

文章编号: 1001-0920(2007)06-0711-05

一类非线性系统的自适应预测函数控制

张日东, 王树青

(浙江大学 a. 工业控制技术国家重点实验室, b. 先进控制技术研究所, 杭州 310027)

摘要: 针对一类具有输出反馈耦合的离散非线性系统, 将过程的非线性状态空间模型等效为线性时变状态空间模型; 然后利用最小二乘法辨识系统参数, 并通过在目标函数中引入系统状态的变化给出一种具有类似离散 PI 最优调节器结构的新型自适应预测函数控制器. 由于引入了新的优化目标函数, 该控制器控制效果与鲁棒性要优于仅考虑预测输出误差的传统预测函数控制器. 仿真结果表明, 该控制器优于经典离散 PI 最优调节器.

关键词: 非线性系统; 状态空间模型; 预测函数控制; PI 最优调节器

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Adaptive predictive functional control for a class of nonlinear systems

ZHANG Ri-dong, WANG Shu-qing

(a. National Key Lab of Industrial Control Technology, b. Institute of Advanced Process Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China. Correspondent: WANG Shu-qing, E-mail: sqwang@ipc.zju.edu.cn)

Abstract: An adaptive predictive functional control method for a class of discrete nonlinear systems is presented by changing the nonlinear model into an equivalent time varying linear model. RLS algorithm is used to identify the time-varying coefficients. The structure of this method is similar to classic PI optimal controller. Its control performance and robustness are superior to traditional predictive functional control methods which only consider output errors. Simulation results show that it is better than classic PI optimal controller.

Key words: Nonlinear systems; State space model; Predictive functional control; PI optimal controller

1 引言

预测函数控制 (PFC)^[1-3] 自产生以来一直受到广泛的关注, 并在工业过程控制中得到了大量成功的应用, 其突出特点是在模型失配及未建模下的强鲁棒性非常适合工业过程控制的需要. PFC 属于模型预测控制^[4] 的范畴, 并基于一个离散的输入输出线性模型来设计控制器. 然而, 采用状态空间模型^[5-10] 能方便地描述系统的内部状态, 因此设计控制器时可以有效利用这些状态信息. 但目前的算法大多采用输入输出型目标函数, 并没有充分利用状态空间设计的优点.

对于非线性系统而言, 由于非线性系统的复杂性和多样性, 目前没有通用的非线性状态空间预测函数控制方法, 大部分预测函数控制方法都要针对特定的非线性系统来设计.

对于一类具有输出反馈耦合的离散非线性系

统^[9], 目前已经提出各式各样的控制算法: 经典离散 PI 最优控制^[10]、状态空间预测控制^[9]、扩展状态空间预测控制^[11]. 但这些算法或多或少存在如下问题:

1) 经典离散 PI 最优控制没有考虑非线性的影响, 在需要高精度控制时, 控制效果明显变差, 仿真显示系统的输出和控制器的输出振荡比较严重, 动态性能比较差;

2) 文献[9]的状态空间预测控制算法虽考虑了非线性的因素, 控制效果优于经典离散 PI 最优控制, 但没有考虑系统内部状态信息, 并且利用的模型是一种线性化近似模型, 仿真表明该控制系统仍然或多或少存在系统输出与控制器输出振荡的缺点, 动态性能仍欠佳;

3) 文献[11]考虑了系统内部状态并进行加权, 有效抑制了系统的振荡, 控制效果优于文献[9]的方

收稿日期: 2006-02-25; 修回日期: 2006-04-27.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (60421002).

作者简介: 张日东 (1977—), 男, 辽宁葫芦岛人, 博士生, 从事预测控制、自适应控制等研究; 王树青 (1939—), 男, 浙江仙居人, 教授, 博士生导师, 从事工业生产过程模型化与优化控制、先进控制等研究.

