有

$$(X_{n+1} - X_0^*) = l(X_n - X_0^*). \quad (7)$$

这意味着混沌轨道在控制律(3)的作用下,将被迫直接趋于目标轨道 X_0^* .

注 1 上述控制方法与混沌系统 OGY 控制方法相比,混沌轨道被迫直接趋于目标轨道,不需要经过稳定流形,达到期望控制效果所需的时间很短.

3 生物经济系统的直线稳定化控制

3.1 模型建立

经典的 Logistic 模型可用于描述许多生物种群的增长规律. 早期的研究成果显示,一维离散 Logistic 模型比连续模型具有更丰富的动态特性^[6-8].

考虑 Logistic 离散模型

$$x_{n+1} = x_n + rx_n(1 - x_n/k). \quad (8)$$

其中: $x_n > 0$ 为 n 时刻的种群密度, r 为种群的内在增长率, k 为环境对该种群的容纳量. 此种群模型存在两个不动点: $x_1^* = 0$, $x_2^* = k$, 并存在分岔和混沌现象.

为了获取经济利润,需要捕获该种群,研究生物种群及经济系统的变化规律,但仅用方程(8)描述是不够的. 为此,建立如下生物经济学模型:

$$x_{n+1} = x_n + rx_n(1 - x_n/k) - E_n x_n, \quad (9a)$$

$$0 = E_n(p x_n - c) - m. \quad (9b)$$

其中: x_n, r, k 的含义同上, E_n 为 n 时刻对种群捕获的努力程度, p 为产品单价, c 为捕获成本, m 为经济利润(或剩余量). r, k, p, c 均为大于零的常数.

$pE_n x_n$ 表示收益总量, cE_n 表示总成本. 方程(9b)依据的经济学原理是:收益总量 - 总成本 = 经济利润(或剩余量)^[9]. 显然,系统(9)是一个离散的微分代数系统.

对于系统(9),当 $m = 0$ 时,不动点 $P^*(x_0^*, E_0^*)$ 满足方程组

$$\begin{cases} x_0^* + rx_0^*(1 - x_0^*/k) - E_0^* x_0^* = x_0^*, \\ E_0^*(px_0^* - c) - m = 0. \end{cases} \quad (10)$$

由图 1 所示的分岔可以看出,随着种群内禀增长率 r 的变化,该生物经济系统呈现复杂的动态特性,出现混沌现象.

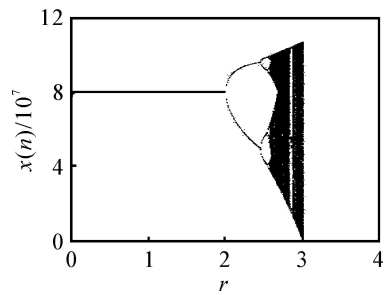


图 1 系统(9)中变量 x_n 随参数 r 变化的分岔

图 2 描述了当 $r = 2.8$, $k = 8.05 \times 10^7$, $p = 5 \times 10^{-3}$, $c = 8.75 \times 10^4$, $m = 10^2$ 时,系统(9)的混沌吸引子. 此时,其 Lyapunov 指数^[6,10]分别为 $L_{E_1} = 0.461328$, $L_{E_2} = -42.6589$, Lyapunov 维数 $D_L = 1.0108$.

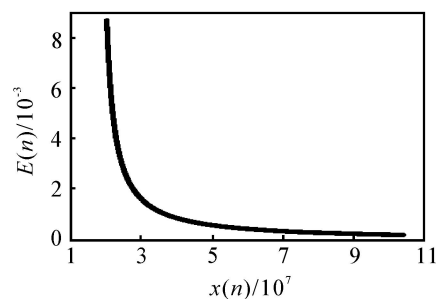


图 2 系统(9)在 $r = 2.8$ 时的混沌吸引子

注 2 上述现象的生物意义是:人们对生物种群进行捕获,当考虑经济因素时,随着种群内禀增长率的增加,整个生物经济系统的动态特性会发生很大的变化,稳定的不动点失稳,产生分岔,直至出现混沌现象(如图 1 所示,当 $0 < r < 2$ 时,系统(9)存在稳定的不动点;当 $r = 2.01$ 时,出现分岔,产生 2 周期轨道;... 随着 r 的增长,当 $r = 2.58$ 时,开始出现混沌现象). 即种群密度随时间变化而混乱,人们无法预测其发展趋势,不利于合理地利用.

3.2 生物经济系统的直线稳定化控制

将第 2 节得出的混沌控制方法应用于生物经济系统(9),以说明该方法的有效性.

受控的生物经济系统为

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + rx_n(1 - x_n/k) - E_n x_n + u_{1n}, \\ 0 = E_n(px_n - c) - m + u_{2n}, \end{cases} \quad (11)$$

其中 $u_n = (u_{1n}, u_{2n})^T$ 为控制输入. 当 $(u_{1n}, u_{2n})^T = (0, 0)^T$ 时, 系统(11) 等价于系统(9). 如 3.1 节所述, 系统(9) 存在混沌吸引子.

