文章编号: 1001-0920(2007)04-0465-04

离散广义系统的鲁棒严格正实控制

李秀英[1], 邢 伟[2], 张庆灵[2]
(1. 通化师范学院 数学系, 吉林 通化 134002; 2. 东北大学 理学院, 沈阳 110004)

摘 要: 研究确定的以及具有范数有界不确定性的离散广义系统的严格正实分析和控制问题. 首先给出了确定离散广义系统状态反馈扩展严格正实控制器的存在条件和设计方法;然后利用线性矩阵不等式分析了不确定离散广义系统广义二次稳定且扩展严格正实的条件,讨论了状态反馈使闭环系统广义二次稳定且扩展严格正实问题,给出了状态反馈鲁棒扩展严格正实控制器的综合方法;最后通过数值算例说明了所提出方法的有效性.

关键词: 离散广义系统; 扩展严格正实; 正实控制; 广义二次稳定; 线性矩阵不等式
中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

Robust strict positive real control for discrete-time singular systems

LI Xiu-ying[1], *XING Wei*[2], *ZHANG Qing-ling*[2]
(1. Department of Mathematics, Tonghua Teachers College, Tonghua 134002, China; 2. College of Science, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: XING Wei, E-mail: awxing@mail.neu.edu.cn)

Abstract: The problems of strictly positive real analysis and design are considered for discrete-time singular systems with or without uncertainties which are expressed in a norm-bounded form. The existence condition of state feedback extended strict positive real controller is presented for discrete-time singular systems. By means of linear matrix inequality, a sufficient condition for that the uncertain discrete-time singular system is generalized quadratically stable and extended strict positive real is derived. State feedback controller to achieve generalized quadratic stability and extended strict positive realness is discussed. Furthermore, a method of designing state feedback robust extended strict positive real controller is given. Finally, a numerical example shows the effectiveness of this method.

Key words: Discrete-time singular systems; Extended strictly positive real; Positive real control; Generalized quadratic stability; Linear matrix inequality

1 引 言

正实性是电路和系统理论中的一个基本性质,它在系统和控制理论中有关稳定性分析、超稳定性、二次型最优、系统的稳定实现等方面都有重要的应用. 所谓正实控制问题,是指对于一个给定的对象,构造内稳控制器使闭环系统正实[1]. 这样的控制器称为正实控制器. 对这一问题的研究源自鲁棒控制和非线性控制. 因为实际系统中不可避免地存在不确定性,近年来不确定系统的鲁棒正实控制问题成为众多学者研究的热点[2-5].

文献[6]讨论了线性多变量系统的鲁棒输出反馈正实控制器的设计问题;文献[7]研究了离散系统的鲁棒正实控制问题. 广义系统较正常系统更具保持系统物理等特性的能力,因此研究广义系统的鲁棒性能具有重要意义. 但目前对广义系统正实控制的研究还不充分[8,9],尤其是广义系统的鲁棒正实控制的研究还很少见[10].

本文讨论确定及不确定离散广义系统的鲁棒严格正实控制问题. 利用线性矩阵不等式,给出了不确定离散广义系统广义二次稳定且扩展严格正实的充分条件;利用矩阵不等式,给出了确定离散广义系统状态反馈扩展严格正实控制器以及不确定离散广义系统状态反馈鲁棒扩展严格正实控制器的存在条件和设计方法. 最后通过数值算例验证了所提出方法的正确性.

2 预备知识

考虑离散广义系统 (Σ)

收稿日期: 2006-02-03; **修回日期**: 2006-05-16.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60574011); 辽宁省骨干教师基金项目.
作者简介: 李秀英(1968 —),女,吉林乾安人,副教授,硕士,从事广义系统 H_∞控制、正实控制的研究; 邢伟(1961 —),男,沈阳人,教授,博士,从事系统稳定、鲁棒控制等研究.

