第 22 卷 第 6 期　　控制与决策　　2007 年 6 月
Vol. 22 No. 6　　Control and Decision　　Jun. 2007

文章编号: 1001-0920(2007)06-0697-05

一类不确定非线性纯反馈系统的自适应鲁棒模糊控制

刘艳军[1], 王　伟[1], 王向东[2]
(1. 大连理工大学 信息与控制研究中心, 辽宁 大连 116023; 2. 沈阳工业大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110023)

摘　要: 针对一类带有不确定性的非线性 MIMO 纯反馈系统,提出一种自适应鲁棒模糊控制方法. 该方法放宽了已有文献对系统模型的限制条件,基于李雅普诺夫分析方法获得了控制输入和自适应律. 在控制输入设计中,鲁棒控制项用于补偿逼近误差向量. 通过选择适当的设计参数,提出的控制方法使得闭环系统的所有信号是一致有界的和跟踪误差向量的范数收敛到小的零邻域内. 仿真结果表明了所提出方法的有效性.

关键词: 自适应模糊控制; 鲁棒控制; 非线性纯反馈系统; 不确定性; Backstepping
中图分类号: TP273　　**文献标识码**: A

Adaptive robust fuzzy control for a class of uncertain nonlinear pure-feedback systems

LIU Yan-jun[1], *WANG Wei*[1], *WANG Xiang-dong*[2]
(1. Research Center of Information and Control, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China; 2. School of Information Science and Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang 110023, China. Correspondent: LIU Yan-jun, E-mail: liuyjsir @163.com)

Abstract: An adaptive robust fuzzy control approach is presented for a class of nonlinear MIMO pure-feedback systems with uncertainties. The restriction condition of the system model in the existing literatures is relaxed. The control inputs and the adaptation laws are obtained based on Lyapunov analysis approach. The robust control terms are utilized to compensate the approximation error vectors in the control input design. By choosing suitable design parameters, all the signals in the resulting closed-loop system are uniformly bounded and the norm of the tracking error vector converges to an arbitrarily small neighborhood around zero by using the presented control approach. Simulation results show the effctiveness of the presented approach.

Key words: Adaptive fuzzy control; Robust control; Nonlinear pure-feedback systems; Uncertainty; Backstepping

1　引　言

在许多实际情况下,非线性系统很难通过已知非线性函数精确地描述,不确定性时时存在. 已经证明,模糊逻辑系统或神经网络能一致逼近任意不确定非线性连续函数到任意精度. 在过去十几年里,对于不确定系统的研究,已经取得了许多有意义的成果[1-10]. 利用模糊逻辑系统的逼近特性,针对带有完全未知函数的非线性系统,文献[1-3]提出了几种稳定的自适应控制算法,所提出的算法可保证系统的所有信号是有界的,并且实现了系统的 H_∞ 跟踪性能. 但是,文献[1-3]提供的算法仅适用于匹配条件确定类型的非线性系统. 近十年,对于三角结构的不确定非线性系统的研究,已引起了研究者的兴趣[4-10]. Backstepping 方法对于解决三角结构的非线性系统的控制律设计问题是非常有效的[4]. 文献[4,9]对线性参数化不确定严格反馈和纯反馈系统设计了自适应 Backstepping 控制器. 然而,在许多情况下不确定性是不能线性参数化或者是完全未知的. 文献[5-7]利用 Backstepping 方法针对 SISO 不确定非线性严格反馈系统提出了几种稳定的自适应控制方案. 文献[8]针对 MIMO 严格反馈系统提出了一个稳定的鲁棒自适应模糊控制设计算法. 文献[10]利用前馈神经网络的逼近特性,针对带有完全未知函数的 SISO 纯反馈系统设计了稳定的自适应控制方法,保证了系统信号是一致有界的.

考虑如下形式的多输入多输出纯反馈系统:

收稿日期: 2006-04-24; **修回日期**: 2006-07-21.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60534010).
作者简介: 刘艳军(1978 —),男,黑龙江大庆人,博士生,从事自适应模糊控制的研究; 王伟(1955 —),男(满族),辽宁鞍山人,教授,博士生导师,从事自适应控制、模型预测控制等研究.

$$\begin{cases} \dot{x}_i = F_i^0(\overline{x}_{i+1}) + F_i^*(\overline{x}_{i+1}) + G_i(\overline{x}_{i+1})x_{i+1}, \\ \dot{x}_n = F_n^0(x) + F_n^*(x) + G_n(x)u, \\ y = x_1, 1 \le i \le n-1. \end{cases} \tag{1}$$

其中：$x_i \in R^{n_i}$ 表示第 i 个子系统的状态，$x = \overline{x}_n = [x_1^{\mathrm{T}}, \cdots, x_n^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 表示整个系统的状态，u 表示系统的控制输入，y 表示系统的输出，$\overline{x}_i = [x_1^{\mathrm{T}}, \cdots, x_i^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，$F_i^0(\overline{x}_{i+1})$ 和 $F_n^0(x)$ 是已知标称向量值函数，$F_i^*(\overline{x}_{i+1})$ 和 $F_n^*(x)$ 是未知向量值函数，$G_i(\overline{x}_i)$ 和 $G_n(x)$ 是已知的矩阵值函数且是行满秩的．系统(1)与文献[9,10]中研究的系统模型相比较，不要求子系统的状态是标量，且系统(1)中的不确定性没有参数线性化的要求．在文献[8]中，研究的系统模型为 $F_i(\overline{x}_{i+1}) = F_i(\overline{x}_i)$ 和 $G_i(\overline{x}_{i+1}) = G_i(\overline{x}_i)$，$i = 1,2,\cdots,n-1$，即文献[8]中第 i 个子系统的不确定项不依赖于第 $i+1$ 个子系统的状态 x_{i+1}．因此，本文提出的方法进一步放宽了对系统模型的限制条件．