法,但仍然利用近似线性模型,不是精确的控制。

PI型预测控制器^[12]由于兼具PID控制与预测控制两者的长处,控制效果以及鲁棒性要优于单一控制器存在的情形,仿真结果也表明此类控制器能显著改善控制性能^[12],因此在实际应用中值得推广。

本文针对该非线性系统提出一种PI型自适应预测函数控制方法,该方法将非线性模型等效为离散的线性时变模型处理,采用最小二乘法来辨识所处理的模型,并在目标函数中引入输出误差的变化,从而导出一种PI型的预测函数控制器。与文献[9, 11]的近似线性化算法相比,本文算法是一种精确的算法;另一方面,本文方法与文献[9, 11]相比,不需要非线性部分可观测这一假设条件,从而无需进行非线性函数观测器的设计,简化了控制系统的结构。本文采用的是一个比较通用的目标函数,控制器结构类似离散PI最优调节器。仿真实例表明,本文方法优于文献[9, 11]的方法,适合实际工程应用。

2 非线性系统的模型及其表示

考虑如下被控系统^[9]:

$$\begin{cases} \bar{x}(k+1) = \\ \bar{A}\bar{x}(k) + \bar{B}u(k-d) + K \cdot \text{NL}(y(k)), \\ y(k) = \bar{c}\bar{x}(k). \end{cases} \quad (1)$$

其中: k 表示离散时刻, u 表示控制变量, y 为输出变量,NL为非线性函数, $\bar{x}(k) = [\bar{x}_1(k), \dots, \bar{x}_n(k)]^T$ 为 k 时刻的 $n \times 1$ 维状态向量, \bar{A} 是 $n \times n$ 维系统参数矩阵, \bar{B} 是 $n \times 1$ 维控制系数向量, K 是非线性耦合向量, \bar{c} 是 $1 \times n$ 维观测系数向量, d 是纯滞后。

其中的非线性部分是系统的吸附粘滞摩擦特性,通常表现为 $\text{NL}(y(k)) = \arctan(ay(k))$, a 为一常数,NL(\cdot)是具有零平衡点和连续有界导数的非线性函数。

通过处理后可以看见,本文算法并不需要知道非线性部分NL的具体形式,从而在实际应用时不需要设计非线性函数观测器,进而简化了控制器的结构。

命题1 非线性系统(1)可以表示为以下线性时变系统的形式:

$$\begin{cases} \bar{x}(k+1) = \bar{A}(k)\bar{x}(k) + \bar{B}u(k-d), \\ y(k) = \bar{c}\bar{x}(k), \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$\bar{A}(k) = \bar{A} + a(k)K\bar{c},$$

$a(k)$ 为待辨识参数。

证明

$$\begin{aligned} \text{NL}(y(k)) &= \\ \text{NL}(y(k)) - 0 &= \end{aligned}$$

$$\text{NL}(y(k)) - \text{NL}(0) =$$

$$\frac{d\text{NL}}{dy(k)} \Big|_{y(k)=\xi(k)} y(k) = a(k)y(k), \quad (3)$$

其中 $a(k) = \frac{d\text{NL}}{dy(k)} \Big|_{y(k)=\xi(k)}$,由微分中值定理知 $\xi(k)$ 是介于0与 $y(k)$ 之间的某个数。由式(1)和(3)可得

$$\begin{aligned} \bar{x}(k+1) &= \\ \bar{A}\bar{x}(k) + \bar{B}u(k-d) + K \cdot \text{NL}(y(k)) &= \\ \bar{A}\bar{x}(k) + \bar{B}u(k-d) + K a(k)y(k) &= \\ \bar{A}\bar{x}(k) + \bar{B}u(k-d) + K a(k)\bar{c}\bar{x}(k) &= \\ \bar{A}(k)\bar{x}(k) + \bar{B}u(k-d), & \\ y(k) &= \bar{c}\bar{x}(k), \end{aligned}$$

其中 $\bar{A}(k) = \bar{A} + a(k)K\bar{c}$, $a(k)$ 为一时变参数。

这样,该复杂非线性系统经过处理成为完全等效的线性时变系统,其中的时变参数可以用经典的最小二乘法来估计。

为了便于分析、设计和比较,假设系统(1)能控能观测,下面仍采用扩展状态空间法^[11],将 $u(k-1), \dots, u(k-d)$ 都取为状态变量,只将 $u(k)$ 作为输入,这时系统方程变为

$$\begin{cases} x(k+1) = A(k)x(k) + Bu(k), \\ y(k) = cx(k). \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$A(k) = \begin{bmatrix} \bar{A}(k) & \bar{B} & \Omega & \Omega & \dots & \Omega \\ \bar{O} & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \ddots & \dots \\ \bar{O} & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ \bar{O} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

$$x(k) = \begin{bmatrix} \bar{x}(k) \\ u(k-d) \\ u(k-d+1) \\ \dots \\ u(k-1) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \Omega \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$c = [\bar{c} \ 0 \ 0 \ \dots \ 0], \quad (5)$$

