

文章编号: 1001-0920(2007)07-0774-04

## 平面倒立摆自适应滑模模糊控制

段学超, 仇原鹰, 段宝岩

(西安电子科技大学 机电工程学院, 西安 710071)

**摘要:** 采用拉格朗日方程建立平面倒立摆的动力学模型, 并将其在平衡位置进行线性化, 得到了系统在  $X$  和  $Y$  两个正交控制方向解耦的近似模型. 针对每一个控制方向上由互相耦合的基座小车定位子系统和摆杆镇定子系统组成的欠驱动系统, 设计了自适应滑模模糊控制器, 实现了基座小车沿圆周行走条件下摆杆的运动平衡控制. 行走实验验证了所提出控制算法的有效性.

**关键词:** 平面倒立摆; 解耦; 欠驱动系统; 自适应滑模; 模糊控制

**中图分类号:** TH15; TP273      **文献标识码:** A

## Adaptive sliding mode fuzzy control of planar inverted pendulum

DUAN Xuechao, QIU Yuanying, DUAN Baoyan

(School of Electromechanical Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China. Correspondent: DUAN Xuechao, E-mail: xchduan@xidian.edu.cn)

**Abstract:** A dynamical model of the planar inverted pendulum is developed by using Lagrange equations. By the linearization of the model at its equilibrium yields, the decoupled linear systems of the inverted pendulum in two perpendicular control directions are obtained. Both of the two systems consist of two coupled subsystems including positioning subsystem of the base cart and balancing system of the pole. For each direction, the adaptive sliding mode fuzzy control approach is developed. Finally, the circular motion of the base cart is implemented and the pole is kept balance. A motion experiment shows the effectiveness of the adaptive sliding mode fuzzy control strategy.

**Key words:** Planar inverted pendulum; Decoupling; Underactuated system; Adaptive sliding mode; Fuzzy control

### 1 引言

倒立摆是一类典型的不稳定、非线性、高阶次、欠驱动耦合系统. 对倒立摆的控制涉及到控制科学中处理复杂对象的关键技术, 因而倒立摆已成为公认的自动控制理论的典型实验设备<sup>[1,2]</sup>. 按照基座的运动形式分类, 倒立摆主要有直线型、旋转型(环形)和平面型 3 大类. 目前, 直线型倒立摆以结构相对简单、形象直观、构件参数易于改变和价格低廉等优点, 已广泛应用于教学实验. 虽然旋转型倒立摆的基座运动形式与直线倒立摆有所差异, 但二者相同之处是基座仅有一个自由度, 从而人们借鉴较为成熟的直线倒立摆的研究经验, 产生了大量的理论成果<sup>[3]</sup>.

平面倒立摆是上述 3 类倒立摆系统中最为复杂的一类, 这是因为平面倒立摆的基座可以在平面内自由运动, 具有 2 个自由度. 平面倒立摆不仅在基座

平面内的 2 个正交控制方向存在耦合作用, 而且在每个控制方向上的摆杆镇定和小车定位也存在耦合. 另外, 平面倒立摆的摆杆可以沿平面内的任一轴线转动, 而角度的测量仅采用 2 个一维旋转编码器代替二维测量设备, 所以其控制难度大大增加. 平面倒立摆更加突出的非线性、耦合性、多变量特点, 使其控制的实现更具挑战性.

本文以固高 GPIIP2002 型平面倒立摆为研究对象, 采用拉格朗日方程建立了平面倒立摆的数学模型. 将其在平衡位置进行线性化, 得到了 2 个在  $X$  和  $Y$  方向解耦、各具有 2 个二阶子系统的 4 阶欠驱动系统. 针对  $X$  方向的每一个子系统设计了滑模面, 根据滑模面斜率和各系统控制对系统动态性能的影响, 分别采用模糊推理, 根据系统状态实时调整滑模面的斜率和各子系统在系统控制中的作用, 从而构成自适应滑模模糊控制器, 并用于平面倒立摆

收稿日期: 2006-03-10; 修回日期: 2006-06-27.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(10433020); 教育部留学回国人员实验室基金项目(030401).

