

文章编号: 1001-0920(2007)04-0477-04

改进型内模控制系统的稳定性与鲁棒跟踪条件

赵 曜

(四川大学 电气信息学院, 成都 610065)

摘 要: 为了改善系统的响应性能或解决常规内模控制不能用于不稳定对象的问题, 通常在常规内模控制结构中增设一个反馈环节, 但这种改进型内模控制系统的性能分析尚缺乏系统的、令人满意的结果. 为此, 利用基于传递函数互质分解的频域理论, 系统地分析了这种改进型内模控制系统的稳定性和稳态性能, 得到了保证系统内稳定和鲁棒跟踪的一般性结论, 并且无论控制对象稳定与否、系统连续或离散, 该结论都适用.

关键词: 改进型内模控制; 互质分解方法; 内稳定性; 鲁棒跟踪

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Stability and robust tracking conditions for modified IMC system

ZHAO Yao

(Department of Automation, School of Electrical Engineering and Information, Sichuan University, Chengdu 610065, China. E-mail: zhaoy.scu@163.com)

Abstract: In order to improve the dynamic performance of the internal model control system (IMC) or solve the problem that the conventional IMC cannot be applied to unstable plants, a feedback component is usually added in the conventional IMC structure. However, there is no systematic and satisfactory result for the performance analysis of this modified IMC system. A transfer-function-based factorization approach in the frequency domain is used to analyze the stability and steady-state performance of the modified IMC system. The general results are obtained which guarantee the internal stability and the robust tracking of the system. These results are effective whether the plant is stable or not and whether the system is continuous or discrete.

Key words: Modified IMC; Factorization approach; Internal stability; Robust tracking

1 引 言

内模控制(IMC)与常规反馈控制的主要区别是在结构上控制器内部包含了对象模型,从而使存在模型失配及扰动时的鲁棒性能与模型准确、无扰动时的标称性能可以独立进行分析和设计.标称性能的分析与设计等价于开环控制问题,因而设计简单直观,响应性能与时滞无关,可应用于大时滞系统;而鲁棒性能的分析与设计则非常简单,通常只需一个一阶滤波环节就可获得 H_2/H 意义下的最优性^[1].更重要的是,从工程应用的角度讲,IMC与PID控制同样只有2个或3个调整参数,且调整参数的物理意义清楚,调整方针明确.所有这些优点使IMC逐渐成为工业控制的重要手段,引起了国内外的广泛关注.

近年来,在标准IMC结构的基础上产生了多种改进方案,图1所示IMC系统是在标准结构的基础上增加了反馈环节 D (对象不稳定时又称为预稳定

控制器),属于2自由度IMC结构的一种.图中的 r, u, y, d 分别为参考输入、控制量、输出量和扰动量; P, P_m, Q 分别为被控对象、对象模型和前馈控制器.围绕这种改进方案有一系列的研究结果,文献[2]通过调整 D 的增益来抑制模型失配和扰动的影响;文献[3]利用 D 的反馈调节使系统输出尽可能跟随模型输出,从而改善鲁棒性;文献[4]通过模型匹配的方法求解 D ,使抗扰特性满足设计要求;文献[5-7]针对Smith预估控制结构(IMC结构的一种特例^[1]),利用一阶微分、PID型或含时滞环节的 D 来改善抗扰性及鲁棒性;文献[8]利用 D 实现对不稳定对象的控制,针对一阶和二阶不稳定对象分析了系统的稳定性,并对PD控制结构的 D 进行了优化,但所得结果尚不具有一般性,稳定性结论也不完整.

本文利用现代频域理论中基于传递函数互质分解的方法^[9],全面系统地分析了图1所示改进型IMC系统的稳定性和稳态性能,得到了保证系统内

收稿日期: 2005-12-30; 修回日期: 2006-05-09.

作者简介: 赵曜(1956—),男,成都人,教授,博士,从事鲁棒控制、内模控制等研究.

部稳定的一般性结论,并导出了存在模型失配及扰动时的稳态无差条件(即鲁棒跟踪条件).所得结论同时适用于开环稳定和不稳定的对象,也同时适用于连续和离散系统,并可方便地用于内模控制器的设计过程.

