

文章编号: 1001-0920(2007)06-0716-05

## 基于混合离散免疫算法的轧制计划编排

陈爱玲, 杨根科, 吴智铭  
(上海交通大学 自动化系, 上海 200240)

**摘要:** 为了保证轧制调度计划的可行性, 提高排程的效率, 根据热轧生产模式和轧制计划的特点, 利用车辆路径问题模型来建模轧制调度问题, 并用一种基于离散人工免疫算法的混合优化算法来解决这一问题. 该方法利用离散人工免疫算法的全局搜索能力来寻找全局最优解, 利用模拟退火方法来避免陷入局部最优. 对某钢厂实际生产数据仿真结果表明, 所提出的模型和算法对于求解热轧调度问题具有可行性和高效性.

**关键词:** 热轧调度问题; 车辆路径问题; 离散人工免疫算法; 模拟退火算法; 混合优化方法

**中图分类号:** TP278; TP18 **文献标识码:** A

## Hybrid method based on discrete immune algorithm for the hot rolling plan

CHEN Ai-ling, YANG Gen-ke, WU Zhi-ming

(Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China. Correspondent: CHEN Ai-ling, E-mail: chengchengcal@sjtu.edu.cn)

**Abstract:** To guarantee the feasibility of the rolling plan and improve the efficiency of the scheduling, a vehicle route problem model is proposed to model the problem and a hybrid optimization approach is developed to solve the problem. In the hybrid approach, based on the global search ability, discrete artificial immune algorithm is used to search the optimal solution and simulated annealing is applied to avoid getting into a local optimum. The results on practical production data show that the model and the hybrid optimization approach are viable and effective for the hot rolling scheduling.

**Key words:** Hot rolling scheduling problem; Vehicle route problem; Discrete artificial immune algorithm; Simulated annealing; Hybrid optimization approach

### 1 引言

随着钢铁工业的迅速发展和市场竞争的日益激烈, 对于生产效率、产品质量的提高以及原材料、能量消耗、生产成本降低的需求愈来愈高. 实现这些目标的关键就是执行一个可行而有效的生产调度过程. 但是由于生产的复杂性, 钢铁工业中的生产调度是最难解决的工业调度问题之一, 其中热轧调度尤为复杂和耗时.

热轧调度的关键问题是轧制计划的确定. 一直以来, 国内外诸多企业和学者付出了不懈的努力来研究热轧调度中的各种问题. 目前, 主要的研究策略集中在运筹学、人机交互和人工智能等方法. Sato 等<sup>[1]</sup>采用智能系统来解决钢铁调度问题, 是应用智能方法到钢铁调度中的早期努力. Redwine 等<sup>[2]</sup>提

出了基于数学规划的订单调度模型, 并利用动态规划方法来解决离线钢铁企业生产调度问题. 但是, 在这个模型中, 考虑了太多实际约束给计算带来了困难. Wright 等<sup>[3]</sup>建立了一个多目标数学模型来建模热轧调度问题, 该模型不但考虑了组批问题, 而且考虑了单元排序问题, 但是, 由于问题模型过于庞大, 一直不能用已知的算法来解决. Kosiba 等<sup>[4]</sup>主要关注带钢生产调度分析过程的发展, 建立了一个不对称的 TSP 模型来建模和解决带钢轧制问题, 但该模型仅仅解决单个轧制单元的调度问题. Tang 等<sup>[5]</sup>通过结合多旅行商模型、修正的遗传算法以及人机交互方法发展了一套实际的热轧调度系统, 但没有考虑轧制计划的能力约束.

基于热轧调度的复杂性, 得到一个最优结果是

收稿日期: 2006-03-14; 修回日期: 2006-05-15.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60574063, 60574049).

作者简介: 陈爱玲(1976—), 女, 山东威海人, 博士生, 从事智能系统建模设计、生产计划与调度的研究; 杨根科(1963—), 男, 山西原平人, 教授, 博士生导师, 从事混合系统、智能系统等研究.

非常困难的. 运筹学方法对于解决调度问题具有很大的潜能, 然而由于计算复杂性的原因, 只能解决规模较小的问题, 在解决受复杂条件约束和含有不确定因素的调度优化问题时结果不够理想. 人机交互方法对于问题的变化能够灵活而快速地反应; 人工智能方法能够考虑复杂的生产约束, 模拟人类的决策过程. 然而对于复杂的生产调度问题, 这些方法对于问题的最优性缺乏足够的考虑.