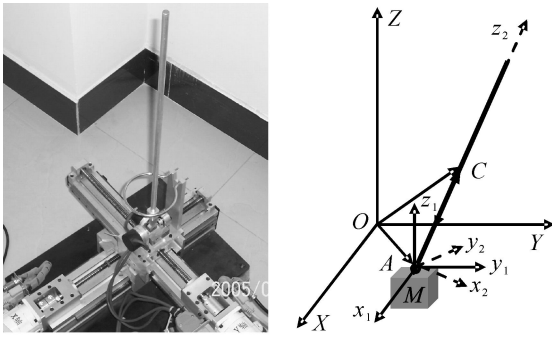
作者简介: 段学超(1981—), 男, 河南泌阳人, 助教, 博士生, 从事并联机器人、机电一体化的研究; 仇原鹰(1958—), 男, 河北定州人, 教授, 博士, 从事 CAE/CAM 和智能机器人技术的研究.

的实物控制,实现了平面倒立摆的圆周行走。

## 2 平面倒立摆的动力学模型

### 2.1 系统描述

平面倒立摆系统的机械结构(见图 1(a))由  $X$  和  $Y$  方向导轨、基座小车、摆杆以及连接摆杆与小车的虎克铰构成。与虎克铰同轴装置的 2 个旋转编码器用来测量摆杆分别绕  $X$  和  $Y$  轴所转过的角度。



(a) 平面倒立摆实物照片 (b) 所建立的坐标系

图 1 平面倒立摆实物和建模示意图

用来驱动平面倒立摆基座小车的伺服电机有位置、速度和力矩 3 种控制模式。在实际过程中,由于小车与导轨之间的黏滞阻力以及小车的质量难以精确测量或时变等因素,很难在位置控制和力矩控制模式下设计控制器。因此,平面倒立摆的驱动电机采用速度控制模式,由伺服电机保证小车在一定的时间段内以恒定的加速度向一个很大的速度目标值加速,而施加到基座小车上的力则由电机的底层控制算法进行解算。

### 2.2 平面倒立摆的动力学模型

如图 1(b) 所示,首先建立全局坐标系  $OXYZ$ ,并选取虎克铰的转动中心为基点  $A$ ,建立以  $A$  为原点、平行于  $OXYZ$  的局部坐标系  $Ax_1y_1z_1$  和以  $A$  为原点、 $z_2$  轴沿摆杆轴线方向的局部坐标系  $Ax_2y_2z_2$ 。将平面倒立摆抽象成小车和匀质摆杆组成的系统。 $M$  为基座小车、关节虎克铰和编码器的总质量; $m$  为摆杆的质量; $l$  表示虎克铰中心  $A$  到摆杆质心  $C$  的距离; $\alpha_x, \alpha_y$  为摆杆绕  $X$  和  $Y$  轴的转角; $\ddot{x}, \ddot{y}$  表示小车沿  $X$  和  $Y$  轴方向的加速度。

基点  $A$  在全局坐标系  $OXYZ$  中的位置矢量为  $r_A = [x, y, 0]^T$ ,摆杆质心  $C$  在  $Ax_2y_2z_2$  中的位置矢量为  $r_C = [0, 0, l]^T$ 。故小车的动能  $T_M$ ,摆杆随质心  $C$  平动的动能  $T_m$  和摆杆绕质心  $C$  转动的动能  $T_m$  分别为<sup>[5]</sup>

$$T_M = \frac{1}{2} M \dot{r}_A^T \dot{r}_A, \quad T_m = \frac{1}{2} m \dot{r}_C^T \dot{r}_C,$$

$$T_m = \frac{1}{2} J_{x_2} \dot{\alpha}_x^2 + \frac{1}{2} J_{y_2} \dot{\alpha}_y^2.$$