本文的目的是将混沌轨道控制到不稳定不动点 $P^*(x_0^*, E_0^*)$. 这里

$$F(X_n) = \begin{bmatrix} x_n + rx_n(1 - x_n/k) - E_n x_n \\ E_n(px_n - c) - m \end{bmatrix},$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, X_1 = x, X_2 = E.$$

于是有

$$J = \begin{bmatrix} 1 - \frac{r}{k}x_0^* & -x_0^* \\ pE_0^* & px_0^* - e \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

由控制器(3) 可得出系统(10) 的控制输入

$$u_n^* = (u_{1n}^*, u_{2n}^*)^T = \begin{bmatrix} l - 1 + \frac{r}{k}x_0^* & x_0^* \\ -pE_0^* & l - px_0^* + e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_n - x_0^* \\ E_n - E_0^* \end{bmatrix}, \quad (12)$$

其中 $|l| < 1$.

注 3 该控制器的生物意义是:为了消除生物经济系统出现的混沌现象,可以通过调整捕获量,例如政府通过某些政策,增加或减免税收,控制捕获量.进而改变种群的内禀增长率,并最终控制生物经济系统,使其沿着平稳有序的轨道运行.

4 数值仿真

下面以太平洋庸鲈资源的估计数据^[9] 为例,说明控制器(12) 的有效性. 估计数据如下:

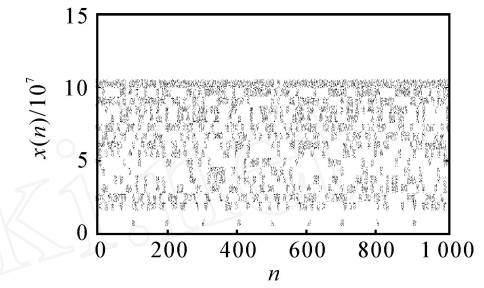
$$r = 2.8, k = 8.05 \times 10^7, p = 5 \times 10^{-3},$$

$$c = 8.75 \times 10^4, m = 10^2.$$

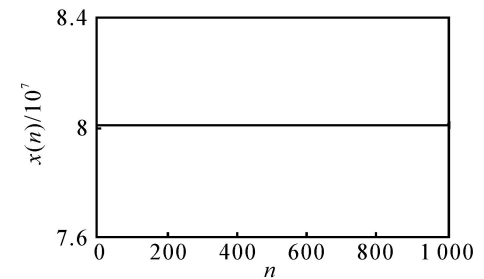
当 $(u_{1n}, u_{2n})^T = (0, 0)^T$ 时,该系统处于混沌状态(见图 2), 有 3 个不动点: $P_0^*(0, -1.143 \times 10^{-3})$, $P_1^*(8.049 \times 10^7, 3.175 \times 10^{-4})$, $P_2^*(1.7509 \times 10^7, 2.191)$.

假设控制目标是将系统稳定到不动点 $P_1^*(8.049 \times 10^7, 3.175 \times 10^{-4})$. 从系统(2) 的相图(图 2) 可以看出,混沌吸引子中包含这个不动点. 通过控制器 u_n^* 可将混沌轨道稳定到不动点 $P_1^*(8.049 \times 10^7, 3.175 \times 10^{-4})$, 如图 3(b) 所示.

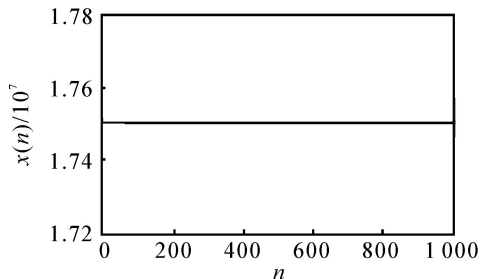
假设控制目标是将系统稳定到不动点 $P_2^*(1.7509 \times 10^7, 2.191)$. 显然,混沌吸引子中不包含这个不动点. 通过控制器 u_n^* 也可将混沌轨道稳定到不动点 $P_2^*(1.7509 \times 10^7, 2.191)$, 如图 3(c) 所示. 由此表明,即使控制目标没有包含在混沌吸引子中,该控制方法也同样适用.



(a) 控制前的状态变量



(b) 控制目标包含在混沌吸引子中的控制效果



(c) 控制目标不包含在混沌吸引子中的控制效果

图 3 系统(11) 状态变量 x_n 的时间响应

5 结 语

本文针对混沌微分代数系统,提出一种直线稳定化控制方法.将其应用于所建立的生物经济模型,并设计了状态反馈控制器,使混沌轨道稳定到理想的目标轨道.数值仿真表明了该方法的有效性和可行性.

参考文献(References)

[1] Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling chaos[J]. Physical Review Letters, 1990, 64(11): 1196-1199.