\bar{O} 为 $1 \times n$ 维零向量, Ω 为 $n \times 1$ 维零向量。假定系统(4)能控能观测,对式(4)两边取一阶向后差分,得

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \\ A(k)x(k) + Bu(k) - Bu(k-1). \end{aligned} \quad (6)$$

设期望输出为 $r(k)$,定义输出误差为

$$e(k) = y(k) - r(k), \quad (7)$$

根据式(4)可得

$$\begin{aligned} e(k+1) &= e(k) + cA x(k) + cBu(k) - \\ & \quad cBu(k-1) - r(k+1). \end{aligned} \quad (8)$$

定义

$$z(k) = \begin{bmatrix} e(k) \\ x(k) \end{bmatrix} \quad (9)$$

为新的状态变量,可将式(6), (8) 构成一个新的系统,即

$$z(k+1) = \tilde{A}(k)z(k) + \tilde{B}u(k) - \tilde{B}u(k-1) + \tilde{c}r(k+1). \quad (10)$$

其中

$$\tilde{A}(k) = \begin{bmatrix} 1 & cA(k) \\ \tilde{O} & A(k) \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} cB \\ B \end{bmatrix}, \quad \tilde{c} = \begin{bmatrix} -1 \\ \tilde{O} \end{bmatrix},$$

\tilde{O} 表示 $(n+d) \times 1$ 维零向量. 以下将基于模型(10)设计预测函数控制器.

3 预测函数控制算法

3.1 目标函数

本文研究以下有限时域滚动优化问题:

$$J = \sum_{j=1}^P z^T(k+j)Q_jz(k+j). \quad (11)$$

其中: P 为拟合点个数, Q_j 为 $(n+d+1) \times (n+d+1)$ 维对称加权矩阵. 一般地

$$Q_j = \text{diag}\{q_{j1}, q_{j2}, \dots, q_{j(n+1)}, 0, \dots, 0\}, \quad 1 \leq j \leq P. \quad (12)$$

1) 通常 $q_{j1} = 0$, 因为目标函数中必须考虑输出误差的影响. 状态变化率的影响则需根据需要调节加权因子 $q_{j2}, \dots, q_{j(n+1)}$.

2) 取 $Q_j = 0, j < N_p$ (N_p 为某个正常数)时, 表示优化时域的起始时刻为 $k + N_p$. 这样可以考虑纯滞后的影响, 即可取 $N_p = d + 1$; 当取 $N_p = P$ 时, 表示单点预测函数控制.

3) 若取 $Q_j = \text{diag}\{q_{j1}, 0, \dots, 0\}$, 表示只对输出误差加权, 性能指标退化为输入输出型, 这时该算法为传统的预测函数控制算法.

4) 通常情况系统的最后一个状态变量 x_n 代表过程的输出变量, 所以当取 $Q_j = \text{diag}\{q_{j1}, 0, \dots, q_{j(n+1)}, 0, \dots, 0\}$ 时表示不但对输出误差加权, 还对输出误差变化率加权. 这时文献[9, 12]的算法是本文的特例.

3.2 状态预报与控制器设计

与其他预测控制算法不同的是, 预测函数控制认为控制量与一组相应于过程特性和跟踪设定值的基函数有关, 是基函数的线性组合, 即

$$u(k+i) = \sum_{j=1}^N \mu_j f_j(i). \quad (13)$$

其中: μ_j 为基函数线性组合的权系数; $f_j(i)$ 为基函数在第 i 个采样周期的取值; N 为基函数的阶数, 依据跟踪设定值和过程模型确定.