式中: $r_C$  为质心  $C$  在全局坐标系  $OXYZ$  中的位置矢

量; $J_{x_2} = J_{y_2} = \frac{m}{12} (2l)^2 = \frac{1}{3} ml^2$  为摆杆绕质心的中心主转动惯量; $\dot{\alpha}_x = \dot{\alpha}_{x_2}$  和  $\dot{\alpha}_y = \dot{\alpha}_{y_2}$  分别为摆杆角速度在  $x_2$  轴、 $y_2$  轴上的投影, $c$  和  $s$  分别表示  $\cos$  和  $\sin$  (下同)。从而,系统的总动能为

$$T = T_M + T_m + T_m.$$

选取  $XOY$  平面为零势能面,则小车势能为零,摆杆的势能即为系统总势能

$$V = V_m = mglc_{\alpha_x \alpha_y}.$$

在本系统中,因为在广义坐标  $x, y$  上均无非有势广义外力作用,所以有以下等式成立:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} = 0, \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial L}{\partial y} = 0. \quad (1)$$

式中  $L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - V(q)$  为拉格朗日算子。为了保证摆角与小车位移方向的一致性,令  $\alpha_x = -\alpha_y, \alpha_y = \alpha_x$ 。展开式(1)并整理,得到如下关于  $x, y$  的方程组:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= f_1 = \\ &(-3\ddot{\alpha}_x c_{\alpha_x} c_{\alpha_y} + 6l \dot{\alpha}_x \dot{\alpha}_y s_{\alpha_x} c_{\alpha_y} - \\ &l \dot{\alpha}_y^2 s_{\alpha_x} c_{\alpha_x} + 3gs_{\alpha_x} c_{\alpha_y}) / (c^2_{\alpha_y} + 3)l, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y} &= f_2 = \\ &(3\ddot{\alpha}_x s_{\alpha_x} s_{\alpha_y} - 3\ddot{\alpha}_y c_{\alpha_y} + 2l \dot{\alpha}_x \dot{\alpha}_y s_{\alpha_x} c_{\alpha_y} + \\ &3l \dot{\alpha}_x s_{\alpha_y} c_{\alpha_y} + 3gs_{\alpha_y} c_{\alpha_x}) / (c^2_{\alpha_x} + 3)l. \end{aligned} \quad (3)$$

### 2.3 平面倒立摆动力学模型的线性化解耦

取摆杆平衡位置时各变量的初值为零,记

$$X_0 = (x, \dot{x}, \ddot{x}, \alpha_x, y, \dot{y}, \ddot{y}, \alpha_y, \ddot{x}, \ddot{y})^T = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T. \quad (4)$$

将式(2)和(3)在平衡位置进行泰勒级数展开,并线性化,得到  $\ddot{x}, \ddot{y}$  在  $X, Y$  方向解耦的表达式

$$\ddot{x} = \frac{3g}{4l} x - \frac{3}{4l} \ddot{\alpha}_x, \quad \ddot{y} = \frac{3g}{4l} y - \frac{3}{4l} \ddot{\alpha}_y. \quad (5)$$

选取状态变量为  $x_1 = x, x_2 = \dot{x}, x_3 = \ddot{x}, x_4 = \ddot{\alpha}_x, y_1 = y, y_2 = \dot{y}, y_3 = \ddot{y}, y_4 = \ddot{\alpha}_y$ , 则平面倒立摆的动力学模型为:

$$\begin{aligned} X \text{ 方向} \\ \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = u_x, \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = f_x(X) + b_x(X)u_x; \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} Y \text{ 方向} \\ \begin{cases} \dot{y}_1 = y_2, \dot{y}_2 = u_y, \dot{y}_3 = y_4, \\ \dot{y}_4 = f_y(Y) + b_y(Y)u_y. \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

式中: $f_x(X), f_y(Y), b_x(X), b_y(Y)$  为连续的线性函数; $u_x, u_y$  分别为  $X, Y$  方向控制量输入(即电机通过丝杠施加到小车上的加速度量)。式(5)~(7)表明,平面倒立摆的线性化动力学模型由结构相同的  $X, Y$  方向的动力学方程构成。通过线性化,两方向的耦合动力学模型解耦,因此在  $X, Y$  方向倒立摆可采用