[2] Guan X P, Feng G, Chen C L. A stabilization method of chaotic systems based on full delayed feedback controller design[J]. Physics Letters A, 2006, 348(3-6): 210-221.

(下转第 452 页)

以及传输周期,避免实时性报文因超出截止期而被迫放弃,造成较大的传输时延.同时,通过合理的计划调度或灵活的触发方式,尽可能减少总线上多个报文的冲突,保证 CAN 报文实时性.

5 结 语

本文针对 CAN 报文实时性问题,提出了基于主节点的调度方式,给出了报文响应时间数学模型.该调度方式减少了周期性报文的冲突,改善了系统性能,且易于实现.通过实验平台,检测了报文的实际填充位,分析了在不同条件下报文的响应时间和总线负载,从而验证了所提出调度方式的有效性及应用性.

参考文献(References)

- [1] Cena G, Valenzano A. Efficient polling of devices in CANopen networks [C]. Proc of the ETFA'03 Conf on Emerging Technologies and Factory Automation. Lisbon, 2003: 123-130.
- [2] Tindell K, Clark J. Holistic schedulability analysis for distributed hard real-time systems[J]. Microprocessors and Microprogramming, 1994, 40(2-3): 117-134.
- [3] Natale M D. Scheduling the CAN bus with earliest deadline techniques [C]. Proc of the 21st IEEE Real-time Systems Symposium. Orlando, 2000: 259-268.
- [4] Pedreiras P, Almeida L. EDF message scheduling on controller area network [J]. Computing and Control Engineering J, 2002, 13(4): 163-170.
- [5] Pinho L M, Vasques F. Timing analysis of reliable real-time communication in CAN networks[C]. Proc of the 13th Euromicro Conference on Real-time Systems. Delft, 2001: 103-114.
- [6] Audsley N, Burns A, Richardson M, et al. Applying new scheduling theory to static priority pre-emptive scheduling[J]. Software Engineering J, 1993, 8(5): 285-292.
- [7] Wolfhard Lawrenz. CAN system engineering from theory to practical applications[M]. German: Springer, 1997.
- [8] Tindell K W, Hansson H, Wellings A J. Analyzing real-time communications: Controller area network (CAN) [C]. Proc of the RTSS'94 Real-time Systems Symposium. San Juan, 1994: 259-263.
- [9] Tindell K, Burns A, Wellings A J. Calculating controller area network (CAN) message response time [J]. Control Engineer Practice, 1995, 3(8): 1163-1169.
- [10] Nolte T, Hansson H, Norstrom C. Probabilistic worst-case response-time analysis for the controller area network[C]. Proc of the 9th IEEE Real-time and Embedded Technology and Applications Symposium. Toronto, 2003: 200-207.
- [11] Nolte T, Sjodin M, Hansson H. Server-based scheduling of the CAN bus[C]. Proc of the ETFA'03 Conf on Emerging Technologies and Factory Automation. Lisbon, 2003: 169-263.
- [12] Pinho L P, Vasques F, Tovar E. Integrating inaccessibility in response time analysis of CAN networks [C]. Proc of the IEEE Int Workshop on Factory Communication Systems. Porto, 2000: 77-84.
- [13] Gamiz J, Samitier J, Fuertes J M, et al. Practical evaluation of messages latencies in CAN [C]. Proc of the ETFA'03 Conf on Emerging Technologies and Factory Automation. Lisbon, 2003: 185-192.
- [14] SAE J2056/1. Class C Application Requirement Considerations [S].

(上接第 447 页)

- [3] Fuh C C, Tsai H H. Control of discrete-time chaotic systems via feedback linearization [J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2002, 13(2): 285-294.
- [4] Moez Feki. An adaptive feedback control of linearizable chaotic systems[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2003, 15(5): 883-890.
- [5] 钱俊磊,马晓峰,杨志刚.混沌系统基于 T-S 模糊模型的控制方法[J].系统仿真学报,2005,17(12): 2987-2990. (Qian J L, Ma X F, Yang Z G. Approach of chaotic control based on T-S fuzzy model [J]. J of System Simulation, 2005, 17(12): 2987-2990.)
- [6] Alligood K, Sauer T, Yorke J. Chaos: An introduction to dynamical systems[M]. New York: Springer, 1997.
- [7] Guckenheimer J, Holmes P. Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcations of vector field[M]. New York: Springer, 1983.
- [8] 马知恩.种群生态学的数学建模与研究[M].合肥:安徽教育出版社,1996. (Ma Z E. Mathematic modeling and studying of population biology [M]. Hefei: Anhui Education Publishing House, 1996.)
- [9] Clark C W. Mathematical bioeconomics: The optimal management of renewable resources [M]. New York: Wiley, 1990.
- [10] Parker T S, Chua L O. Practical numerical algorithms for chaotic systems[M]. New York: Springer, 1989.