根据式(10)和(13)可得到 $z(k+j)$ 的预报向量形式为

$$Z = Fz(k) - \bar{G}u(k-1) + GU + S R. \quad (14)$$

其中

$$Z = \begin{bmatrix} z(k+1) \\ z(k+2) \\ \dots \\ z(k+P) \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \dots \\ \mu_N \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \tilde{A}(k) \\ \tilde{A}^2(k) \\ \dots \\ \tilde{A}^P(k) \end{bmatrix},$$

$$R = \begin{bmatrix} r(k+1) \\ r(k+2) \\ \dots \\ r(k+P) \end{bmatrix}, \quad \bar{G} = \begin{bmatrix} \tilde{B} \\ \tilde{A}(k)\tilde{B} \\ \dots \\ \tilde{A}^{P-1}(k)\tilde{B} \end{bmatrix},$$

$$S = \begin{bmatrix} \tilde{c} & 0 & \dots & 0 \\ \tilde{A}(k)\tilde{c} & \tilde{c} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ \tilde{A}^{P-1}(k)\tilde{c} & \tilde{A}^{P-2}(k)\tilde{c} & \dots & \tilde{c} \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} \tilde{B}f_1(0) & \dots \\ (\tilde{A}(k)\tilde{B} - \tilde{B})f_1(0) + \tilde{B}f_1(1) & \dots \\ \dots & \ddots \\ \tilde{B}f_1(P-1) + \sum_{k=1}^{P-1} (\tilde{A}^k(k)\tilde{B} - \tilde{A}^{k-1}(k)\tilde{B})f_1(P-1-k) & \dots \\ \tilde{B}f_N(0) & \dots \\ (\tilde{A}(k)\tilde{B} - \tilde{B})f_N(0) + \tilde{B}f_N(1) & \dots \\ \dots & \ddots \\ \tilde{B}f_N(P-1) + \sum_{k=1}^{P-1} (\tilde{A}^k(k)\tilde{B} - \tilde{A}^{k-1}(k)\tilde{B})f_N(P-1-k) & \dots \end{bmatrix}.$$

而目标函数的向量形式为

$$J = Z^T QZ, \quad (15)$$

其中

$$Q = \text{Block diag}\{Q_1, Q_2, \dots, Q_P\}.$$

令 $\partial J / \partial U = 0$, 得到最优控制律为

$$U = - (G^T QG)^{-1} G^T Q [Fz(k) - \bar{G}u(k-1) + S R]. \quad (16)$$

定义

$$\begin{aligned} \mu_1 &= - (1, 0, \dots, 0) (G^T QG)^{-1} G^T Q [Fz(k) - \bar{G}u(k-1) + S R] = - h_1 z(k) + h_{u1} u(k-1) - m_1 R, \\ \mu_2 &= - (0, 1, \dots, 0) (G^T QG)^{-1} G^T Q [Fz(k) - \bar{G}u(k-1) + S R] = - h_2 z(k) + h_{u2} u(k-1) - m_2 R, \\ &\dots \\ \mu_N &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - (0, 0, \dots, 1) (G^T Q G)^{-1} G^T Q F z(k) - \\
 & \bar{G} u(k-1) + S R J = \\
 & - h_N z(k) + h_{uN} u(k-1) - m_N R,
 \end{aligned}$$

则有

$$\begin{aligned}
 u(k) &= \sum_{j=1}^N \mu_j f_j(0) = \\
 f_1(0) [-h_1 z(k) + h_{u1} u(k-1) - m_1 R] + \\
 f_2(0) [-h_2 z(k) + h_{u2} u(k-1) - m_2 R] + \dots + \\
 f_N(0) [-h_N z(k) + h_{uN} u(k-1) - m_N R] = \\
 & - \sum_{i=1}^N f_i(0) h_i z(k) + \sum_{i=1}^N f_i(0) h_{ui} u(k-1) - \\
 & \sum_{i=1}^N f_i(0) m_i R = \\
 & - H z(k) + H_u u(k-1) - M R. \quad (17)
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 H &= \sum_{i=1}^N f_i(0) h_i, H_u = \sum_{i=1}^N f_i(0) h_{ui}, \\
 M &= \sum_{i=1}^N f_i(0) m_i.
 \end{aligned}$$

