

文章编号: 1001-0920(2007)05-0558-04

多智能体时滞网络的加权平均一致性

俞 辉^{1,2}, 蹇继贵¹, 王永骥²

(1. 三峡大学 非线性复杂系统研究所, 湖北 宜昌 443002;

2. 华中科技大学 控制科学与工程系, 武汉 430074)

摘要: 提出了线性和非线性分布式协调控制器, 使多智能体系统取得加权平均一致性. 对于线性控制器, 考虑网络存在通信时间延迟的情形, 给出了能容忍的最大固定时滞的一个紧凑上界. 考虑网络结点控制输入的有界约束, 给出了一类非线性分布式控制器的收敛性分析. 结果说明, 网络的连通性是系统取得一致性的关键. 最后对时滞网络的情形给出了仿真示例.

关键词: 多智能体; 时间延迟; 协调控制; 加权平均一致性

中图分类号: TP24 **文献标识码:** A

Weighted average-consensus for networks of multi-agent with time-delays

YU Hui^{1,2}, JIAN Ji-gui¹, WANG Yong-ji²

(1. Institute of Nonlinear Complex Systems, Three Gorges University, Yichang 443002, China; 2. Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China.

Correspondent: YU Hui, E-mail: yuhui@ctgu.edu.cn)

Abstract: Linear and nonlinear distributed cooperative control controllers are proposed for multi-agent systems to achieve weighted average-consensus. For linear controller, the case of networks with communication time-delays is considered and a tight upper bound on the maximum fixed time-delay that can be tolerated is given in the network. The case of bounded constraint of control inputs for nodes of the network is considered. Convergence analysis of a class of nonlinear distributed controllers is given. It turns out that the connectivity of the network is the key in reaching consensus. Finally, simulation results are provided for agreement in networks with communication time-delays.

Key words: Multi-agent; Time-delay; Cooperative control; Weighted average-consensus

1 引言

近年来,多智能体或多小车、多机器人系统分布式协调的一致性问题的研究引起了研究人员的普遍关注. 这主要是由于多智能体系统在无人机协调控制、多机器人编队控制、多智能体群集运动、分布式传感器网络、通信网络拥塞控制等领域的广泛应用而引起的.

一致性问题是多智能体或多机器人基于动态网络、通过协调控制使其状态取得某同一值,称为决策值. 例如多机器人通过相互协调使得运动速度趋于一致,或者到达某一集合点(位置趋于一致),就是典型的一致性问题. 文献[1,2]考虑了多智能体构成的

无向切换网络,采用最近邻规则使多智能体取得渐近一致性,但没有给出具体的决策值. Moreau^[3]和 Ren 等^[4]将文献[1]的结果推广到有向网络,得到了类似的收敛性结果. Lin 等^[5]采用循环追逐策略使多智能体收敛到其质心. Xiao 等^[6]提出一种分布式快速线性迭代算法来解决多智能体平均一致性问题,并用内点算法解决快速分布式线性迭代问题. Olfat 等^[7]考虑了具有切换拓扑的有向网络及具有固定拓扑的无向时滞网络的平均一致性问题. 一致性问题的研究也渗透到多智能体群集运动^[8-10],即多智能体在分离、聚集协调的同时,还要求运动速度渐近趋于一致.

收稿日期: 2006-01-07; 修回日期: 2006-07-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60274020); 国家自然科学基金国际合作项目(60340420431); 湖北省教育厅科研项目(D200613002).

作者简介: 俞辉(1967—),男,湖北宜昌人,副教授,博士生,从事智能控制、多机器人协调控制的研究; 王永骥(1955—),男,江西吉安人,教授,博士生导师,从事神经网络、预测控制等研究.

本文提出了加权平均一致性的概念, 通过将加权平均系数作为控制器参数, 增强了控制器设计的灵活性, 推广了现有文献的结果. 对于多智能体无向网络基于固定的网络拓扑, 提出一个分布式线性控制规则, 以使多智能体动态网络取得全局加权平均一致性. 当网络存在通信时间延迟时, 给出了该线性控制器在时滞网络取得加权平均一致性的充要条件. 考虑到实际物理系统控制输入的有界约束, 提出一个非线性控制规则, 使多智能体网络取得全局加权平均一致性. 基于以上不同的控制规则, 证明了多智能体状态的加权平均值为不变量, 系统最终收敛到各智能体初始状态的任意加权平均值.