2　问题描述

利用模糊逻辑系统的逼近特性，未知向量值函数 $F_i^*(\overline{x}_{i+1})(i = 1,2,\cdots,n-1)$ 和 $F_n^*(x)$ 可表示为

$$\begin{cases} F_i^*(\overline{x}_{i+1}) = B_i(\overline{x}_{i+1})\Theta_i^* + \Delta_i, \\ \qquad i = 1,2,\cdots,n-1; \\ F_n^*(x) = B_n(x)\Theta_n^* + \Delta_n. \end{cases} \tag{2}$$

其中：B_i 表示基函数矩阵，Θ_i^* 表示最优逼近参数向量，Δ_i 是最优逼近误差向量．

有界参考信号 $y_d(t) \in R^{n_1}$ 是一个给定的光滑向量值函数，控制的目的是对于系统(1)设计一个模糊控制器，能实现闭环系统的所有信号是一致有界的，并且跟踪误差向量 $z_1 = x_1 - y_d(t)$ 的 2-范数收敛到任意指定小的零邻域内．

3　自适应鲁棒模糊控制器设计

在下面的自适应模糊控制设计的推导中，模糊系统的逼近特性只在某一紧集内成立．因此，本文得到的稳定性结果是半全局意义下的．令 $u = x_{(n+1)d}$，$z_{n+1} = 0$，设计过程如下：

Step1　为了符号上的统一，令 $x_{1d} = y_d(t)$，定义跟踪误差向量 $z_1 = x_1 - x_{1d}$，z_1 的导数为

$$\dot{z}_1 = F_1^0(\overline{x}_2) + F_1^*(\overline{x}_2) + G_1(\overline{x}_2)x_2 - \dot{x}_{1d}. \tag{3}$$

对最优逼近误差向量 Δ_i 作如下假设：

假设 1　对每一个 $i = 1,2,\cdots,n$，最优逼近误差向量 Δ_i 满足 $\|\Delta_i\| \le \delta_i^*$，其中 $\delta_i^* \ge 0$ 是未知常数．

遍及本文，利用 $\hat{\Theta}_i$ 和 $\hat{\delta}_i \ge 0$ 分别表示 Θ_i^*，δ_i^* 的估计值以及定义 $\tilde{\Theta}_i = \hat{\Theta}_i - \Theta_i^*$，$\delta_i = \hat{\delta}_i - \delta_i^*$，用符号 $\|\cdot\|$ 表示 2-范数．选择虚拟控制输入向量

$$x_{2d} = -G_1^{+}[k_1 z_1 + F_1^0(\overline{x}_2) + B_1(\overline{x}_2)\hat{\Theta}_1 - \Phi_1 z_1 - \dot{x}_{1d}]. \tag{4}$$

其中：$G_1^{+} = G_1^{\mathrm{T}}[G_1 G_1^{\mathrm{T}}]^{-1}$ 表示 G_1 的 Moore-Penrose 广义逆，$\Phi_1 = -\dfrac{\delta_1^2}{\delta_1\|z_1\| + \varepsilon_1}$ 和 ε_1 是正的设计常数．

引入向量 $z_2 = x_2 - x_{2d}$，将式(2)，(4)代入式(3)，可得

$$\dot{z}_1 = -k_1 z_1 + G_1 z_2 - B_1(\overline{x}_2)\tilde{\Theta}_1 + \Delta_1 + \Phi_1 z_1. \tag{5}$$

选择下面的李雅普诺夫函数：

$$V_1 = \frac{1}{2}z_1^{\mathrm{T}} z_1 + \frac{1}{2}\tilde{\Theta}_1^{\mathrm{T}}\Gamma_1^{-1}\tilde{\Theta}_1 + \frac{1}{2\gamma_1}\tilde{\delta}_1^2. \tag{6}$$

其中：$\Gamma_1 = \Gamma_1^{\mathrm{T}}$ 是正定的增益矩阵，γ_1 是正的设计常数．V_1 沿着方程(5)的时间导数为

$$\dot{V}_1 = z_1^{\mathrm{T}} G_1 z_2 - k_1 z_1^{\mathrm{T}} z_1 + \tilde{\Theta}_1^{\mathrm{T}}\Gamma_1^{-1}[\dot{\hat{\Theta}}_1 - \Gamma_1 B_1^{\mathrm{T}}(\overline{x}_2)z_1] + \left(z_1^{\mathrm{T}}\Delta_1 + \Phi_1 z_1^{\mathrm{T}} z_1 + \frac{1}{\gamma_1}\delta_1\dot{\hat{\delta}}_1\right). \tag{7}$$

选择下列自适应律：

$$\dot{\hat{\Theta}}_1 = \Gamma_1[B_1^{\mathrm{T}}(\overline{x}_2)z_1 - \sigma_1\hat{\Theta}_1], \tag{8}$$

$$\dot{\hat{\delta}}_1 = \gamma_1(\|z_1\| - \mu_1\delta_1), \tag{9}$$

其中 σ_1，μ_1 是正的设计常数．

利用式(8)，可得

$$\begin{aligned} &\tilde{\Theta}_1^{\mathrm{T}}\Gamma_1^{-1}[\dot{\hat{\Theta}}_1 - \Gamma_1 B_1^{\mathrm{T}}(\overline{x}_2)z_1] = -\sigma_1\tilde{\Theta}_1^{\mathrm{T}}\hat{\Theta}_1 = \\ &-\sigma_1\tilde{\Theta}_1^{\mathrm{T}}\tilde{\Theta}_1 - \sigma_1\tilde{\Theta}_1^{\mathrm{T}}\Theta_1^* \le \\ &-\frac{\sigma_1}{2}\tilde{\Theta}_1^{\mathrm{T}}\tilde{\Theta}_1 + \frac{\sigma_1}{2}\|\Theta_1^*\|^2. \end{aligned} \tag{10}$$