进一步定义

$$\begin{aligned}
 H &= (K_e, K_{x_1}, \dots, K_{x_n}, K_d, \dots, K_1), \\
 M &= (l_1, l_2, \dots, l_p). \quad (18)
 \end{aligned}$$

由式(18)和(9)可以得到

$$\begin{aligned}
 u(k) &= \\
 & - K_e e(k) - \sum_{j=1}^n K_{x_j} \bar{x}_j(k) - \\
 & \sum_{j=1}^d K_j u(k-j) + \\
 & H_u u(k-1) - \sum_{j=1}^p l_j r(k+j). \quad (19)
 \end{aligned}$$

由式(19)可见,控制中包含输出误差的反馈、状态变化反馈、前 d 步控制的反馈、未来 P 步设定值变化的前馈. 其中误差反馈消除跟踪误差, 状态反馈和前 d 步控制的反馈改善系统的动态性能, 未来 P 步设定值的前馈改善系统的跟踪性能. 它与经典的离散 PI 控制器类似, 只是后者没有未来设定值的前馈作用.

现将本文算法归纳如下:

- Step1: 读取系统输出 $y(k)$, 辨识系统的参数 $a(k)$;
 Step2: 利用第 2 节的方法重新表示系统;
 Step3: 计算系统的预测输出 Z ;
 Step4: 用式(19) 求取控制量, 进行控制;
 Step5: 返回 Step1.

4 仿真比较

将本文控制器性能与其他的控制器性能在同

等条件下进行仿真比较. 在 $t = 0$ 时, 设定值进行阶跃; 在 $t = 200$ 时, 引入幅值为 -10 的阶跃干扰.

取文献[11]中的过程对象, 该模型是一个具有纯滞后的开环不稳定的非最小相位系统. 其离散状态空间模型为

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \bar{x}_1(k+1) \\ \bar{x}_2(k+1) \end{bmatrix} &= \\
 \begin{bmatrix} 1.1053 & 0 \\ -0.01 & 0.8186 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1(k) \\ \bar{x}_2(k) \end{bmatrix} + \\
 \begin{bmatrix} 1 \\ 0.0858 \end{bmatrix} u(k-2) - \\
 2.3 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \arctan(10y(k)), \\
 y(k) = \bar{x}_2(k) = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} \bar{x}_1(k) \\ \bar{x}_2(k) \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

经典离散 PI 最优调节器的设计方法如下^[10]:
 取目标函数

$$J = \sum_{k=1} [z^T(k) T z(k) + (u(k))^2].$$

其中: T 为加权矩阵, λ 为加权系数. 解得最优控制律为

$$u(k) = -K' z(k),$$

其中 K' 为反馈增益向量.

文献[9]的控制参数为 $M = 1, P = 21, N_P = 3, Q_j = \{1, 0, 0, 0, 0\}$. 文献[11]与本文方法的控制参数相同, 均为: $M = 1, P = 21, N_P = 3, Q_j = \{1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$.

仿真是在引入模型误差的情况下进行, 将过程的系统矩阵的元素之一 0.8186 改为 0.8386 , 这将使过程时间常数和增益产生较大变化.

系统输出响应、状态响应和控制器输出分别如图 1~图 3 所示. 可以看出, 经典离散 PI 控制器的输出响应和抗干扰能力虽然比较快速, 但系统输出和状态也振荡比较剧烈, 控制作用也不平稳, 动态性能较差; 文献[9]方法由于没有对状态变化率进行加权, 虽然响应速度比文献[11]快一点, 但同样没有得到理想的控制效果, 系统输出、状态以及控制作用在开始阶段也出现了大幅度的振荡, 动态性能仍然不佳. 文献[11]与本文方法响应基本一致, 但文献[11]是近似线性化方法, 而本文方法是一种精确的方法, 因此本文控制效果优于文献[11]方法, 不但得到了理想的跟踪性能和抗干扰性能, 而且系统的输出、状态以及控制作用都比较平滑.