车辆路径问题模型能够用来反映热轧调度的各种约束, 因此本文用该模型来建模热轧调度问题. 启发式算法是全局搜索算法, 对于解决复杂的调度问题是一个较好的选择. 本文提出了一种基于离散人工免疫算法的混合优化方法来求解热轧调度问题. 该混合方法利用离散人工免疫算法来安排轧制订单(板坯)到相应的轧制单元, 利用模拟退火算法来调节每个轧制单元中订单的轧制顺序.

## 2 热轧计划模型

### 2.1 问题描述

热轧调度问题就是解决轧制批量计划的编制问题. 一个轧制调度通常包含几个轧制单元, 而一个轧制单元一般由烫辊材和主体材两部分组成.

在热轧调度过程中, 编制轧制计划主要考虑的因素有: 产品质量、生产效率、轧辊磨损和轧辊替换成本. 轧辊的性能对于决定产品质量、运行成本和生产能力起着重要的作用, 而轧辊的性能与轧制调度序列的好坏密切相关.

为了提高质量, 节约成本, 应该满足下面的轧制规程:

1) 烫辊材: 长度有一定限制; 板坯的宽度应渐增变化, 变化应平缓; 板坯的硬度不能太大; 厚度幅度变化要小.

2) 主体材: 板坯的宽度应按照非增方向变化; 厚度变化要平缓, 不能反复跳跃, 最好是非减方向变化; 硬度和温度变化要平缓; 宽度、厚度和硬度不允许同时变化; 连续轧制同一宽度板坯的长度有一定限制; 主体材总长度有一定限制.

以上轧制规程的制定, 主要是为了降低宽度、厚度、硬度和温度跳变对轧辊磨损的影响, 从而相应地提高轧制生产率、保证产品质量、节约生产成本等.

### 2.2 热轧计划 VRP 模型

热轧调度的对象是生产订单(板坯), 目标是在一个轧制调度过程中安排和排列大量生产订单到一个或多个轧制单元中, 从而最小化宽度、厚度、硬度和温度跳变引起的惩罚.

本文将轧制计划的编制问题归结为车辆路径问题. 设有  $N$  块板坯, 需要安排  $K$  个轧制单元, 那么

这  $N$  块板坯可以看作  $N$  个顾客,  $K$  个轧制单元可以看作  $K$  辆车辆, 各个轧制单元板坯之间的总惩罚作为运输成本. 本文增加一个公共虚拟板坯 0, 作为车辆路径问题的车库. 首先, 定义几个变量:

$$\begin{aligned}
 X_{ij}^k &= \begin{cases} 1, & \text{轧制单元 } k \text{ 内板坯 } j \text{ 紧跟在板坯 } i \text{ 后轧制;} \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \\
 y_i^k &= \begin{cases} 1, & \text{板坯 } i \text{ 属于第 } k \text{ 个轧制单元;} \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \\
 S_{ij}^k &= \begin{cases} 1, & \text{板坯 } j \text{ 和 } i \text{ 同属于轧制单元 } k \text{ 且} \\ & \text{板坯 } i \text{ 与板坯 } j \text{ 同宽度连续轧制;} \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$i, j = 0, 1, \dots, N, i \neq j, k = 1, 2, \dots, K.$

热轧调度问题的数学模型如下:

$$f_o = \min \sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N C_{ij}^k X_{ij}^k. \quad (1)$$

$$y_i^k = \begin{cases} K, & i = 0; \\ 1, & i = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (2)$$

$$X_{ij}^k = y_i^k, \quad i = 0, 1, \dots, N, k = 1, 2, \dots, K. \quad (3)$$

$$X_{ij}^k = y_j^k, \quad j = 0, 1, \dots, N, k = 1, 2, \dots, K. \quad (4)$$

$$S_{ij}^k y_j^k L_j \leq Q, \quad i = 1, 2, \dots, N, k = 1, \dots, K. \quad (5)$$

$$D \geq \sum_{i=1}^N y_i^k L_i \geq G, k = 1, 2, \dots, K. \quad (6)$$

$$X_{ij}^k, y_i^k, S_{ij}^k \in \{0, 1\}, \quad i, j = 0, \dots, N, k = 1, 2, \dots, K. \quad (7)$$