利用方程(9)和假设 1，可得

$$\begin{aligned} &z_1^{\mathrm{T}}\Delta_1 + \Phi_1 z_1^{\mathrm{T}} z_1 + \frac{1}{\gamma_1}\delta_1\dot{\hat{\delta}}_1 \le \\ &\delta_1^*\|z_1\| + \Phi_1 z_1^{\mathrm{T}} z_1 + \frac{1}{\gamma_1}\delta_1\dot{\hat{\delta}}_1 = \\ &\delta_1\|z_1\| - \frac{\delta_1^2 z_1^{\mathrm{T}} z_1}{\delta_1\|z_1\| + \varepsilon_1} + \delta_1\left(\frac{1}{\gamma_1}\dot{\hat{\delta}}_1 - \|z_1\|\right) \le \\ &\varepsilon_1 - \mu_1\delta_1\delta_1 = \varepsilon_1 - \mu_1\tilde{\delta}_1^2 - \mu_1\delta_1\delta_1^* = \\ &\varepsilon_1 - \frac{\mu_1}{2}\tilde{\delta}_1^2 + \frac{\mu_1}{2}|\delta_1^*|^2. \end{aligned} \tag{11}$$

将式(10)和(11)代入(7)，则有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \le\ &z_1^{\mathrm{T}} G_1 z_2 - k_1 z_1^{\mathrm{T}} z_1 - \frac{\sigma_1}{2}\tilde{\Theta}_1^{\mathrm{T}}\tilde{\Theta}_1 - \\ &\frac{\mu_1}{2}\tilde{\delta}_1^2 + \frac{\sigma_1}{2}\|\Theta_1^*\|^2 + \frac{\mu_1}{2}|\delta_1^*|^2 + \varepsilon_1. \end{aligned} \tag{12}$$

Step i$(i = 2,3,\cdots,n)$　在这一步，将设计虚拟控制输入 $x_{(i+1)d}$．定义误差向量 $z_i = x_i - x_{id}$，x_{id} 在

第 $i-1$ 步已经得到且 x_{id} 的时间导数为

$$\dot{x}_{id} = \sum_{j=1}^{i} \frac{\partial x_{id}}{\partial x_j^{\mathrm{T}}} \dot{x}_j + \Psi_{i-1}, \qquad (13)$$

其中

$$\Psi_{i-1} = \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial x_{id}}{\partial \hat{\Theta}_j^{\mathrm{T}}} \dot{\hat{\Theta}}_j + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial x_{id}}{\partial \hat{\delta}_j} \dot{\hat{\delta}}_j + \sum_{j=1}^{i} \frac{\partial x_{id}}{\partial y_d^{(j-1)\mathrm{T}}} y_d^{(j)}.$$

z_i 的导数为

$$\dot{z}_i = F_i^0(\bar{x}_{i+1}) + F_i^*(\bar{x}_{i+1}) + G_i(\bar{x}_{i+1}) x_{i+1} - \dot{x}_{id}. \qquad (14)$$

利用式(13) 和(14) ,可得

$$\dot{z}_i = \Big(I_{i-1} - \frac{\partial x_{id}}{\partial x_i^{\mathrm{T}}}\Big) \dot{x}_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial x_{id}}{\partial x_j^{\mathrm{T}}} \dot{x}_j - \Psi_{i-1}, \qquad (15)$$

其中定义 $I_j = I_{n_{j+1} \times n_{j+1}}$ $(j = 0, 1, \cdots, n-1)$ 表示 $n_{j+1} \times n_{j+1}$ 的单位阵. 作如下假设:

假设 2　对每个 $i = 1, 2, \cdots, n-1$, $n_{i+1} \times n_{i+1}$ 的矩阵 $\Big(I_i - \dfrac{\partial x_{(i+1)d}}{\partial x_{i+1}^{\mathrm{T}}}\Big)$ 是可逆的, $x_{(i+1)d}$ $(i = 1, 2, \cdots, n)$ 稍后定义.

考虑下面的李雅普诺夫函数:

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} z_i^{\mathrm{T}} z_i + \frac{1}{2} \tilde{\Theta}_i^{\mathrm{T}} \Gamma_i^{-1} \tilde{\Theta}_i + \frac{1}{2\gamma_i} \tilde{\delta}_i^2. \qquad (16)$$

其中: $\Gamma_i = \Gamma_i^{\mathrm{T}}$ 是自适应增益正定矩阵, γ_i 是一个正的设计常数. V_i 沿着式(15) 的时间导数为

$$\dot{V}_i = \dot{V}_{i-1} + z_i^{\mathrm{T}} \Big[\Big(I_{i-1} - \frac{\partial x_{id}}{\partial x_i^{\mathrm{T}}}\Big) \dot{x}_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial x_{id}}{\partial x_j^{\mathrm{T}}} \dot{x}_j - \Psi_{i-1}\Big] + \tilde{\Theta}_i^{\mathrm{T}} \Gamma_i^{-1} \dot{\hat{\Theta}}_i + \frac{1}{\gamma_i} \delta_i \dot{\hat{\delta}}_i. \qquad (17)$$