在同类研究中, 当多智能体状态趋于一致时, 决策值要么不定^[1-4, 8-10], 要么为状态的平均值^[5-7]. 本文提出的加权平均一致性控制器, 通过将加权平均系数融入控制器参数设计, 使得多智能体状态达到任意的加权平均状态.

2 预备知识

2.1 代数图论

设 $G(V, E, A)$ 表示顶点集为 V , 边集为 E , 权重邻接矩阵为 A 的权重有向图. 图的每个结点表示为 $v_i \in V$ 或 $i \in I: = \{1, 2, \dots, n\}$; 图的每条边表示为 $e = (v_i, v_j)$ 或 $e = ij$, 其中 v_i 为边的尾, v_j 为边的头; $A = [a_{ij}]$, $ij \in E \Leftrightarrow a_{ij} > 0$, 且对于任意的 $i \in I$, 设 $a_{ii} = 0$.

本文假定所有的图都是无向的, 无向图的邻接矩阵 A 为对称矩阵. 结点 i 的邻接成员的集合表示为 $N_i = \{j: ij \in E\}$, $|N_i|$ 为结点 i 的度, 表示为 $\deg(v_i)$. 无向图的度矩阵是一个 $n \times n$ 对角矩阵, 定义为 $D = D(G) = [d_{ij}]$, 其中

$$d_{ij} = \begin{cases} \deg(v_i), & i = j; \\ 0, & i \neq j. \end{cases}$$

图的 Laplacian 矩阵定义为 $L = D - A$. 由定义可知, Laplacian 矩阵每行之和为零, 因此 Laplacian 矩阵总有属于零特征值的右特征向量 $r = (1, 1, \dots, 1)^T$, 且 $\text{rank}(L) = n - 1$. 有关代数图论更详细的内容可参见文献[11].

2.2 一致性问题

对于任意的 $i \in I$, 设 $x_i \in R$ 表示结点 v_i 的值. 称结点 v_i 和 v_j 为一致的, 当且仅当 $x_i = x_j$. 同样, 称 v_i 和 v_j 为不一致的, 当且仅当 $x_i \neq x_j$. 设 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 表示所有结点的值, 且为下列微分方程的解:

$$\dot{x} = f(x), \quad x(0) = x^0 \in R^n. \quad (1)$$

设 $\bar{x}: R^n \rightarrow R$ 为 x 的函数, 其值 $y = \bar{x}(x)$ 称为决策值. 称图的所有结点在有限时间 $T > 0$ 关于 \bar{x} 取得了一

致性, 当且仅当所有结点两两一致, 且 $x_i(T) = \bar{x}(x(0))$, $\forall i \in I$. 类似地, 设 $x = x^*$ 为式(1)的一个全局(局部)渐近平衡点, 称图的所有结点以 x_i^0 为初值, 关于 \bar{x} 取得了全局(局部)渐近一致性, 当且仅当 $x_i^* = \bar{x}(x(0))$, $\forall i \in I$.

一些决策值函数的例子如下:

$$\bar{x}(x) = \text{Ave}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

$$\bar{x}(x) = \text{Wave}(x) = \sum_{i=1}^n b_i x_i, \quad b_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^n b_i = 1,$$

$$\bar{x}(x) = \text{Max}(x) = \text{Max}\{x_1, x_2, \dots, x_n\},$$

$$\bar{x}(x) = \text{Min}(x) = \text{Min}\{x_1, x_2, \dots, x_n\}.$$

这些决策值函数对应的一致性分别称为平均一致性、加权平均一致性、最大一致性和最小一致性.

3 加权平均一致性线性控制器

考虑 n 个智能体

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

构成的连续时间网络取得加权平均一致性问题.