$$\begin{cases} Ex(k+1) = Ax(k) + B\omega(k), \\ z(k) = Cx(k) + D\omega(k). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(k) \in R^n$, $\omega(k) \in R^p$, $z(k) \in R^p$ 分别为系统的状态向量、外部输入和被调输出; $E \in R^{n\times n}$ 且 $\mathrm{rank}(E) = r < n$. 系统(Σ) 的传递函数为

$$G(z) = C(zE - A)^{-1}B + D.$$

定义 1[8] 系统(Σ) 称为正实的,如果传递函数 $G(z)$ 在复单位圆外 $|z| > 1$ 解析,且 $G(z) + G^*(z) \geq 0$, $\forall |z| > 1$ 成立;系统(Σ) 称为严格正实的,如果传递函数 $G(z)$ 在 $|z| \geq 1$ 解析,且

$$G(e^{j\theta}) + G^*(e^{j\theta}) > 0,\ \forall\theta \in [0, 2\pi]$$

成立;系统(Σ) 称为扩展严格正实的,如果系统(Σ) 是严格正实的,且 $G(\infty) + G^*(\infty) > 0$.

引理 1[8] 对于离散广义系统(Σ),下述两个条件是等价的:

1) 系统(Σ) 是容许且扩展严格正实的;

2) 存在对称矩阵 $P \in R^{n\times n}$,满足

$$E^{\mathrm T}PE \geq 0,$$

$$\begin{bmatrix} A^{\mathrm T}PA - E^{\mathrm T}PE & C^{\mathrm T} - A^{\mathrm T}PB \\ C - B^{\mathrm T}PA & -(D + D^{\mathrm T} - B^{\mathrm T}PB) \end{bmatrix} < 0.$$

引理 2[11] 如果对称矩阵 R 可逆,矩阵 F 满足 $FF^{\mathrm T} \leq I$, M 和 N 是适维常数矩阵,且存在正数 ε 满足 $\varepsilon I - NRN^{\mathrm T} > 0$,则

$$(A + MFN)R(A + MFN)^{\mathrm T} \leq$$
$$A[R + RN^{\mathrm T}(\varepsilon I - NRN^{\mathrm T})^{-1}NR]A^{\mathrm T} + \varepsilon MM^{\mathrm T}.$$

引理 3[12] 对于任意适维常数矩阵 X 和 Y 以及正数 ε,有

$$XY^{\mathrm T} + YX^{\mathrm T} \leq \varepsilon XX^{\mathrm T} + \varepsilon^{-1}YY^{\mathrm T}.$$

3 严格正实控制

考虑离散广义系统(Σ_s)

$$\begin{cases} Ex(k+1) = Ax(k) + B\omega(k) + B_1u(k), \\ z(k) = Cx(k) + D\omega(k) + D_1u(k). \end{cases} \quad (2)$$

其中 $u(k) \in R^m$ 为系统的控制输入.

下面对系统(Σ_s) 设计状态反馈控制器 $u(k) = Kx(k)$,使闭环系统容许且扩展严格正实. 相应的控制器称为状态反馈扩展严格正实控制器.

定理 1 对于离散广义系统(Σ_s),如果存在可逆对称矩阵 P 和正数 ε,满足矩阵不等式

$$E^{\mathrm T}PE \geq 0, \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} A^{\mathrm T}PA - E^{\mathrm T}PE - \Phi^{\mathrm T}\Psi^{-1}\Phi & C^{\mathrm T} - A^{\mathrm T}PB \\ C - B^{\mathrm T}PA & -(D + D^{\mathrm T} - B^{\mathrm T}PB) \end{bmatrix} < 0, \quad (4)$$

则离散广义系统(Σ_s) 存在状态反馈扩展严格正实控制器,且控制器可取 $u(k) = -\Psi^{-1}\Phi x(k)$. 其中

$$\Phi = B_1^{\mathrm T}PA + (D_1^{\mathrm T} - B_1^{\mathrm T}PB)H^{-1}(C - B^{\mathrm T}PA),$$
$$\Psi = B_1^{\mathrm T}PB_1 + (D_1^{\mathrm T} - B_1^{\mathrm T}PB)H^{-1} \times$$
$$(D_1 - B^{\mathrm T}PB_1) + \varepsilon I > 0,$$

这里 $H = D + D^{\mathrm T} - B^{\mathrm T}PB$.