结合式(1) ,(2) 和(17) ,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = {} & \dot{V}_{i-1} + z_i^{\mathrm{T}} \Big\{\Big(I_{i-1} - \frac{\partial x_{id}}{\partial x_i^{\mathrm{T}}}\Big) \Big[F_i^0(\bar{x}_{i+1}) + \\ & B_i(\bar{x}_{i+1}) \hat{\Theta}_i - \Phi_i \Big(I_{i-1} - \frac{\partial x_{id}}{\partial x_i^{\mathrm{T}}}\Big)^{\mathrm{T}} z_i + G_i(\bar{x}_{i+1}) x_{i+1}\Big] - \\ & \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial x_{id}}{\partial x_j^{\mathrm{T}}} [F_j^0(\bar{x}_{j+1}) + B_j(\bar{x}_{j+1}) \hat{\Theta}_j + \\ & G_j(\bar{x}_{j+1}) x_{j+1}] - \Psi_{i-1}\Big\} + \\ & z_i^{\mathrm{T}} \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial x_{id}}{\partial x_j^{\mathrm{T}}} [B_j(\bar{x}_{j+1}) \tilde{\Theta}_j - \Delta_j] + \\ & \Big[z_i^{\mathrm{T}} \Big(I_{i-1} - \frac{\partial x_{id}}{\partial x_i^{\mathrm{T}}}\Big) \Delta_i + \Phi_i \times \\ & \Big\| z_i^{\mathrm{T}} \Big(I_{i-1} - \frac{\partial x_{id}}{\partial x_i^{\mathrm{T}}}\Big) \Big\|^2 + \frac{1}{\gamma_i} \delta_i \dot{\hat{\delta}}_i\Big] + \\ & \tilde{\Theta}_i^{\mathrm{T}} \Gamma_i^{-1} \Big[\dot{\hat{\Theta}}_i - \Gamma_i B_i^{\mathrm{T}}(\bar{x}_{i+1}) \Big(I_{i-1} - \frac{\partial x_{id}}{\partial x_i^{\mathrm{T}}}\Big)^{\mathrm{T}} z_i\Big]. \end{aligned} \qquad (18)$$

其中

$$\Phi_i = -\frac{\hat{\delta}_i^2}{\delta_i \Big\| z_i^{\mathrm{T}} \Big(I_{i-1} - \dfrac{\partial x_{id}}{\partial x_i^{\mathrm{T}}}\Big) \Big\| + \varepsilon_i},$$

ε_i 是正的常数. 选择下面的自适应律:

$$\dot{\hat{\Theta}}_i = \Gamma_i \Big[B_i^{\mathrm{T}}(\bar{x}_{i+1}) (I_{i-1} - \frac{\partial x_{id}}{\partial x_i^{\mathrm{T}}}\Big)^{\mathrm{T}} z_i - \sigma_i \hat{\Theta}_i\Big], \qquad (19)$$

$$\dot{\hat{\delta}}_i = \gamma_i \Big[\Big\| z_i^{\mathrm{T}} \Big(I_{i-1} - \frac{\partial x_{id}}{\partial x_i^{\mathrm{T}}}\Big) \Big\| - \mu_i \delta_i\Big], \qquad (20)$$

其中 σ_i, μ_i 是正的设计常数.

利用方程(19) 和(20) ,类似于不等式(10) 和(11) 的推导过程,有

$$\begin{aligned} & \tilde{\Theta}_i^{\mathrm{T}} \Gamma_i^{-1} \Big[\dot{\hat{\Theta}}_i - \Gamma_i B_i^{\mathrm{T}}(\bar{x}_{i+1}) \Big(I_{i-1} - \frac{\partial x_{id}}{\partial x_i^{\mathrm{T}}}\Big)^{\mathrm{T}} z_i\Big] \le \\ & -\frac{\sigma_i}{2} \tilde{\Theta}_i^{\mathrm{T}} \tilde{\Theta}_i + \frac{\sigma_i}{2} \|\Theta_i^*\|^2, \end{aligned} \qquad (21)$$

$$\begin{aligned} & z_i^{\mathrm{T}} \Big(I_{i-1} - \frac{\partial x_{id}}{\partial x_i^{\mathrm{T}}}\Big) \Delta_i + \Phi_i \times \\ & \Big\| z_i^{\mathrm{T}} \Big(I_{i-1} - \frac{\partial x_{id}}{\partial x_i^{\mathrm{T}}}\Big) \Big\|^2 + \frac{1}{\gamma_i} \delta_i \dot{\hat{\delta}}_i \le \\ & \varepsilon_i - \frac{\mu_i}{2} \tilde{\delta}_i^2 + \frac{\mu_i}{2} |\delta_i^*|^2, \end{aligned} \qquad (22)$$

$$\begin{aligned} & z_i^{\mathrm{T}} \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial x_{id}}{\partial x_j^{\mathrm{T}}} B_j(\bar{x}_{j+1}) \tilde{\Theta}_j \le \\ & \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\sigma_j^{i-1}}{2} \tilde{\Theta}_j^{\mathrm{T}} \tilde{\Theta}_j + \sum_{j=1}^{i-1} \Big(\frac{1}{2\sigma_j^{i-1}} z_i^{\mathrm{T}} \times \\ & \frac{\partial x_{id}}{\partial x_j^{\mathrm{T}}} B_j(\bar{x}_{j+1}) B_j^{\mathrm{T}}(\bar{x}_{j+1}) \frac{\partial x_{id}^{\mathrm{T}}}{\partial x_j} z_i\Big), \end{aligned} \qquad (23)$$

$$\begin{aligned} & z_i^{\mathrm{T}} \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial x_{id}}{\partial x_j^{\mathrm{T}}} \Delta_j \le \sum_{j=1}^{i-1} \delta_j^* \Big\| z_i^{\mathrm{T}} \frac{\partial x_{id}}{\partial x_j^{\mathrm{T}}} \Big\| \le \\ & \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\mu_j^{i-1}}{2} |\delta_j^*|^2 + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{2\mu_j^{i-1}} z_i^{\mathrm{T}} \frac{\partial x_{id}}{\partial x_j^{\mathrm{T}}} \frac{\partial x_{id}^{\mathrm{T}}}{\partial x_j} z_i, \end{aligned} \qquad (24)$$

其中 σ_j^{i-1}, μ_j^{i-1} 是正的常数, $j = 1, 2, \cdots, i-1$, $i = 2, 3, \cdots, n$.