定理 1 设 G 为连通图, 假定 G 的 n 个结点的动态模型为式(2), 并应用如下分布式线性控制规则:

$$u_i(t) = \frac{1}{b_i} \sum_{j \in N_i} a_{ij} (x_j(t) - x_i(t)), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

其中 $b_i > 0$, $\sum_{i=1}^n b_i = 1$. 则图 G 的所有结点取得全局渐近加权平均一致性, 即设 $x^* = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$, 则

$$x_i^* = x_j^* = \text{Wave}(x(0)) = \sum_{i=1}^n b_i x_i(0), \quad \forall i, j \in I, \quad i \neq j.$$

证明 由式(2)和(3), 系统动态可表示为

$$\begin{cases} \dot{x} = -Lx, \quad L = BL, \\ B = \text{diag}\left(\frac{1}{b_1}, \frac{1}{b_2}, \dots, \frac{1}{b_n}\right). \end{cases}$$

设

$$V_G(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} a_{ij} (x_j - x_i)^2,$$

则 $V_G(x) = -x^T B L x$. 设 x^* 为系统 $\dot{x} = -BLx$ 的平衡点, 则 $BLx^* = 0$, 从而

$$V_G(x^*) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} a_{ij} (x_j^* - x_i^*)^2 = 0.$$

由图的连通性, 有 $x_i^* = x_j^* = a$, $\forall i, j \in I$, 即 $x^* = (a, a, \dots, a)^T$, $a \in R$. 设 $\bar{x} = \text{Wave}(x)$ 为各结点的加权平均, 则 $\dot{\bar{x}} = \sum_{i=1}^n b_i \dot{x}_i = \sum_{i=1}^n b_i u_i$. 由无向图的对称性, $\sum_{i=1}^n b_i u_i = 0$, 所以 $\dot{\bar{x}} = 0$. 这说明 \bar{x} 为不变

量,因此 $\text{Wave}(x^*) = \text{Wave}(x(0))$. 而 $\text{Wave}(x^*) = \frac{1}{\sum_{i=1}^n b_i} a = a$, 所以 $a = \sum_{i=1}^n b_i x_i(0)$.

另外, $\Delta = BL$ 为一个有效的 Laplacian 矩阵, $-\Delta$ 除了一个零特征值外, 其余特征值均为负. 系统的任意解渐近收敛到具有特征值零的特征空间的点 x^* . 这意味着图 G 的所有结点取得了全局渐近加权平均一致性.

下面的结果给出了网络结点间通信时间延迟的一个非保守的界, 使得所有结点仍然取得全局渐近加权平均一致性.

定理 2 设 G 为连通图, 假定 G 的 n 个结点的动态模型为式 (2), 每个结点从其邻接的结点接收信息具有一个固定的时间延迟 $\tau > 0$, 并应用如下线性控制规则:

$$u_i(t) = \frac{1}{b_{ij} N_i} a_{ij} (x_j(t - \tau) - x_i(t - \tau)). \quad (5)$$

其中 $b_i > 0, \sum_{i=1}^n b_i = 1$. 则图 G 的所有结点取得全局渐近加权平均一致性, 公共的决策值为 $\text{Wave}(x(0))$, 当且仅当满足下面两个等价条件之一:

- 1) $(0, \lambda^*)$, 其中 $\lambda^* = \frac{1}{2 \max(\Delta)}, \Delta = BL$;
- 2) $(s) = e^{-s}/s$ 的奈魁斯特图不环绕 $-1/k$, $\forall k > 1$.

此外, 当 $\omega = \lambda^*$ 时, 系统有一个频率 $\omega = \max(\Delta)$ 的全局渐近稳定的振荡解.

证明 尽管存在时间延迟 $\tau > 0$, 但 $\sum_{i=1}^n b_i u_i = 0$ 仍然成立, 于是 $\bar{x} = \text{Wave}(x)$ 为不变量. 由式 (2) 和 (5), 系统方程可表示为

$$\dot{x} = -\Delta x(t - \tau), x(0) \in R^n. \quad (6)$$

假定 Laplacian 延迟系统 (6) 的解全局渐近收敛到点 x^* . 由于 \bar{x} 的不变性, $x_i^* = \text{Wave}(x(0)), \forall i \in I$, 所有结点将取得加权平均一致性. 延迟系统 (6) 的稳定性可用频率域分析方法来证明, 此处略去. 类似的证明可参见文献 [7].

4 加权平均一致性非线性控制器

机器人或飞行器的位姿调整是一致性问题的特殊情形. 对于这种实际的物理系统, 假定其位姿能被无界的控制输入所改变是不合理的, 即控制力矩应是有界的. 设计使各结点控制输入有界的一致性控制器十分必要, 但这将导致非线性一致性控制器的分析和设计.