综合考虑, 可以看到本文提出的针对这类具有输出反馈耦合的离散非线性过程的自适应预测函数控制方法是行之有效的. 跟踪设定值快速, 抗干扰能

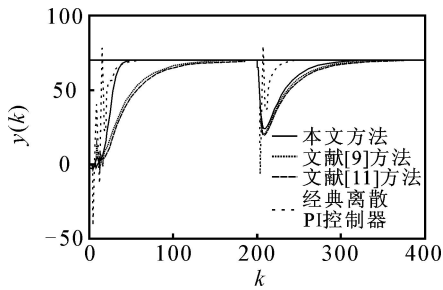


图 1 输出响应

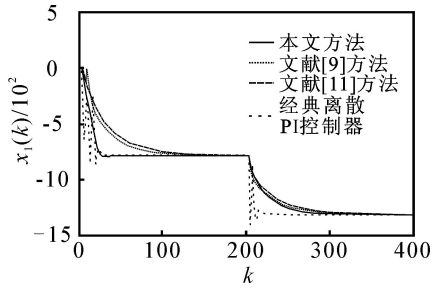


图 2 状态响应

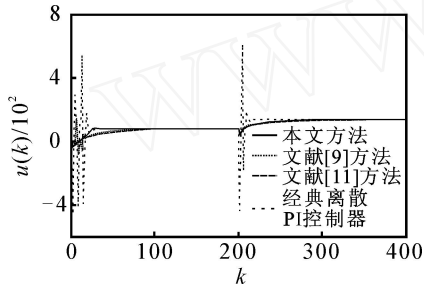


图 3 控制器输出

力强,并保证了系统输出、状态以及控制作用的平稳,具有较好的动态性能。

5 结 语

本文针对一类具有输出反馈耦合的离散非线性过程,将其处理为等价的线性模型,并在此基础上设计了类似于离散 PI 最优调节器的新型自适应预测函数控制器。仿真结果表明,该方法优于已有的其他方法,算法简单有效,适合实际应用。

参考文献(References)

[1] Richalet J. Predictive functional control: Application to fast and accurate robots[C]. Proc of 10th IFAC World Congress. Munich, 1987.
 [2] Richalet J. Industrial application of model based predictive control[J]. Automatica, 1993, 29(5):

1251-1270.
 [3] Kuntze H B, Jacobasch A, Richalet J, et al. On the predictive functional control of elastic industrial robot [C]. Proc 25th CDC. Athens, 1986:1877-1881.
 [4] Clarke D W, Mohtadi C, Tuffs P S. Generalized predictive control[J]. Automatica, 1987, 23(2): 137-148.
 [5] Kraus P, DaB K, Rake H. Model based predictive controller with Kalman filtering for state estimation [M]. Oxford: Oxford University Press, 1994: 69-83.
 [6] Balchen J G, Ljungquist D, Strand S. State-space predictive control [J]. Chemical Engineering Science, 1992, 47(4): 787-807.
 [7] 袁璞, 左信, 郑海涛. 状态反馈预估控制[J]. 自动化学报, 1993, 19(5): 569-577.
 (Yuan P, Zuo X, Zheng H T. State variable feedback predictive control [J]. Acta Automatica Sinica, 1993, 19(5): 569-577.)
 [8] Ricker N L. Model predictive control with state estimation [J]. Industrial Engineering Chemistry Research, 1990, 29(3): 374-382.
 [9] Rau M, Schroder D. Model predictive control with nonlinear state space models[C]. IEEE Int Workshop on Advanced Motion Control. Slovenia, 2002.
 [10] 孙增圻. 计算机控制理论及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1989.
 (Sun Z Q. Computer control theory and applications [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1989.)
 [11] 张日东, 王树青, 李平. 一类非线性系统的扩展状态空间预测控制[J]. 控制与决策, 2005, 20(7): 807-810.
 (Zhang R D, Wang S Q, Li P. Extended state space predictive control for a class of nonlinear systems[J]. Control and Decision, 2005, 20(7): 807-810.)
 [12] 陈增强, 车海平, 袁著祉. 具有比例积分结构的广义预测自校正控制器[J]. 控制与决策, 1994, 9(2): 105-110.
 (Chen Z Q, Che H P, Yuan Z Z. A generalized predictive self-tuning controller with proportion and integration structure[J]. Control and Decision, 1994, 9(2): 105-110.)