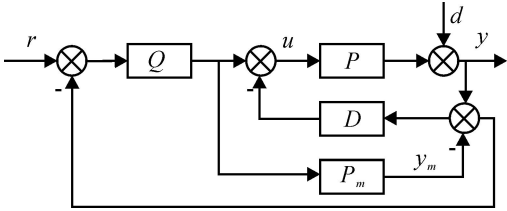


图1 IMC改进结构

2 改进型 IMC 系统的稳定性分析

由图1可得改进型 IMC 系统的输入输出传递函数和扰动传递函数分别为

$$\frac{y}{r} = \frac{PQ(1 + P_m D)}{1 + (P - P_m)Q + PD}, \quad (1)$$

$$\frac{y}{d} = \frac{1 - P_m Q}{1 + (P - P_m)Q + PD}, \quad (2)$$

闭环系统的特征式为

$$= 1 + (P - P_m)Q + PD. \quad (3)$$

考虑到 $P = P_m$ 时系统应当稳定,所以系统闭环稳定应满足的一个条件是 $1 + PD$ 的零点在稳定区域内,即附加反馈控制器 D 和对象 P 构成的局部反馈系统必须闭环稳定.

为了分析系统的内稳定性,将图1等价变换为图2,这样问题就变成了对于稳定的广义对象 G ,控制器 C 能否保证闭环系统内稳定.采用频域的互质分解方法^[9],可求得所有保证系统内稳定的控制器 C .

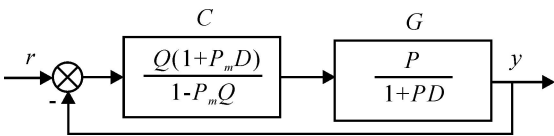


图2 改进 IMC 系统的等价结构

取 G 的互质分解为

$$G = \frac{n_G}{d_G}, \quad n_G = G, \quad d_G = 1, \quad (4)$$

则可求得满足 Bezout 等式

$$x_G n_G + y_G d_G = 1 \quad (5)$$

的一组解为

$$x_G = 0, \quad y_G = 1, \quad (6)$$

因此保证闭环系统内稳定的所有控制器可表达为

$$C = \frac{x_G + q d_G}{y_G - q n_G} = \frac{q}{1 - qG}, \quad q \in H. \quad (7)$$

其中 q 为自由参数, H 代表所有稳定的可实现函数.

另一方面,考虑到

$$C = \frac{q}{1 - qG} = \frac{Q(1 + P_m D)}{1 - P_m Q}, \quad (8)$$

所以在没有模型失配的情况下,控制器的自由参数可表达为

$$q = Q(1 + P_m D) \quad H. \quad (9)$$

由于 $1 + P_m D$ 的零点全部在稳定区域内,为了保证 q 稳定,无论 P_m 和 D 是否稳定, Q 都必须稳定;当 P_m 或 D 不稳定时(如 D 为 PID 型),其不稳定极点必须由 Q 的零点对消掉.因此有如下结论:

定理1 若对象模型准确,则图2所示改进型 IMC 系统内稳定的充要条件为:

- 1) $(1 + P_m D)^{-1}$ 稳定;
- 2) Q 稳定;
- 3) 若 P_m 或 D 不稳定,则 Q 的零点必须包含 P_m 或 D 的不稳定极点.

3 改进型 IMC 系统的鲁棒跟踪条件

定义系统的跟踪误差为

$$e = r - y, \quad (10)$$

则鲁棒跟踪指的是即使存在模型失配或外部扰动也能使跟踪误差随时间趋于零,这种特性又称为鲁棒无差.文献[10]针对常规的2自由度 IMC 系统,给出了鲁棒跟踪的条件,采用类似的思路,可以得到改进型 IMC 系统的鲁棒跟踪条件.

由式(1)~(3)可得

$$e = \frac{(1 + PD)(1 - QP_m)}{1 + (P - P_m)Q + PD} r - \frac{1 - QP_m}{1 + (P - P_m)Q + PD} d. \quad (11)$$

要实现鲁棒跟踪,跟踪误差 e 必须为稳定的函数.要做到这一点,首先要求闭环系统稳定,即 $(1 + (P - P_m)Q + PD)^{-1}$ 稳定;其次是考虑到实际对象 P 是不确定的,因此 r 和 d 的不稳定极点只能通过式中的 $1 - QP_m$ 来消去.另外,即使 P 和 P_m 不稳定,在 $(1 + (P - P_m)Q + PD)^{-1}$ 稳定的前提下, $(1 + PD)^{-1}$ 是稳定的,且根据定理1可知, QP_m 也是稳定的.因此有如下结论:

定理2 图2所示改进型 IMC 系统的鲁棒跟踪条件为:

- 1) $(1 + (P - P_m)Q + PD)^{-1}$ 稳定(闭环系统鲁棒稳定);
- 2) $1 - QP_m$ 的零点必须包含 r 和 d 的不稳定极点.