设 (V, E) 是以 V 为顶点集、 E 为边集的图, 称 $G(V, E, \phi)$ 为作用图, ϕ 为作用函数的集合^[7]. 每个

作用函数 $\phi_{ij}: R \rightarrow R$ 与作用图的边 $e_{ij} = (v_i, v_j) \in E$ 相对应. 本文假定作用函数 $\phi(x)$ 满足以下性质:

- 1) $\phi(x)$ 为连续函数且满足局部 Lipschitz 条件;
- 2) $\phi(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$;
- 3) $\phi(-x) = -\phi(x), \forall x \in R$;
- 4) $(x - y)(\phi(x) - \phi(y)) > 0, \forall x \neq y$.

显然, $\phi(x) = a \arctan(x)$ 为满足上述性质的作用函数的一个例子, 其中 $a \in R$ 为可调参数.

所有边的作用函数均相等且等于 $\phi(x)$ 是一种特殊情形, 作用图可记为 $G(V, E, \phi)$. 本文主要考虑这种作用图及其在多智能体网络中的应用.

定理 3 考虑动态作用图 $G(V, E, \phi)$, 假定 G 的 n 个结点的动态模型为式 (2), 且图 (V, E) 为连通图. 假定作用图所有边的作用是对称的, 即 $\phi_{ij} = \phi_{ji}$, 并且每个结点使用如下非线性控制输入:

$$u_i = \frac{1}{b_{ij} N_i} \phi_{ij} (x_j - x_i), \forall i \in I. \quad (7)$$

其中

$$N_i = \{j \in I: ij \in E\}, b_i > 0, \sum_{i=1}^n b_i = 1.$$

则作用图 G 的所有结点取得全局渐近加权平均一致性, 且公共的决策值为 $\text{Wave}(x(0))$.

证明 设 $\bar{x} = \text{Wave}(x)$, 则 $\dot{\bar{x}} = \sum_{i=1}^n b_i u_i = 0$, 即 \bar{x} 为不变量, 且 $\bar{x}(t) = \text{Wave}(x(0)), \forall t \geq 0$. 可将 x 表示为

$$x = \bar{x} + \delta. \quad (8)$$

其中 $\delta = (\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)^T$, 称为不一致向量. 由式 (8) 有

$$\text{Wave}(x) = \text{Wave}(\bar{x} + \delta) = \text{Wave}(\bar{x}),$$

所以 $\text{Wave}(\delta) = 0$ 且 $\dot{\delta} = -\delta$.

由于 $x_j - x_i = \delta_j - \delta_i$, 不一致向量 δ 满足动态方程

$$\dot{\delta}_i = \frac{1}{b_{ij} N_i} \phi_{ij} (\delta_j - \delta_i), i \in I. \quad (9)$$

定义不一致性函数 $V(\delta) = \sum_{i=1}^n b_i \delta_i^2$, 则有

$$\begin{aligned} \dot{V}(\delta) &= 2 \sum_{i=1}^n \delta_i \phi_{ij} (\delta_j - \delta_i) = \\ &= \sum_{(i,j) \in E} [\delta_i \phi_{ij} (\delta_j - \delta_i) + \delta_j \phi_{ji} (\delta_i - \delta_j)] = \\ &= - \sum_{(i,j) \in E} (\delta_j - \delta_i) \phi_{ij} (\delta_j - \delta_i) \leq 0. \end{aligned} \quad (10)$$

当 $\dot{V}(\delta) = 0$ 时, 对于所有的边 $i, j \in E$, 有 $\delta_i = \delta_j$. 因为图 G 为连通的, 所以 $\delta_1 = \delta_2 = \dots = \delta_n$. 由 $\text{Wave}(\delta) = 0$, 有 $\delta_i = 0, i \in I$. 换言之, $\delta = 0$ 意味着

$\dot{V}(t) < 0$. 对于不一致性动态系统(9), 不一致性函数 $V(t)$ 是一个有效的 Lyapunov 函数, 故 $t \rightarrow \infty$ 时, $x(t) \rightarrow 1$, 且作用图所有结点取得全局渐近加权平均一致性.