证明 将 $u(k) = Kx(k)$ 作用于系统(Σ_s),可得闭环系统(Σ_{sk})

$$Ex(k+1) = A_cx(k) + B\omega(k),$$
$$z(k) = C_cx(k) + D\omega(k).$$

其中

$$A_c = A + B_1K,\ C_c = C + D_1K.$$

由引理 1,如果存在可逆对称矩阵 P 满足式(3),以及

$$\begin{bmatrix} A_c^{\mathrm T}PA_c - E^{\mathrm T}PE & C_c^{\mathrm T} - A_c^{\mathrm T}PB \\ C_c - B^{\mathrm T}PA_c & -(D + D^{\mathrm T} - B^{\mathrm T}PB) \end{bmatrix} < 0, \quad (5)$$

则闭环系统(Σ_{sk}) 容许且扩展严格正实. 由 Schur 补性质,式(5) 等价于

$$A^{\mathrm T}PA - E^{\mathrm T}PE + (C^{\mathrm T} - A^{\mathrm T}BP)H^{-1} \times$$
$$(C - B^{\mathrm T}PA) + K^{\mathrm T}\Phi + \Phi^{\mathrm T}K +$$
$$K^{\mathrm T}(\Psi - \varepsilon I)K < 0,$$

以及 $H > 0$. 当 $K = -\Psi^{-1}\Phi$ 时,由式(4) 可得

$$A^{\mathrm T}PA - E^{\mathrm T}PE + (C^{\mathrm T} - A^{\mathrm T}PB)H^{-1} \times$$
$$(C - B^{\mathrm T}PA) - \Phi^{\mathrm T}\Psi^{-1}\Phi + (K^{\mathrm T} +$$
$$\Phi^{\mathrm T}\Psi^{-1})\Psi(K + \Psi^{-1}\Phi) < 0,$$

以及 $H > 0$. 于是当 $K = -\Psi^{-1}\Phi$ 时,式(5) 成立. □

4 鲁棒严格正实分析与设计

考虑不确定离散广义系统(Σ_Δ)

$$\begin{cases} Ex(k+1) = A_\Delta x(k) + B_\Delta\omega(k), \\ z(k) = C_\Delta x(k) + D_\Delta\omega(k). \end{cases} \quad (6)$$

系统中的参数矩阵为

$$\begin{bmatrix} A_\Delta & B_\Delta \\ C_\Delta & D_\Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} F[E_1 \quad E_2]. \quad (7)$$

其中: $A, B, C, D, H_1, H_2, E_1, E_2$ 为常数矩阵; F 为不确定矩阵,且满足 $FF^{\mathrm T} \leq I$.

对于不确定广义系统(Σ_Δ),给出如下定义:

定义 2 不确定离散广义系统(Σ_Δ) 称为广义二次稳定的,如果存在可逆对称矩阵 $P \in R^{n\times n}$,使得

$$E^{\mathrm T}PE \geq 0,\ A_\Delta^{\mathrm T}PA_\Delta - E^{\mathrm T}PE < 0,$$

对所有满足式(7) 的不确定性成立.

定义 3 不确定离散广义系统(Σ_Δ) 称为广义二次稳定且扩展严格正实的,如果存在可逆对称矩阵 $P \in R^{n\times n}$,使得

$$E^{\mathrm T}PE \geq 0,$$

$$\begin{bmatrix} A_\Delta^{\mathrm T}PA_\Delta - E^{\mathrm T}PE & C_\Delta^{\mathrm T} - A_\Delta^{\mathrm T}PB_\Delta \\ C_\Delta - B_\Delta^{\mathrm T}PA_\Delta & -(D_\Delta + D_\Delta^{\mathrm T} - B_\Delta^{\mathrm T}PB_\Delta) \end{bmatrix} < 0,$$

对所有满足式(7) 的不确定性成立.

注 1 由定义 2,如果系统(Σ_Δ) 是广义二次稳定的,则该系统对所有满足式(7) 的不确定性都是

容许的[8].

定理 2　对于不确定离散广义系统(Σ_Δ),如果存在可逆对称矩阵 P 以及正数 ε_1 和 ε_2,使得 $\varepsilon_1 I - H_1^{\mathrm T} PH_1 > 0$,且满足式(3) 以及线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} A^{\mathrm T}PA - E^{\mathrm T}PE & C^{\mathrm T} - A^{\mathrm T}PB & A^{\mathrm T}PH_1 & (\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_1^{\mathrm T} & 0 \\ C - B^{\mathrm T}PA & -(D + D^{\mathrm T} - B^{\mathrm T}PB) & -B^{\mathrm T}PH_1 & -(\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_2^{\mathrm T} & H_2 \\ H_1^{\mathrm T}PA & -H_1^{\mathrm T}PB & -\varepsilon_1 I + H_1^{\mathrm T}PH_1 & 0 & 0 \\ (\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_1 & -(\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_2 & 0 & -(\varepsilon_1+\varepsilon_2)I & 0 \\ 0 & H_2^{\mathrm T} & 0 & 0 & -\varepsilon_2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (8)$$

则广义系统(Σ_Δ) 是广义二次稳定且扩展严格正实的.