其中:  $C_{ij} = P_{ij}^w + P_{ij}^s + P_{ij}^h + P_{ij}^t$ ,  $C_{ij}$  为板坯  $i$  到板坯  $j$  的惩罚值,  $P_{ij}^w$ ,  $P_{ij}^s$ ,  $P_{ij}^h$  和  $P_{ij}^t$  分别为宽度、厚度、硬度和温度跳变引起的惩罚; 当  $i = 0, j = 1, 2, \dots, N$  时,  $C_{ij} = 0$ , 当  $j = 0, i = 1, 2, \dots, N$  时,  $C_{ij} = 0$ ;  $N$  为板坯数, 0 为虚拟板坯,  $K$  为轧制单元数;  $L_i$  为第  $i$  个板坯的长度;  $Q$  为连续轧制同宽度板坯的长度限制;  $D$  为每个轧制单元轧制板坯总长的下限;  $G$  为每个轧制单元轧制板坯总长的上限.

目标函数(1) 最小化板坯间宽度、厚度、硬度和温度跳变引起的惩罚; 板坯(2) ~ (4) 保证每块板坯被轧制且只能在一个轧制单元中轧制, 虚拟板坯 0 属于每个轧制单元; 约束(5) 为连续轧制同宽度板

坯的长度约束;约束(6)为每个轧制单元总长度约束;约束(7)保证变量仅取整数0或1.

### 3 求解热轧调度问题的方法

轧制调度问题是一个带有多种约束的车辆路径问题,为一个组合优化问题,是NP难题.对于解决这种问题,启发式算法是一种较好的选择.

本文利用离散人工免疫算法来安排板坯到相应的轧制单元,利用模拟退火算法来调节每个轧制单元中板坯的轧制顺序.

#### 3.1 离散人工免疫算法

近年来,人工免疫系统及其应用逐渐成为智能信息系统的热点,这种算法是模拟生物免疫系统功能而发展起来的一种新的智能方法.本文通过引入人工免疫算子发展了一种离散的人工免疫算法.

##### 3.1.1 人工免疫算子

在一个抗体群中,把所有抗体按亲和力降序排列,抗体群为  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_M\}$ . 其中,  $f(A_i) > f(A_{i+1}), i = 1, 2, \dots, M - 1, f(\cdot)$  是亲和力函数.

**定义1(克隆选择算子)** 在抗体群中,首先按照亲和度的降序排列所有个体;然后根据亲和度的比例复制每个个体.本文一个抗体的克隆数量通过下式来获得:

$$q_i = \text{round}\left(Mf(A_i) / \sum_{j=1}^M f(A_j)\right), \\ i = 1, 2, \dots, M. \quad (8)$$

其中:  $f(A_i)$  是第  $i$  个抗体的亲和力,  $M$  是抗体群中抗体的数量.

**定义2(变异算子)** 对于一个抗体,基于某一变异概率  $p_m$ ,随机选择一个或多个点并将这些点抽出;然后插入抗体随机的某个位置,形成新的抗体.

例如抗体  $b = [4\ 6\ 5\ 7\ 9\ 2\ 3\ 1\ 8]$ ,选择带下划线的位置作为变异操作的对象.首先从抗体  $b$  中抽出带下划线的位置,得到不完整抗体  $b = [4\ 6\ 7\ 9\ 2\ 3\ 1\ 8]$ ;然后把这个数插入一个随机的位置.设随机位置为6,经过变异操作后的新抗体  $b_{\text{new}} = [4\ 6\ 7\ 9\ 2\ 5\ 3\ 1\ 8]$ .

在变异操作中,抗体的变异率与其亲和力成反比关系.在本文中,抗体变异率通过下式获得:

$$p_m = \frac{f_{\max} - f(A_i)}{f_{\max} - f_{\min}}, i = 1, 2, \dots, M. \quad (9)$$

其中:  $f_{\max}$  为最大亲和力值,  $f_{\min}$  为最小亲和力值.

**定义3(逆转算子)** 对于某个抗体,基于某一逆转概率  $p_i$ ,随机选择两个位置;然后逆转这两个位置之间的所有数字.

例如,抗体  $b = [4\ 6\ 5\ 7\ 9\ 2\ 3\ 1\ 8]$ ,逆转两个下划线之间的数据,得到新的抗体  $b_{\text{new}} = [4\ 6\ 2\ 9\ 7\ 5\ 3\ 1\ 8]$ .