同样的控制算法。

### 3 滑模模糊控制

智能控制和变结构控制均可用于解决非线性问题,因此二者可以很好地结合起来,形成智能变结构控制,有效地克服传统变结构控制理论的缺陷,同时保持其鲁棒性强的优点,能够更好地解决复杂非线性系统的控制问题<sup>[4-7]</sup>。滑模模糊控制是典型的智能变结构控制方法,它在滑模控制系统的趋近阶段通过模糊逻辑调节控制作用来补偿未建模动力学的影响,使系统轨迹既能快速趋近滑动面,又能降低抖振,从而提高控制系统的品质<sup>[6-8]</sup>。

考虑具有以下标准形式的二阶系统:

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = f(X) + b(X)u. \quad (8)$$

其中:  $X = [x_1, x_2]^T$  为状态矢量,  $f(X)$  和  $b(X)$  为连续的线性或非线性函数,  $u$  为控制量。滑模函数定义为<sup>[7,8]</sup>

$$s = x_2 + x_1. \quad (9)$$

为了使系统状态接近于滑模面,设计如下的模糊推理来得到控制量,使得当系统状态位于滑模面的两侧时控制量符号相反,且大小与系统状态和滑模面的矢量距离成正比。

$$R_i: \text{If } s \text{ is } F_i, \text{ Then } u \text{ is } U_i. \quad (10)$$

其中:  $F_i, U_i$  分别为  $s, u$  在第  $i$  条规则中的模糊集。

### 4 平面倒立摆的自适应滑模模糊控制

针对式(6)所描述的具有2个子系统的4阶欠驱动倒立摆系统,控制目标是确定有界的控制律  $u$  使得系统各状态量有界的前提下,  $x_i$  快速跟踪参考输入量  $x_{di}$ 。对于倒立摆系统,有

$$\ddot{x}_{di} = 0, \quad i = 2, 3, 4. \quad (11)$$

将系统(6)分解为小车定位子系统

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = u_x, \quad (12)$$

和摆杆镇定子系统

$$\dot{x}_3 = x_4, \quad \dot{x}_4 = f_x(X) + b_x(X)u_x. \quad (13)$$

显然2个子系统是通过控制量  $u_x$  耦合的。因此,为了实现2个子系统的解耦,定义如下2个滑模函数:

$$s_1 = x_2 + x_1, \quad s_2 = x_4 + x_3, \quad (14)$$

式中  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  为正实数。

研究表明<sup>[4,5]</sup>,控制系统的动态性能对滑模函数的斜率非常敏感。当取值过大时,系统上升时间会变小,但同时超调量和调节时间会增大。反之,当取值过小时,减小了超调量和调节时间,但上升时间会变大。从追求良好的控制性能方面考虑,需要设计一个自适应控制律来实时调整滑模函数的斜率。

文献[7,8]采用模糊推理方法对滑模面的斜率进行实时调整。为了更便于实时控制,本文根据状

态跟踪误差的绝对值对  $s_k$  进行线性调整,即对第  $k$  个子系统

$$k = \frac{b_k}{|s_k|} + B_k / |x_{2k-1} - x_{d2k-1}|, \quad k = 1, 2. \quad (15)$$

其中:  $b_k$  为  $s_k$  的基本值,  $B_k$  为  $s_k$  的调节斜率。当小车位置跟踪误差的绝对值或摆角的绝对值较大时,由式(15)将得到一个较大的输出值  $k$ ,使相对应的滑模函数( $s_1$  或  $s_2$ )的斜率增大,从而使系统的状态快速进入滑动模态,进而回到平衡点。

根据以上2个子系统的滑模函数( $s_1$  和  $s_2$ ),进一步定义合成滑模函数如下:

$$s = s_1 + s_2 = \alpha_1 x_2 + \alpha_2 x_4 + x_1 + x_3, \quad (16)$$

式中  $\alpha_1, \alpha_2$  为实数。调整系数  $\alpha_1$  可以调节小车定位子系统和摆杆平衡子系统在滑模函数中的影响作用。减小  $\alpha_1$  即加强了小车定位子系统的作用;而增大  $\alpha_2$  则加强了摆杆平衡子系统的作用。合成滑模函数的斜率设为

$$k = \frac{b}{|s|} + B, \quad (17)$$

其中:  $b$  为  $s$  的基值,  $B$  为  $s$  的调整斜率,  $\alpha$  为调整变量。通过下列 Mamdani 型模糊推理确定  $k$  值:

$$R_j: \text{If } |s| \text{ is } F_j^1, \text{ Then } k \text{ is } j. \quad (18)$$