证明　由定义 3 知,如果存在可逆对称矩阵 P 满足式(3),以及

$$\Omega = \begin{bmatrix} A_\Delta^{\mathrm T}PA_\Delta - E^{\mathrm T}PE & C_\Delta^{\mathrm T} - A_\Delta^{\mathrm T}PB_\Delta \\ C_\Delta - B_\Delta^{\mathrm T}PA_\Delta & -(D_\Delta + D_\Delta^{\mathrm T} - B_\Delta^{\mathrm T}PB_\Delta) \end{bmatrix} < 0,$$

则广义系统(Σ_Δ) 是广义二次稳定且扩展严格正实的.

由引理 2 知

$$\begin{bmatrix} A_\Delta^{\mathrm T} \\ -B_\Delta^{\mathrm T} \end{bmatrix} P \begin{bmatrix} A_\Delta^{\mathrm T} \\ -B_\Delta^{\mathrm T} \end{bmatrix}^{\mathrm T} \le \begin{bmatrix} A^{\mathrm T} \\ -B^{\mathrm T} \end{bmatrix}(P + PH_1(\varepsilon_1 I - H_1^{\mathrm T}PH_1)^{-1}H_1^{\mathrm T}P) \times \begin{bmatrix} A^{\mathrm T} \\ -B^{\mathrm T} \end{bmatrix}^{\mathrm T} + \varepsilon_1 \begin{bmatrix} E_1^{\mathrm T} \\ -E_2^{\mathrm T} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} E_1^{\mathrm T} \\ -E_2^{\mathrm T} \end{bmatrix}^{\mathrm T},$$

其中正数 ε_1 满足 $\varepsilon_1 I - H_1^{\mathrm T}PH_1 > 0$.

由引理 3 知

$$\begin{bmatrix} 0 & (H_2FE_1)^{\mathrm T} \\ H_2FE_1 & -(H_2FE_2 + (H_2FE_2)^{\mathrm T}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ H_2 \end{bmatrix} F[E_1 \quad -E_2] + \begin{bmatrix} E_1^{\mathrm T} \\ -E_2^{\mathrm T} \end{bmatrix} F^{\mathrm T}[0 \quad H_2^{\mathrm T}] \le \varepsilon_2 \begin{bmatrix} E_1^{\mathrm T} \\ -E_2^{\mathrm T} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} E_1^{\mathrm T} \\ -E_2^{\mathrm T} \end{bmatrix}^{\mathrm T} + \varepsilon_2^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ H_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ H_2 \end{bmatrix}^{\mathrm T},$$

其中 ε_2 为任意正数. 于是

$$\Omega \le \begin{bmatrix} -E^{\mathrm T}PE & C^{\mathrm T} \\ C & -(D + D^{\mathrm T}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A^{\mathrm T} \\ -B^{\mathrm T} \end{bmatrix}(P + PH_1(\varepsilon_1 I - H_1^{\mathrm T}PH_1)^{-1}H_1^{\mathrm T}P)\begin{bmatrix} A^{\mathrm T} \\ -B^{\mathrm T} \end{bmatrix}^{\mathrm T} + \varepsilon_1 \begin{bmatrix} E_1^{\mathrm T} \\ -E_2^{\mathrm T} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} E_1^{\mathrm T} \\ -E_2^{\mathrm T} \end{bmatrix}^{\mathrm T} + \varepsilon_2 \begin{bmatrix} E_1^{\mathrm T} \\ -E_2^{\mathrm T} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} E_1^{\mathrm T} \\ -E_2^{\mathrm T} \end{bmatrix}^{\mathrm T} + \varepsilon_2^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ H_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ H_2 \end{bmatrix}^{\mathrm T}.$$

由 Schur 补性质,当式(8) 成立时必有 $\Omega < 0$,于是定理 2 得证. □

考虑不确定离散广义系统$(\Sigma_{\Delta s})$

$$\begin{cases} Ex(k+1) = A_\Delta x(k) + B_\Delta \omega(k) + B_{1\Delta}u(k), \\ z(k) = C_\Delta x(k) + D_\Delta \omega(k) + D_{1\Delta}u(k). \end{cases} \quad (9)$$

其中:$B_{1\Delta} = B_1 + H_1FE_3$,$D_{1\Delta} = D_1 + H_2FE_3$,$B_1$,$D_1$,$E_3$ 是已知矩阵,其余矩阵与式(7) 相同.