18].

**定义4(交换算子)** 对于一个抗体,基于某一交换概率  $p_e$ ,随机选择两个或多个位置;然后交换这些点.

例如,抗体  $b = [4\ 6\ 5\ 7\ 9\ 2\ 3\ 1\ 8]$ ,交换下划线位置,则新抗体为  $b_{\text{new}} = [4\ 6\ 2\ 7\ 9\ 5\ 3\ 1\ 8]$ .

**定义5(重新选择算子)** 首先按亲和力降序排列抗体,得到抗体群  $A$ ;然后从一个随机产生的规模为  $k$  的抗体群中选择亲和力最高的  $r$  个抗体代替抗体群  $A$  中亲和力最低的  $r$  个抗体(其中,  $r \ll k$ , 一般  $5\% < k/M < 20\%$ ).

通过这一操作,更新了抗体群,增强了抗体的多样性,实现了抗体之间的信息转换.

##### 3.1.2 离散人工免疫算法用于热轧调度问题

在问题解和抗体表示之间建立合适的映射关系是成功应用离散人工免疫算法到热轧调度问题的关键.假设有  $N$  块板坯,安排  $K$  个轧制单元.基于热轧调度计划的特点,采用自然数编码.根据VRP模型,  $K - 1$  个虚拟板坯  $N + 1, N + 2, \dots, N + K - 1$  被增加到轧制计划中,这  $K - 1$  个板坯负责分开不同的轧制单元.随机排列  $N + K - 1$  个彼此不同的自然数,一个抗体便形成了.这里列举一个简单的轧制调度的例子,将8块板坯安排到2个轧制单元中,9个自然数1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9的随机排列就构成一个轧制计划.如序列  $[4\ 6\ 5\ 7\ 9\ 2\ 3\ 1\ 8]$  表示下列轧制计划:在第1个轧制单元中,轧制过程为4 6 5 7;在第2个轧制单元中,轧制过程为2 3 1 8.其中9是虚拟板坯,负责分开两个轧制单元.

根据热轧调度的特点,一定要保证每块板坯被轧制而且只能在一个轧制单元中轧制,同时还要满足轧制总长度约束、连续轧制相同宽度的板坯的长度约束,以及其他一些硬约束条件.然而,离散人工免疫算法不能确保这些约束,所以,在执行人工免疫算法之后,需要检查和修正所得到的解.

根据轧制单元检查每个抗体,如果轧制总长超过约束,或者连续轧制相同宽度的板坯的总长超过约束,或者轧制的硬条件不能满足,那么这个解是不可行的,把这个解叫做不可行解.在本研究中,用亲和力函数来识别不可行解.

##### 3.1.3 亲和力函数

亲和力是对抗体的绩效评价.轧制调度问题的目标是最小化板坯之间由宽度、厚度、硬度和温度跳变引起的惩罚,而对每个抗体而言,亲和力越大,抗体的性能越好.所以选择下列等式作为亲和力函数:

$$f(A_m) =$$

$$P/\left(\prod_{k=1}^K \prod_{i=0}^N \prod_{j=0}^N C_{ij} X_{ij}^k + H \times \text{fea}_m\right). \quad (10)$$

其中

$$\text{fea}_m = \begin{cases} 0, & \text{如果解 } A_m \text{ 可行,} \\ 1, & \text{其他,} \end{cases}$$

$$m = 1, 2, \dots, M;$$

$P$  是一个正数,根据具体问题来选定,用它避免亲和度过小; $M$  是抗体群规模; $H$  是不可行解的惩罚加权且  $H \gg \prod_{k=1}^K \prod_{i=0}^N \prod_{j=0}^N C_{ij} X_{ij}^k$ .

### 3.2 模拟退火算法

模拟退火是一种解决组合优化问题的启发式算法.它是一种增强版的局部搜索算法,通过重复对一个初始解进行局部改进,并以一定的概率接受稍差解来避免陷入局部最优,从而得到较好的解<sup>[6]</sup>.