将式(21) ～ (24) 代入(18) ,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \le {} & \\ & \dot{V}_{i-1} + z_i^{\mathrm{T}} \Big(I_{i-1} - \frac{\partial x_{id}}{\partial x_i^{\mathrm{T}}}\Big) \Big[F_i^0(\bar{x}_{i+1}) + \\ & B_i(\bar{x}_{i+1}) \hat{\Theta}_i - \Phi_i \Big(I_{i-1} - \frac{\partial x_{id}}{\partial x_i^{\mathrm{T}}}\Big)^{\mathrm{T}} z_i + \\ & G_i(\bar{x}_{i+1}) x_{i+1}\Big] + z_i^{\mathrm{T}} H_{i-1} - \frac{\sigma_i}{2} \tilde{\Theta}_i^{\mathrm{T}} \tilde{\Theta}_i + \\ & \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\sigma_j^{i-1}}{2} \tilde{\Theta}_j^{\mathrm{T}} \tilde{\Theta}_j + \frac{\sigma_i}{2} \|\Theta_i^*\|^2 - \frac{\mu_i}{2} \tilde{\delta}_i^2 + \\ & \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\mu_j^{i-1}}{2} |\delta_j^*|^2 + \frac{\mu_i}{2} |\delta_i^*|^2 + \varepsilon_i. \end{aligned} \qquad (25)$$

其中

$$\begin{aligned} H_{i-1} = {} & \\ & \sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{2\sigma_j^{i-1}} \frac{\partial x_{id}}{\partial x_j^{\mathrm{T}}} B_j(\bar{x}_{j+1}) B_j^{\mathrm{T}}(\bar{x}_{j+1}) \frac{\partial x_{id}^{\mathrm{T}}}{\partial x_j} z_i - \\ & \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial x_{id}}{\partial x_j^{\mathrm{T}}} [F_j^0(\bar{x}_{j+1}) + B_j(\bar{x}_{j+1}) \hat{\Theta}_j + \end{aligned}$$

$$G_j(\bar{x}_{j+1})x_{j+1}] - \Psi_{i-1} + \sum_{j=1}^{i-1}\frac{1}{2\mu_j^{i-1}}\frac{\partial x_{id}}{\partial x_j^{\mathrm{T}}}\frac{\partial x_{id}^{\mathrm{T}}}{\partial x_j}z_i. \tag{26}$$

经过步骤 1,2,…,$i-1$ 的推导,H_{i-1} 是可计算的.

引入误差向量 $z_{i+1} = x_{i+1} - x_{(i+1)d}$ 和选择虚拟控制输入

$$\begin{aligned}&x_{(i+1)d} = \\ &-G_i^{+}\Big\{F_i^0(\bar{x}_{i+1}) + B_i(\bar{x}_{i+1})\hat{\Theta}_i - \\ &\Phi_i\Big(I_{i-1} - \frac{\partial x_{id}}{\partial x_i^{\mathrm{T}}}\Big)^{\mathrm{T}}z_i + \Big(I_{i-1} - \frac{\partial x_{id}}{\partial x_i^{\mathrm{T}}}\Big)^{-1}\Big[G_{i-1}^{\mathrm{T}}\Big(I_{i-2} - \\ &\frac{\partial x_{(i-1)d}}{\partial x_{i-1}^{\mathrm{T}}}\Big)^{\mathrm{T}}z_{i-1} + k_i z_i + H_{i-1}\Big]\Big\}.\end{aligned} \tag{27}$$

在步骤 $i-1$,已经得到

$$\begin{aligned}&\dot{V}_{i-1} \le \\ &z_{i-1}^{\mathrm{T}}\Big(I_{i-2} - \frac{\partial x_{(i-1)d}}{\partial x_{i-1}^{\mathrm{T}}}\Big)G_{i-1}(\bar{x}_i)z_i - \sum_{j=1}^{i-1}k_j z_j^{\mathrm{T}}z_j - \\ &\frac{\sigma_{i-1}}{2}\tilde{\Theta}_{i-1}^{\mathrm{T}}\tilde{\Theta}_{i-1} - \sum_{j=1}^{i-2}\Big(\frac{\sigma_j}{2} - \sum_{r=j}^{i-2}\frac{\sigma_j^r}{2}\Big)\tilde{\Theta}_j^{\mathrm{T}}\tilde{\Theta}_j - \\ &\sum_{j=1}^{i-1}\frac{\mu_j}{2}\tilde{\delta}_j^2 + \sum_{j=1}^{i-1}\frac{\sigma_j}{2}\|\Theta_j^*\|^2 + \sum_{j=1}^{i-1}\frac{\mu_j}{2}|\delta_j^*|^2 + \\ &\sum_{j=1}^{i-2}\sum_{r=j}^{i-2}\frac{\mu_j^r}{2}|\delta_j^*|^2 + \sum_{j=1}^{i-1}\varepsilon_j.\end{aligned} \tag{28}$$

将式(27) 和(28) 代入(25) ,可得

$$\begin{aligned}&\dot{V}_i \le \\ &z_i^{\mathrm{T}}\Big(I_{i-1} - \frac{\partial x_{id}}{\partial x_i^{\mathrm{T}}}\Big)G_i(\bar{x}_{i+1})z_{i+1} - \sum_{j=1}^{i}k_j z_j^{\mathrm{T}}z_j - \\ &\frac{\sigma_i}{2}\tilde{\Theta}_i^{\mathrm{T}}\tilde{\Theta}_i - \sum_{j=1}^{i-1}\Big(\frac{\sigma_j}{2} - \sum_{r=j}^{i-1}\frac{\sigma_j^r}{2}\Big)\tilde{\Theta}_j^{\mathrm{T}}\tilde{\Theta}_j - \\ &\sum_{j=1}^{i}\frac{\mu_j}{2}\tilde{\delta}_j^2 + \sum_{j=1}^{i}\frac{\sigma_j}{2}\|\Theta_j^*\|^2 + \sum_{j=1}^{i}\frac{\mu_j}{2}|\delta_j^*|^2 + \\ &\sum_{j=1}^{i-1}\sum_{r=j}^{i-1}\frac{\mu_j^r}{2}|\delta_j^*|^2 + \sum_{j=1}^{i}\varepsilon_j,\end{aligned} \tag{29}$$

其中选择$\frac{\sigma_j^r}{2}$, $r = j,\cdots,i-1$,使得$\frac{\sigma_j}{2} - \sum_{r=j}^{i-1}\frac{\sigma_j^r}{2} > 0$, $j = 1,2,\cdots,i-1$.