5 仿真示例

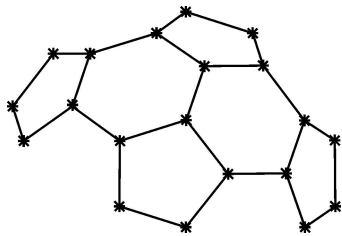


图 1 20 个智能体构成的无向图

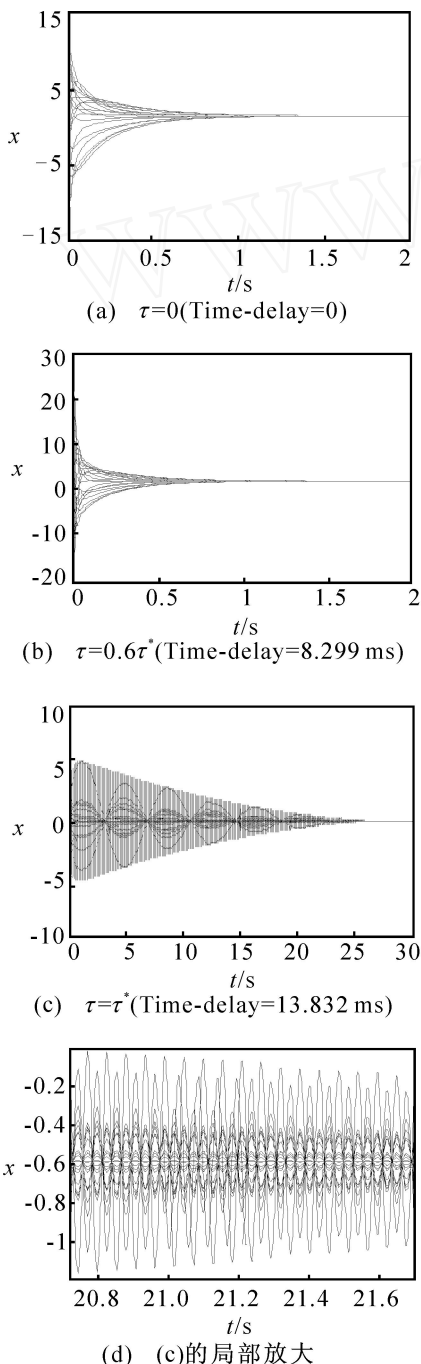


图 2 线性控制器作用下有通信时间延迟的情形

这里给出 20 个智能体在时滞网络使用控制器(5) 取得加权平均一致性的仿真示例. 20 个智能体互连的拓扑结构如图 1 所示. 图 2 显示了线性控制器在网络存在时间延迟的仿真结果. 根据图 1 给定的无向图拉普拉斯矩阵及仿真实验用的加权系数, 计算可容忍的时间延迟的上界 $\tau^* = 13.832$ ms. 图 2(a) ~ (c) 分别显示了时滞 $\tau = 0, 0.6\tau^*, \tau^*$ 的仿真结果.

从仿真结果可以看出, 当时滞 $\tau < \tau^*$ 时, 20 个智能体状态收敛到初始状态的加权平均值; 当 $\tau = \tau^*$ 时, 系统的解振荡收敛. 图 2(d) 是图 2(c) 的局部放大, 清楚地显示了其振荡特性.

6 结 语

本文提出一类线性及非线性分布式控制器, 推广了现有文献的结果. 通过将加权平均系数融入控制器设计, 增强了控制器设计的灵活性, 有效地解决了多智能体无向动态网络的全局加权平均一致性问题. 使用标准的多变量控制及线性控制分析工具, 分析了多智能体网络连接非理想情形的稳定性, 给出了线性控制器的收敛特性. 通过引入作用图的概念, 选取多智能体网络的不一致性函数作为 Lyapunov 函数, 给出了非线性控制器的稳定性分析.

参考文献(References)

- [1] Jadbabaie A, Lin J, Morse A S. Coordination of groups of mobile agents using nearest neighbor rules[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48 (6): 988 – 1001.
- [2] Savkin A V. Coordinated collective motion of groups of autonomous mobile robots: Analysis of Vicsek’s model [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(6): 981-983.
- [3] Moreau L. Stability of multiagent systems with time-dependent communication links [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(2): 169-182.
- [4] Ren W, Beard R W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50 (5): 655-661.
- [5] Lin Z, Broucke M, Francis B. Local control strategies for groups of mobile autonomous agents [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49 (4): 622-629.
- [6] Xiao L, Boyd S. Fast linear iterations for distributed averaging[J]. Systems and Control Letters, 2004, 53 (1): 65-78.