下面对系统$(\Sigma_{\Delta s})$ 设计状态反馈控制器 $u(k) = Kx(k)$,使闭环系统广义二次稳定且扩展严格正实. 相应的控制器称为状态反馈鲁棒扩展严格正实控制器.

定理 3　对于不确定离散广义系统$(\Sigma_{\Delta s})$,如果存在可逆对称矩阵 P 以及正数 ε_1,ε_2,ε_3,使得 $\varepsilon_1 I - H_1^{\mathrm T}PH_1 > 0$,且满足式(3) 以及矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} \Xi & C^{\mathrm T} - A^{\mathrm T}PB & A^{\mathrm T}PH_1 & (\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_1^{\mathrm T} & 0 \\ C - B^{\mathrm T}PA & -(D + D^{\mathrm T} - B^{\mathrm T}PB) & -B^{\mathrm T}PH_1 & -(\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_2^{\mathrm T} & H_2 \\ H_1^{\mathrm T}PA & -H_1^{\mathrm T}PB & -\varepsilon_1 I + H_1^{\mathrm T}PH_1 & 0 & 0 \\ (\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_1 & -(\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_2 & 0 & -(\varepsilon_1+\varepsilon_2)I & 0 \\ 0 & H_2^{\mathrm T} & 0 & 0 & -\varepsilon_2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (10)$$

则不确定离散广义系统$(\Sigma_{\Delta s})$ 存在状态反馈鲁棒扩展严格正实控制器,且控制器可取 $u(k) = -\Lambda^{-1}\Gamma x(k)$. 其中

$$\Xi = A^{\mathrm T}PA - E^{\mathrm T}PE - \Gamma^{\mathrm T}\Lambda^{-1}\Gamma,$$
$$V = PH_1(\varepsilon_1 I - H_1^{\mathrm T}PH_1)^{-1}H_1^{\mathrm T}P,$$
$$U = D + D^{\mathrm T} - B^{\mathrm T}VB - B^{\mathrm T}PB - \varepsilon_2^{-1}H_2H_2^{\mathrm T} - (\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_2^{\mathrm T}E_2,$$
$$X_1 = B_1^{\mathrm T}PA + B_1^{\mathrm T}VA + (\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_3^{\mathrm T}E_1,$$
$$X_2 = B_1^{\mathrm T}PB_1 + B_1^{\mathrm T}VB_1 + (\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_3^{\mathrm T}E_3,$$
$$X_3 = C^{\mathrm T} - A^{\mathrm T}VB - A^{\mathrm T}PB - (\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_1^{\mathrm T}E_2,$$
$$X_4 = D_1^{\mathrm T} - B_1^{\mathrm T}PB - B_1^{\mathrm T}VB - (\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_3^{\mathrm T}E_2,$$
$$\Gamma = X_1 + X_4U^{-1}X_3^{\mathrm T},$$
$$\Lambda = X_2 + X_4U^{-1}X_4^{\mathrm T} + \varepsilon_3 I > 0.$$

证明　将 $u(k) = Kx(k)$ 作用于系统$(\Sigma_{\Delta s})$,得闭环系统$(\Sigma_{\Delta k})$

$$\begin{cases} Ex(k+1) = (A_\Delta + B_{1\Delta}K)x(k) + B_\Delta \omega(k), \\ z(k) = (C_\Delta + D_{1\Delta}K)x(k) + D_\Delta \omega(k). \end{cases} \quad (11)$$

其中

$$\begin{bmatrix} A_\Delta + B_{1\Delta} K \\ C_\Delta + D_{1\Delta} K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B_1 K \\ C + D_1 K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} F(E_1 + E_3 K).$$