在第 n 步中可得实际控制输入

$$\begin{aligned}&u = x_{(n+1)d} = \\ &-G_n^{+}\Big\{F_n^0(x) + B_n(x)\hat{\Theta}_n - \Phi_n\Big(I_{n-1} - \\ &\frac{\partial x_{nd}}{\partial x_n^{\mathrm{T}}}\Big)^{\mathrm{T}}z_n + \Big(I_{n-1} - \frac{\partial x_{nd}}{\partial x_n^{\mathrm{T}}}\Big)^{-1}\Big[G_{n-1}^{\mathrm{T}}\Big(I_{n-2} - \\ &\frac{\partial x_{(n-1)d}}{\partial x_{n-1}^{\mathrm{T}}}\Big)^{\mathrm{T}}z_{n-1} + k_n z_n + H_{n-1}\Big]\Big\}.\end{aligned} \tag{30}$$

在式(16) 中,当 $i = n$时,有

$$\begin{aligned}V_n = {}&\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}z_j^{\mathrm{T}}z_j + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\tilde{\Theta}_j^{\mathrm{T}}\Gamma_j^{-1}\tilde{\Theta}_j + \\ &\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{\gamma_j}\tilde{\delta}_j^2.\end{aligned} \tag{31}$$

在式(29) 中,当 $i = n$时,有

$$\begin{aligned}&\dot{V}_n \le \\ &-\sum_{j=1}^{n}k_j z_j^{\mathrm{T}}z_j - \frac{\sigma_n}{2}\tilde{\Theta}_n^{\mathrm{T}}\tilde{\Theta}_n - \sum_{j=1}^{n-1}\Big(\frac{\sigma_j}{2} - \\ &\sum_{r=j}^{n-1}\frac{\sigma_j^r}{2}\Big)\tilde{\Theta}_j^{\mathrm{T}}\tilde{\Theta}_j + \sum_{j=1}^{n}\varepsilon_j - \sum_{j=1}^{n}\frac{\mu_j}{2}\tilde{\delta}_j^2 + \\ &\sum_{j=1}^{n}\frac{\sigma_j}{2}\|\Theta_j^*\|^2 + \sum_{j=1}^{n}\frac{\mu_j}{2}|\delta_j^*|^2 + \\ &\sum_{j=1}^{n-1}\sum_{r=j}^{n-1}\frac{\mu_j^r}{2}|\delta_j^*|^2.\end{aligned} \tag{32}$$

定理 1 考虑由方程(1) 描述的系统,给定有界参考信号 $y_d \in R^{n_1}$ 是一个充分光滑的向量值函数且 $\dot{y}_d, y_d^{(2)},\cdots,y_d^{(n)}$ 是有界的. 在假设 1 和假设 2 成立的条件下,选择虚拟控制输入(4) ,(27) 和实际控制输入(30) ,选择自适应律(8) ,(9) ,(19) 和(20) . 假设存在充分大的紧集 $\Omega_i \in R^{n_1+n_2+\cdots+n_i}$ ($i = 1,2,\cdots,n$) 满足 $\bar{x}_i \in \Omega_i$. 那么,所提出的控制方法可保证:1) 闭环系统的所有信号是有界的;2) 输出跟踪误差向量 z_1 的范数收敛到小的零邻域内.

证明 不等式(32) 可以重新写成

$$\dot{V}_n \le -\alpha V_n + \beta. \tag{33}$$

其中

$$\begin{aligned}\beta = {}&\sum_{j=1}^{n}\frac{\sigma_j}{2}\|\Theta_j^*\|^2 + \sum_{j=1}^{n}\frac{\mu_j}{2}|\delta_j^*|^2 + \\ &\sum_{j=1}^{n-1}\sum_{r=j}^{n-1}\frac{\mu_j^r}{2}|\delta_j^*|^2 + \sum_{j=1}^{n}\varepsilon_j,\end{aligned}$$

$$\alpha = \min\{k^*, \sigma^*, \mu^*\},$$

$$k^* = \min_{1\le j\le n}\{2k_j\}, \mu^* = \min_{1\le j\le n}\{\gamma_j\mu_j\},$$

$$\sigma^* = \min_{1\le j\le n-1}\Big\{\sigma_n\lambda_{\min}(\Gamma_n), \Big(\sigma_j - \sum_{r=j}^{n-1}\sigma_j^r\Big)\lambda_{\min}(\Gamma_j)\Big\},$$

$\lambda_{\min}(\Gamma_j)$ ($j = 1,\cdots,n$) 表示 Γ_j 的最小特征值.

解不等式(33) ,得到

$$0 \le V_n(t) \le \frac{\beta}{\alpha} + \Big[V_n(0) - \frac{\beta}{\alpha}\Big]\exp(-\alpha t), \tag{34}$$

不等式(34) 意味着 $V_n(t)$ 最终收敛到 β/α. 因此,从式(31) 和(34) 中可以看出闭环系统的所有信号 z_j, $\tilde{\Theta}_j$, $\tilde{\delta}_j$, $j = 1,2,\cdots,n$,是一致有界的.