(下转第 565 页)

索能力,确定 RBFNN 网络模型权值初始值;然后在 MPSO 全局搜索模型参数的基础上,利用梯度下降法进一步确定模型参数,以提高模型的精度.该方法能克服普通梯度下降法中网络模型权值初始化不好时,易对网络收敛性能产生影响的不足.该方法用于离散和连续混沌时间序列预测的仿真结果表明,其性能优于常规的高斯径向基函数神经网络和一般粒子群优化算法.

参考文献(References)

- [1] 刘秉正. 非线性动力学与混沌基础[M]. 长春:东北师范大学出版社,1994.
(Liu B Z. Nonlinear dynamics and chaos basis [M]. Changchun: Northeast Normal University Press, 1994.)
- [2] 李军,刘君华. 一种新型广义 RBF 神经网络在混沌时间序列预测中的研究[J]. 物理学报, 2005, 54(10) : 4569-4577.
(Li J, Liu J H. On the prediction of chaotic time series using a new generalized radical basis funtion neural networks[J]. Acta Physica Sinica, 2005, 54 (10) : 4569-4577.)
- [3] 张家树,肖先赐. 用于混沌时间序列自适应预测的一种少参数二阶 Volterra 滤波器[J]. 物理学报, 2001, 50(7) : 1248-1254.
(Zhang J S, Xiao X C. A reduced parameter second-order Volterra filter with application to nonlinear adaptive prediction of chaotic time series [J]. Acta Physica Sinica, 2001, 50(7) : 1248-1254.)
- [4] Maguire L P, Roche B, McGinnity T M, et al. Predicting a chaotic time series using a fuzzy neural network[J]. Information Sciences, 1998, 112(1) : 125-136.
- [5] 崔万照,朱长纯,保文星,等. 混沌时间序列的支持向量机预测[J]. 物理学报, 2005, 53(10) : 3303-3340.
(Cui W Z, Zhu C C, Bao W X, et al. Prediction of the chaotic time series using support vector machines for fuzzy rule-based modeling [J]. Acta Physica Sinica, 2005, 53(10) : 3303-3340.)
- [6] Van den Bergh F, Engelbrecht A P. Training product unit network using cooperative particle swarm optimizers [C]. Proc of the 3th Genetic and Evolutionary Computation Conf. Washington, 2001 : 126-132.
- [7] Chng E S, Chen S, Mulgrew B. Gradient radial basis function networks for nonlinear and nonstationary time series prediction[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1996, 7(1) : 190-194.
- [8] Park J Y, Irwin W Sandberg. Approximation and radial-basis-function networks march [J]. Neural Computation, 1993, 5(2) : 305-316.
- [9] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization [C]. Proc of IEEE Int Conf on Neural Network. Piscataway: IEEE Press, 1995: 1942-1948.
- [10] 谢晓锋,张文俊,杨之廉. 微粒群算法综述[J]. 控制与决策, 2003, 18(2) : 129-134.
(Xie X F, Zhang W J, Yang Z L. Overview of particle swarm optimization[J]. Control and Decision, 2003, 18(2) : 129-134.)
- [11] Shi Y, Eberhart R C. A modified particle swarm optimizer [C]. 1998 IEEE Int Conf on Evolutionary Computation. Anchorage, 1998: 69-73.
- [12] Eberhart R C, Shi Y. Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization [C]. Proc of 2000 Congress Evolutionary Computation. Piscataway, 2000: 84-88.
- [13] Mackey M C, Glass L. Oscillation and chaos in physiological control systems[J]. Science, 1977, (2) : 287-289.

(上接第 561 页)

- [7] Olfati Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(9) : 1520-1533.
- [8] Tanner H G, Jadbabaie A, Pappas GJ. Stable flocking of mobile agents: Part I — Fixed topology[C]. Proc of IEEE Conf on Decision and Control. Maui, 2003 : 2010-2015.
- [9] Tanner H G, Jadbabaie A, Pappas GJ. Stable flocking of mobile agents: Part II — Dynamic topology[C]. Proc of IEEE Conf on Decision and Control. Maui, 2003 : 2016-2021.
- [10] Yu H, Wang Y J. Stable flocking motion of mobile agents following a leader in fixed and switching networks [J]. Int J of Automation and Computing, 2006, 3(1) : 8-16.
- [11] Godsil C, Royle G. Algebraic graph theory [M]. New York: Springer-Verlag, 2001.