当 r 和 d 含有共同的不稳定极点时,只需二中取一,即 $1 - QP_m$ 的分子包含 r 和 d 分母不稳定部分的最小公倍式.条件2)实际上就是改进型 IMC 结构下的内模原理,当输入 r 和扰动 d 为常见的阶跃信号时,条件2)等价于

$$Q(0) = P_m^{-1}(0) \quad (\text{连续系统}),$$

$$Q(1) = P_m^{-1}(1) \quad (\text{离散系统}),$$

即前馈控制器 Q 的增益为对象模型增益的倒数. 容易验证, 该结论等价于传统反馈结构下的控制器包含有积分环节.

上述结论还表明了改进型 IMC 系统的鲁棒跟踪条件与附加反馈环节 D 无关, D 的作用除了稳定 P 外, 还可用来改善系统的动态响应性能. 其设计类似于常规反馈控制器, 有多种现成的方法可利用, 如经典频域方法、 H_2/H_∞ 优化法等^[9].

4 设计与仿真

文献[8]针对一阶或二阶不稳定对象, Q 按零极点相消法进行设计, 而稳定性结论只要求 D 能稳定 P , 没有考虑 D 不稳定的情况, 也没有考虑离散系统的情况, 所以尚不具备完整性和一般性. 这里先举一个反例, 说明即使满足文献[8]所要求的条件, 系统仍不能保证内稳定; 然后再按照本文的结论进行设计.

设控制对象为

$$P = P_m = \frac{1}{s - 1}, \quad (12)$$

选取预稳定控制器 D 为

$$D = \frac{6s + 1}{s - 2}. \quad (13)$$

容易验证, 这样的 D 能稳定 P . 再按文献[8]的相消法选取前馈控制器为

$$Q = \frac{s - 1}{as + 1}, \quad a > 0, \quad (14)$$

其中 a 为可调参数. 将 D, Q, P 代入 G 和 C 的表达式, 可得

$$G = \frac{s - 2}{s^2 + 3s + 3}, \quad (15)$$

$$C = \frac{s^2 + 3s + 3}{as(s - 2)}. \quad (16)$$

G 和 C 产生了不稳定零极点的对消, 所以系统内部不稳定, 原因在于 Q 不满足内稳定条件 3), 其分子部分没有包含 D 的不稳定因子 $(s - 2)$. 因此为了保证稳定性, 可选取 Q 为

$$Q = -\frac{(s - 1)(s - 2)}{2(as + 1)^2}, \quad a > 0. \quad (17)$$

式中的负号和分母中的 2 是为了使输入输出传递函数 PQ 的稳态增益为 1, 从而满足稳态无差条件. 相应地可得等效控制器 C 为

$$C = -\frac{s^2 + 3s + 3}{s(2a^2s + 4a + 1)}. \quad (18)$$

这样的 C 与 G 之间不会产生不稳定零极点的对消, 因此能够保证系统内稳定, 系统的动态性能可通过参数 a 来进行调节.

下面再举一个鲁棒跟踪的例子. 设对象模型

P_m 同式(12), r 为阶跃信号, d 为如下正弦型信号:

$$d = \frac{1}{s^2 + 1}, \quad (19)$$

则 $1 - QP_m$ 的分子应包含因子 $s(s^2 + 1)$. 经分析知 Q 不能低于三阶, 所以取 Q 为

$$Q = \frac{(s - 1)(bs^2 + b_1s + b_0)}{(as + 1)^3}, \quad (20)$$

则可解得

$$b_0 = 1, \quad b_1 = 3a - a^3, \quad b_2 = 3a^2, \quad (21)$$

参数 a 可用来调节响应的快速性和平稳性.

仿真中取附加反馈环节 $D = 5$, 在第 20 个时间单位时加幅值和角频率均为 1 的正弦型扰动, 有模型失配时对象 P 的参数改变量为 100%, 取为

$$P = \frac{0.5}{s - 2}. \quad (22)$$

图 3 和图 4 的仿真结果表明, 无论对象有无模型失配, 也无论调节参数 a 是否改变, 系统响应都没有稳态误差, 实现了鲁棒跟踪.

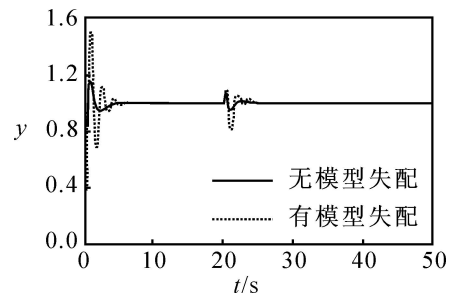


图 3 $a = 0.5$ 时的响应曲线

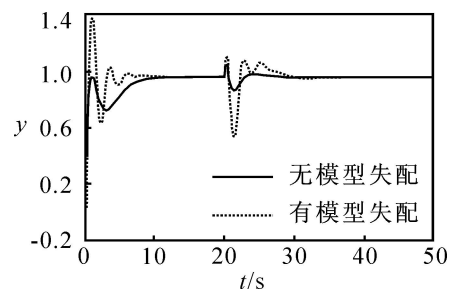


图 4 $a = 1.0$ 时的响应曲线

5 结 语

本文针对改进的内模控制系统, 采用频域理论的互质分解方法全面地分析了系统的稳定性和鲁棒跟踪性能, 得到了保证系统内稳定和鲁棒跟踪的一般性结论. 该结论同时适用于连续和离散系统, 也可同时用于稳定和不稳定对象, 所得结论简洁明了, 可方便地用于控制器设计.