联合方程(31) 和不等式(34) ,得到

$$\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}z_j^{\mathrm{T}}z_j \le \frac{\beta}{\alpha} + \Big[V_n(0) - \frac{\beta}{\alpha}\Big]\exp(-\alpha t). \tag{35}$$

式(35) 意味着

$$\begin{aligned}&\|z_1\|^2 \le \sum_{j=1}^{n}z_j^{\mathrm{T}}z_j \le \\ &\frac{2\beta}{\alpha} + 2\Big[V_n(0) - \frac{\beta}{\alpha}\Big]\exp(-\alpha t).\end{aligned} \tag{36}$$

根据式(36),给定 $\eta > \sqrt{2\beta/\alpha}$,存在 T,对所有的 $t > T$,跟踪误差向量 z_1 满足

$$\|z_1\| \le \|x_1 - x_{1d}\| = \|y - y_d\| < \eta.$$

综上,定理 1 成立. □

4　仿真例子

考虑如下的多输入多输出非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = F_1(\bar{x}_2) + G_1(\bar{x}_2)x_2, \\ \dot{x}_2 = F_2(\bar{x}_2) + G_2(\bar{x}_2)u, \\ y = x_1. \end{cases} \tag{37}$$

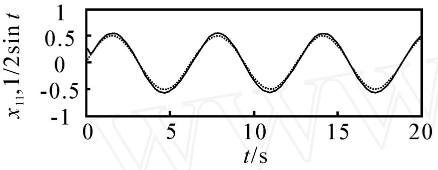
其中:$x_1 = [x_{11}, x_{12}]^{\mathrm{T}}$, $x_2 = [x_{21}, x_{22}]^{\mathrm{T}}$, $\bar{x}_2 = [x_1^{\mathrm{T}}, x_2^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 是系统的状态;$u = [u_1, u_2]^{\mathrm{T}}$ 是系统的输入;$y = x_1$ 是系统的输出;

$$F_1(\bar{x}_2) = [f_{11}, f_{12}]^{\mathrm{T}} = [\sin(x_{11}), x_{21}^2]^{\mathrm{T}},$$

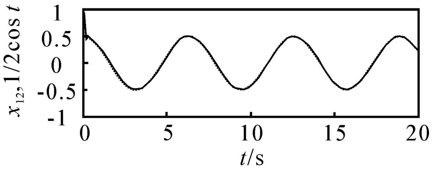
$$F_2(\bar{x}_2) = [f_{21}, f_{22}]^{\mathrm{T}} = [3x_{11}e^{-x_{12}}, x_{21} + x_{22}]^{\mathrm{T}}$$

表示系统(37)的不确定部分. 为了方便,令 $G_1(\bar{x}_2) = G_2(\bar{x}_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,初始状态 $x_1(0) = [0\quad 1]^{\mathrm{T}}$, $x_2(0) = [1, -1]^{\mathrm{T}}$,系统期望的参考输出信号

$$y_d(t) = [1/2\sin(t), 1/2\cos(t)]^{\mathrm{T}}.$$



(a) 输出x_{11}和参考信号1/2sin t



(b) 输出x_{12}和参考信号1/2cos t

图 1　输出 x 及参考信号

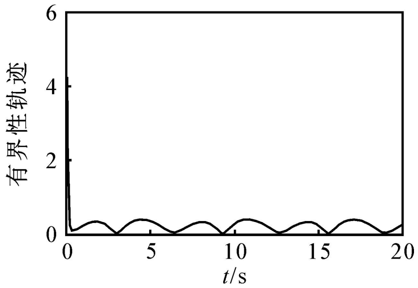
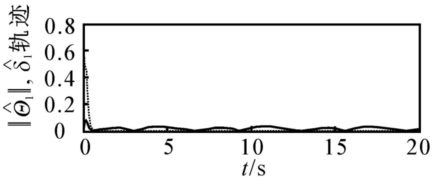
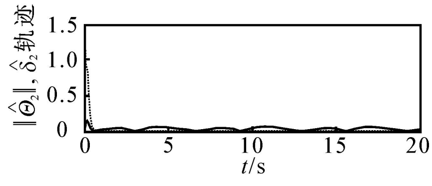


图 2　$\|z_2\|$的有界性轨迹



(a) $\|\hat{\Theta}_1\|$和$\hat{\delta}_1$的有界性轨迹



(b) $\|\hat{\Theta}_2\|$和$\hat{\delta}_2$的有界性轨迹

图 3　$\|\Theta\|$和 δ 的有界性轨迹

利用模糊系统,未知函数 $F_1(\bar{x}_2)$ 和 $F_2(\bar{x}_2)$ 的逼近值可以分别表示为 $B_1(\bar{x}_2)\Theta_1$ 和 $B_2(x)\Theta_2$. 选择如下隶属度函数:

$$\mu_{F_{j,k}^1}(x_{jk}) = \exp[-0.05(x_{jk} + 10)^2],$$

$$\mu_{F_{j,k}^2}(x_{jk}) = \exp[-0.05(x_{jk})^2],$$

$$\mu_{F_{j,k}^3}(x_{jk}) = \exp[-0.05(x_{jk} - 10)^2],$$

$$j = 1,2, k = 1,2,$$

可以分别得到 $B_1(\bar{x}_2)$, $B_2(\bar{x}_2)$. 选择虚拟控制输入(4)和实际控制输入(30),自适应律分别选择为(8),(9),(19)和(20),自适应律的初始值为 $\Theta_1(0) = \Theta_2(0) = [0,0,0]^{\mathrm{T}}$, $\hat{\delta}_1(0) = \hat{\delta}_2(0) = 0.5$,设计参数 $k_1 = k_2 = 3$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.5$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 10$, $\mu_1 = \mu_2 = 10$, $\mu_1^1 = \sigma_1^1 = 5$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 100$, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \mathrm{diag}\{2,2,2\}$.

通过 Matlab 仿真工具,可以得到图 1～图 3. 图 1 为输出和参考信号,实线为输出,虚线为参考信号. 可以看出系统的输出很好地跟踪参考输出 $y_d(t)$. 图 2 是误差向量 z_2 的范数有界轨迹. 图 3 的有界性轨迹说明自适应调节参数 Θ_1, δ_1, Θ_2, δ_2 是有界的,实线为 $\|\Theta\|$,虚线为 δ 有界性轨迹.