在模拟退火算法中,从一个初始解  $s$  开始,在  $s$  的邻居内产生一个新解  $s'$ ,此时目标函数将发生改变  $\Delta = f_o(s') - f_o(s)$ .对于最小化问题,如果  $\Delta < 0$ , $s'$  被接受,如果  $\Delta \geq 0$ ,新解以概率  $\exp(-\Delta/t)$  被接受,其中  $t$  是温度.算法通常从一个较高的温度开始,然后逐渐降低,用  $t_n = t_{n-1}$  来确定温度是较好的选择.在每一温度,要进行一定数量的迭代循环,当终止条件( $t < t_f$ ) 满足时,算法结束.

在用模拟退火算法安排每个轧制单元板坯的轧制顺序过程中,邻域解的选择规则影响着轧制调度解的性能.经过反复试验,在算法中,采用“随机对交换”法则来获得邻域解,即随机选择一个位置,然后交换与其相邻元素的位置.每次用“随机对交换”法则对一个抗体的同一轧制单元的板坯进行操作后,计算新解的亲和度.如果亲和度提高了,那么接受新解;否则,将以概率  $\exp(-\Delta/t)$  接受新解.

### 3.3 混合离散人工免疫算法

在编制热轧计划的过程中,通过组合离散人工免疫算法和模拟退火算法得到一种新的算法——混合离散人工免疫算法.这种算法利用离散人工免疫算法的各种算子,拥有较强的全局搜索能力.然而,作为一种随机搜索算法,离散人工免疫算法不能保证最终收敛到全局最优解;模拟退火算法利用一定的概率避免陷入局部最优.混合方法充分利用了两种算法各自的优点.算法流程如下:

Step1: 确定参数:

设定抗体规模,最大循环代数,  $p_i$  和  $p_e$ ; 通过实验确定  $t_0, t_f, R$  的值;令当前代数  $G = 1$ .

Step2: 计划安排:

根据轧制特点初始化抗体群.

判断解的可行性,计算每个抗体的亲和度.

记录最好的抗体及其亲和度.

当前代数未达到设定的最大代数或精度未满足时

{按亲和度降序排列所有抗体.

执行克隆选择操作.

分别根据  $p_i$  和  $p_e$  执行交换操作和逆转操作.

分别执行变异操作和重新选择操作.

检验解的可行性并计算每个抗体的亲和度.

记录最好的抗体及亲和度.

对于最好的抗体的每个轧制单元执行 SA 子过程.

更新最好的抗体及亲和度.

$G = G + 1$ ;}

Step3: 输出优化结果:

模拟退火子过程 (对于最好抗体的每个轧制单元) 如下:

{  $t_n = t_0$ ;

当前温度  $t_n > t_f$  时

{  $r = 1$ ;

当  $r < R$  时

{通过“随机对交换”法则来产生  $s$  的邻居解  $s'$ ;

计算  $s'$  的目标值,计算  $\Delta = f_o(s') - f_o(s)$ ;

如果  $\Delta < 0$ , 接受  $s'$ ;

否则, 如果  $\text{rand} < \exp(-\Delta/t_n)$ , 接受  $s'$ ;

更新当前为止发现的最优解;

$r = r + 1$ ;}

$t_n = t_{n-1}$ ;}

}

## 4 仿真结果和分析

为了验证所提出算法的性能,文中选择了各种不同规模的算例<sup>[7]</sup>进行仿真研究,并与文献 [8] 提出和提到的算法进行比较.

混合离散人工免疫算法参数为:  $p_i$  为 0.9,  $p_e$  为 0.9,最大代数、种群规模以及  $t_0, t_f, R$  根据具体问题和试验设定.表 1 为各种算例的计算结果.

表 1 计算实例的结果比较

Instances	N	K	ACO	Tabu	DAIC	HDAIC	BKS
A-n32-k5	31	5	784	784	784	784	784
A-n54-k7	53	7	1 167	1 167	1 167	1 167	1 167
A-n80-k10	79	10	1 780	1 772	1 776	1 769	1 763
B-n78-k10	77	10	1 246	1 239	1 249	1 230	1 221
M-n101-k10	100	10	856	843	846	828	820

系统测试平台为 1.8 GHz Pentium (R) 4 处理器,256 MB 内存,Microsoft Windows XP Professional, Matlab 6.5. 每种算法被随机运行 10



次记录结果.表1中, $N$ 是客户数, $K$ 是车辆数,BKS表示迄今为止已知最优解;ACO表示蚁群算法运行10次的最优解;Tabu表示禁忌搜索算法运行10次的最优解;DAIC表示离散人工免疫算法运行10次的最优解;HDAIC表示混合离散人工免疫算法运行10次的最优解.