利用定理 2 ,并由定理 1 的证明知定理 3 成立. □

5 数值算例

不确定离散广义系统(Σ_Δ) 的参数取为

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \ A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \ B = \begin{bmatrix} 0.1 \\ -0.1 \end{bmatrix},$$

$$C = [0.1 \quad -0.1], \ D = 0.1, \ E_1 = [0.3 \quad 0.2],$$

$$E_2 = 0.1, \ H_1 = \begin{bmatrix} 0.03 \\ 0.1 \end{bmatrix}, \ H_2 = 0.02.$$

利用 Matlab 中的 LMI 工具箱 ,求得定理 2 的可行解

$$\varepsilon_1 = 0.6030, \ \varepsilon_2 = 0.8543,$$

$$P = \begin{bmatrix} 1.1859 & -0.8952 \\ -0.8952 & -1.1533 \end{bmatrix},$$

因此广义系统(Σ_Δ) 是广义二次稳定且扩展严格正实的. 在系统(Σ_Δ) 的基础上将系统$(\Sigma_{\Delta s})$ 的参数取为

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.2 \end{bmatrix}, \ D_1 = 0.2, \ E_3 = 0.01,$$

则存在 $\varepsilon_3 = 1$ 以及上述 ε_1 ,ε_2 , P 满足定理 3 的条件, 于是

$$\Gamma = [0.0629 \quad 0.4669], \ \Lambda = 1.1121.$$

从而状态反馈鲁棒扩展严格正实控制器参数矩阵

$$K = [-0.0565 \quad 0.4199].$$

6 结 语

本文讨论了一类不确定离散广义系统的鲁棒严格正实分析和控制问题. 利用矩阵不等式 ,分别给出了状态反馈扩展严格正实控制器以及鲁棒扩展严格正实控制器的存在条件和设计方法. 数值计算结果表明 ,控制器参数可通过求解线性矩阵不等式而得到.

参考文献(References)

[1] Sun W, Khargonekar P P, Shim D. Solution to the positive real control problem for linear time-invariant systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1994, 39(10): 2034-2046.

[2] Xie L, Soh Y C. Positive real control problem for uncertain linear time-invariant systems[J]. Systems Control and Letters, 1995, 24(4): 265-271.

[3] Xie L, Soh Y C. Robust control of linear system with generalized positive real uncertainty[J]. Automatica, 1997, 33(5): 963-967.

[4] Mahmoud M S, Soh Y C, Xie L. Observer-based positive real control of uncertain linear systems[J]. Automatica, 1999, 35(4): 749-754.

[5] Mahmoud M S, Xie L. Positive real analysis and synthesis of uncertain discrete time systems[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems — I: Fundamental Theory and Applications, 2000, 47(3): 403-406.

[6] 邵汉永, 冯纯伯. 严格正实线性多变量系统的鲁棒性分析及其输出反馈控制[J]. 控制与决策, 2004, 19(3): 277-280.
(Shao H Y, Feng C B. Robustness analysis and feedback control for strictly positive real linear MIMO systems[J]. Control and Decision, 2004, 19(3): 277-280.)

[7] 邵汉永, 冯纯伯. 一类不确定离散系统的严格正实分析和设计[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(1): 7-10.
(Shao H Y, Feng C B. Strict positive real analysis and design for discrete-time systems with parametric uncertainty[J]. Control Theory and Applications, 2005, 22(1): 7-10.)

[8] Zhang L, Lam J, Xu S. On positive realness of descriptor systems[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems — I: Fundamental Theory and Applications, 2002, 49(3): 401-407.

[9] Lee L, Chen J. Strictly positive real lemma and absolute stability for discrete-time descriptor systems[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems — I: Fundamental Theory and Applications, 2003, 50(6): 788-794.

[10] 董心壮, 张庆灵. 滞后离散广义系统的鲁棒严格耗散控制[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(5): 743-747.
(Dong X Z, Zhang Q L. Robust strictly dissipative control for linear discrete delay singular systems[J]. Control Theory and Applications, 2005, 22(5): 743-747.)

[11] Xu S Y, Lam J, Yang C W. Robust H_∞ control for discrete singular systems with state delay and parameter uncertainty[J]. Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems, 2002, 9(4): 539-554.

[12] Khargonekar P P, Petersen I R, Zhou K. Robust stabilization of uncertain linear systems: Quadratic stabilization and H_∞ control theory[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1990, 35(3): 356-361.