5　结　　语

本文针对不确定非线性 MIMO 纯反馈系统提出一种自适应鲁棒模糊控制方法. 该方法对系统模型进一步放宽了限制条件. 利用 Backstepping 方法的优点和李雅普诺夫稳定性理论,获得了控制输入和自适应律. 通过选择适当的设计参数,提出的自适应控制方法使得系统的所有信号是有界的,并且跟踪误差向量的范数收敛到小的零邻域内.

参考文献(References)

[1] Chen B S, Lee C H, Chang Y C. H_∞ tracking design of uncertain nonlinear SISO systems adaptive fuzzy approach[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1996, 4(1): 32-43.

[2] Tong S C, Wang T, Tang J T. Fuzzy adaptive output tracking control of nonlinear systems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 111(2): 169-182.

[3] Chang Y C. Robust tracking control for nonlinear MIMO systems via fuzzy approaches[J]. Automatica, 2000, 36(10): 1535-1545.

(下转第 706 页)

$$\bar{R}_{21}=\begin{bmatrix}0.9415 & -0.021 & 0.546\\ -0.021 & 3.9063 & 2.0204\\ 0.546 & 2.0204 & 1.9157\end{bmatrix},$$

$$\bar{R}_{22}=\begin{bmatrix}1.0597 & -0.5899 & 0.9238\\ -0.5899 & 5.6217 & 1.0226\\ 0.9238 & 1.0226 & 1.8273\end{bmatrix}.$$

分别给出关联电力系统的输出轨线如图 1, 图 2 所示.

可见 H_∞ 控制的镇定效果在约前 4 s 就已经达到, 所以这里提出的控制方法是有效的.

5 结 语

本文研究了一类具有时滞的关联电力系统分散 H_∞ 控制问题. 应用 Lyapunov-Krasovskii 泛函方法, 结合时滞积分矩阵不等式技巧, 导出使闭环系统渐近稳定, 且满足一定的 H_∞ 性能指标与时滞相关的 LMIs 充分条件, 并给出了分散状态反馈控制器的构造方法. 关联电力系统的仿真示例说明了该方法的有效性.

参考文献(References)

[1] 卢强, 孙元章. 电力系统非线性控制[M]. 北京: 科学出版社, 1993.
(Lu Q, Sun Y Z. Nonlinear control of power systems [M]. Beijing: Science Press, 1993.)

[2] 余贻鑫, 王成山. 电力系统稳定性理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 1999.
(Yu Y X, Wang C S. Stability theory and method of power systems[M]. Beijing: Science Press, 1999.)

[3] Kundur P. Power system stability and control [M]. New York: McGraw-Hill, 1994.

[4] Park P G. A delay-dependent stability criterion for systems with uncertain time-invariant delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1999, 44(4): 876-877.

[5] Fridman E, Shaked U. An improved stabilization method for linear time-delay systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(11): 1931-1937.

[6] Wu M, He Y, She J H, et al. Delay-dependent criteria for robust stability of time-varying delay systems [J]. Automatica, 2004, 40(8): 1435-1439.

[7] 吴捷, 柳明. 非线性控制在电力系统中的应用[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(1): 15-22.
(Wu J, Liu M. Nonlinear control and its application in power system [J]. Control Theory and Applications, 2002, 19(1): 15-22.)

[8] Li G J, Lie T T, Soh C B, et al. Decentralized H_∞ control for power system stability enhancement[J]. Int J of Electrical Power and Energy Systems, 1998, 20(7): 453-463.

[9] Li G J, Lie T T, Soh C B, et al. Design of state-feedback decentralized nonlinear H_∞ controllers in power systems [J]. Int J of Electrical Power and Energy Systems, 2002, 24(8): 601-610.

[10] Zribi M, Mahmoud M S, Karkoub M, et al. H_∞-controllers for linearised time-delay power systems[J]. IEE Proc of the General Transmission Distribution, 2000, 147(5): 401-408.

[11] Li S R, Lu Q, Sun Y H. Nonlinear H_∞ stabilizers design for power systems[C]. Proc of IEEE Conf on Industrial Technology. Shanghai, 1996: 748-752.

[12] Lu Q, Sun Y. Nonlinear stabilizing control of multimachine systems [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1996, 11(4): 1957-1962.

[13] Han Q L. Absolute stability of time-delay systems with sector-bounded nonlinearity [J]. Automatica, 2005, 41(12): 2171-2176.

(上接第 701 页)

[4] Krstic M, Kanellakopoulos L, Kokotovic P V. Nonlinear adaptive control design [M]. New York: Wiley Interscience, 1995.

[5] Polycarpou M M, Mears M J. Stable adaptive tracking of uncertain systems using nonlinearly parameterized on-line approximators [J]. Int J Control, 1998, 70(3): 363-384.

[6] Wang W Y, Chan M L, Lee T T, et al. Adaptive fuzzy control for strict-feedback canonical nonlinear systems with H_∞ tracking performance [J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics —Part B: Cybernetics, 2000, 30 (6): 878-885.

[7] Yang Y S, Feng G, Ren J S. A combined backstepping and small-gain approach to robust adaptive fuzzy control for strict-feedback nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics —Part A: Systems and Humans, 2004, 34 (3): 406-420.

[8] Zhou S S, Feng G, Feng C B. Robust control for a class of uncertain nonlinear systems: Adaptive fuzzy approach based on backstepping [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 151(1): 1-20.

[9] Kanellakopoulos I, Kokotovic P V, Morse A S. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1991, 36 (11): 1241-1253.

[10] Wang D, Huang J. Adaptive neural network control for a class of uncertain nonlinear systems in pure-feedback form [J]. Automatica, 2002, 38(8): 1365-1372.