由表1可以看出,HDAIC算法所得解非常接近已知最优解,而且均优于DAIC,说明模拟退火在混合算法中发挥了重要作用.同时,HDAIC所得结果大多超过其他算法.由此可见,混合离散人工免疫算法对于求解车辆路径问题是可行而有效的.

对于所提算法对轧制计划问题的可行性和有效性,也进行了大量的仿真实验.仿真实验的数据来自某钢厂的实际生产数据,宽度、厚度、硬度和温度跳变惩罚表也来自该钢厂.选取两组数据,每组数据运行5次.参数选择如下:抗体规模为100,最大代数400, $p_i$ 和 $p_e$ 设为0.8, $t_0, t_f, R$ 根据每组数据规模通过实验来确定.

因为每组板坯的数量较大,不能一一列举每个轧制计划,所以仅将第1组5次试验中最好结果的目标函数随迭代次数的变化曲线以及每组数据的平均结果和最好结果显示于图1和表2中.

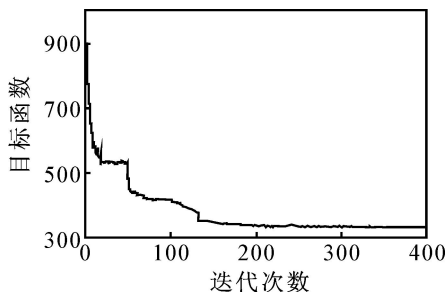


图1 目标函数随迭代次数变化

表2 轧制调度结果

板坯数	轧制单元数	人工调度	HDAIC 算法	
			平均结果	最好结果
69	1	398.4	386.5	331.25
208	3	1 346.5	1 298.5	1 129.5

由图1可以看出,随着迭代次数的增加,优化效果越来越好,但运行时间也相应增加,实际的迭代次数应该根据具体的生产情况来决定.

从表2可以清晰地看到,由HDAIC算法调度引起的总惩罚远小于由人工调度引起的惩罚.运行时间也是评价一种算法性能必不可少的因素,用

HDAIC通常所需时间少于40 min,而人工调度通常需要几个小时.由此可见,HDAIC算法对于轧制调度问题是可行而有效的.

## 5 结 论

本文研究了热轧调度问题,其中,车辆调度模型考虑了热轧调度中的各种约束,能够清晰地描述这个问题.HDAIC算法把组批和排序结合起来,用离散人工免疫和模拟退火相结合的混合算法来求解问题.这种算法虽然不能保证取得全局最优解,但是解的精度远远优于人工调度的结果,同时,计算速度得到提高.在调度过程中,HDAIC算法表现出良好的求解性能和广阔的应用前景.

## 参考文献(References)

- [1] Sato S, Yamaoka T, Aoki Y, et al. Development of integrated production scheduling system for iron and steel works[J]. Int J of Production Research, 1977, 15(11): 539-552.
- [2] Redwine C N, Wismer D A. A mixed integer programming model for scheduling order in steel mill[J]. J of Optimization Theory and Applications, 1974, 14(3): 305-318.
- [3] Wright J R, Houck M H, Archibald L L. The application of system engineering to hot mill production scheduling [R]. India: Bethlehem Steel Corporation, 1984.
- [4] Kosiba E D, Wright J R, Cobbs A E. Discrete event sequencing as a traveling salesman problem [J]. Computers in Industry, 1992, 19(3): 317-327.
- [5] Tang L X, Liu J Y, Rong A Y, et al. A multiple traveling salesman problem model for hot rolling scheduling in Shanghai Baoshan iron and steel complex [J]. European J of Operational Research, 2000, 124(2): 267-282.
- [6] Xia W J, Wu Z M. An effective hybrid optimization approach for multi-objective flexible job shop scheduling problems [J]. Computers and Industrial Engineering, 2005, 48(2): 409-425.
- [7] Ted R. Brand cut and price resource web [DB/OL]. <http://www.branchdcut.org/VRP/data/>, 2006-02-01.
- [8] Mazzeo S, Loiseau I. An ant colony algorithm for the capacitated vehicle routing [J]. Electronic Notes in Discrete Mathematics, 2004, 18(1): 181-186.