需要说明的是, 尽管附加的反馈环节 D 可采用不稳定的结构, 但应尽可能避免这样做, 原因是 Q 的分子部分必须包含 D 的不稳定因子, 从而使输入输出传递函数 PQ 成为非最小相位系统, 响应会出现反调.

另外,内模控制在没有模型失配、也不考虑扰动的情况下属于开环控制,所以当对象不稳定时, Q 和 P 之间必然产生不稳定零极点的对消,不能直接按内模结构来实施控制,需要将其转换为常规反馈结构。

最后应当提及的是,对于本文所讨论的 2 自由度 IMC 结构, Q 的作用主要是保证没有模型失配和扰动时的标称响应性能。在满足稳定性的前提下有多种设计方法可以利用^[1],而附加反馈环节 D 的作用除了针对不稳定对象使系统局部闭环稳定外,主要是改善鲁棒性和抗扰性,其设计类似于常规反馈控制器。如果在此基础上再象常规 2 自由度 IMC 系统一样增设一个反馈滤波器,则成了 3 自由度 IMC 系统,可分别独立地优化标称性能、鲁棒性能和抗扰性能。

参考文献(References)

- [1] 赵曜. 内模控制发展综述[J]. 信息与控制, 2000, 29(6): 526-531.
(Zhao Y. A survey of development of internal model control[J]. Information and Control, 2000, 29(6): 526-531.)
- [2] Zhu H A, Teo C L, Poo A N. An enhanced internal model structure [J]. Control Theory and Advanced Technology, 1995, 10(4): 1115-1127.
- [3] Zhu H A, Hong G S, Teo C L, et al. Internal model control with enhanced robustness [J]. Int J Systems Science, 1995, 26(2): 277-293.
- [4] 汪波, 赵曜. 基于内模控制结构的一种改进方案[C]. 2001 中国控制与决策学术年会论文集. 沈阳: 东北大学出版社, 2001: 213-215.
(Wang B, Zhao Y. A modified scheme based on IMC structure [C]. Proc of 2001 Chinese Control and Decision Conf. Shenyang: Northeastern University Press, 2001: 213-215.)
- [5] Astrom KJ, Hang C C, Lim B C. A new Smith predictor for controlling a process with an integrator and long dead-time [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1994, 39(2): 343-345.
- [6] 蒋爱平, 俞金寿. Smith 预估器的一种改进方案[J]. 自动化仪表, 1997, 18(11): 10-13.
(Jiang A P, Yu J S. A modified scheme for Smith predictor [J]. Process Automation Instrumentation, 1997, 18(11): 10-13.)
- [7] Liu T, Cai Y Z, Gu D Y, et al. New modified Smith predictor scheme for integrating and unstable processes with time delay [J]. IEE Proc of Control Theory and Applications, 2005, 152(2): 238-246.
- [8] 朱宏栋, 邵惠鹤. 基于改进的开环不稳定时滞过程控制[J]. 控制与决策, 2005, 20(7): 727-731.
(Zhu H D, Shao H H. Control for open-loop unstable plus dead-time processes based on modified internal model control[J]. Control and Decision, 2005, 20(7): 727-731.)
- [9] Vidyasagar M. Control system synthesis: A factorization approach [M]. Cambridge: MIT Press, 1985.
- [10] 赵曜. 内模控制的鲁棒无差跟踪条件[C]. 1999 中国控制与决策学术年会论文集. 沈阳: 东北大学出版社, 1999: 252-254.
(Zhao Y. Robust tracking conditions for IMC system [C]. Proc of 1999 Chinese Control and Decision Conf. Shenyang: Northeastern University Press, 1999: 252-254.)

《中国控制与决策学术年会论文集》已进入 ISTP 检索系统

由《控制与决策》编辑部编辑出版的2004~2006《中国控制与决策学术年会论文集》,已正式进入美国ISTP检索系统,并且2004~2006年所有文章全部被检索,请作者自行查询。这是对本文集的肯定与支持,对广大作者也是一个好消息。希望广大作者与我们共同努力,进一步提高论文集的学术水平和出版质量,以保持会议论文集的强劲发展势头。

《控制与决策》编辑部

2007年3月