其中:  $R_j$  为第  $j$  条规则(共  $n$  条),  $F_j^1$  为输入变量  $|s|$  的模糊集,  $j$  为输出变量  $k$  的一个模糊集。同样,采用重心法进行输出变量的去模糊化,即

$$k = \frac{\sum_{j=1}^n \mu_{F_j^1}(|s|) \times j}{\sum_{j=1}^n \mu_{F_j^1}(|s|)}, \quad (19)$$

其中  $\mu_{F_j^1}(|s|)$  为由第  $j$  条规则得出的  $s$  的隶属度函数值。因此,若摆杆平衡子系统远离其滑模面  $s_2 = 0$ ,将得到一个较大的  $k$  值。在这种情况下,摆杆平衡子系统在合成滑模函数中占主要作用,相应的控制作用将使得摆杆平衡子系统的状态变小。同时,由于摆杆平衡子系统状态变小,合成滑模函数的斜率  $k$  的值也会变小,其结果是在组合滑模函数中定位子系统优先于摆杆平衡子系统,小车可以运动到其目标位置。

对于  $X$  方向的倒立摆系统,组合滑模函数  $s$  作为滑模模糊控制的输入量。为了确定最后的控制量(小车的加速度),设计如下模糊推理规则:

$$R_k: \text{If } s \text{ is } F_k, \text{ Then } u_x \text{ is } U^k. \quad (20)$$

其中:  $R_k$  为第  $k$  条规则(共  $p$  条),  $F_k$  为  $s$  的模糊集,  $U^k$  为输出变量  $u_x$  的模糊集。输出量的去模糊化仍然采用重心法实现。

$$u_x = \frac{\sum_{k=1}^p \mu_{F_k}(s) \times U^k}{\sum_{k=1}^p \mu_{F_k}(s)}. \quad (21)$$

式中:  $\mu_{F_k}(s)$  为第  $k$  条规则得出的  $s$  的隶属度函

数值,  $u_x$  为自适应滑模模糊控制的输出值。

文献[7]已证明,在参数选择合适的情况下,采用自适应滑模模糊控制的欠冗余系统是渐进稳定的.针对平面一级倒立摆系统的自适应模糊滑模控制框图如图 2 所示,控制器的参数依据平面倒立摆已有的线性二次最优控制经验初步选取,如表 1 所示.模糊调节器 1 的输入变量  $s_2$  分为零、正小、正中、正大 4 个模糊集,各模糊集均选取均匀分布的全交迭、对称隶属度函数.模糊调节器 2 根据合成滑模函数  $s$  的值推理出倒立摆系统的控制量,其输入变量  $s$  分为负大、负小、零、正小、正大 5 个模糊集.为了实现控制量的饱和限制,正大、负大选为梯形隶属度函数,其余选取三角形隶属度函数.

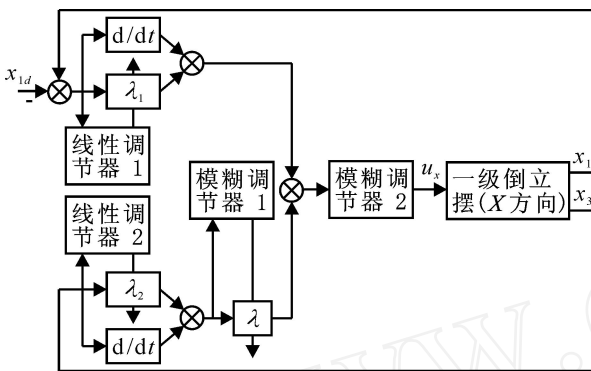


图 2 自适应滑模模糊控制框图

表 1 自适应滑模模糊控制器适应度算法参数

$\hat{\rho}$	$B_1$	$\hat{\rho}$	$B_2$	$B$	
1.20	0.14	4.80	0.20	0.54	0.76

### 5 实验结果

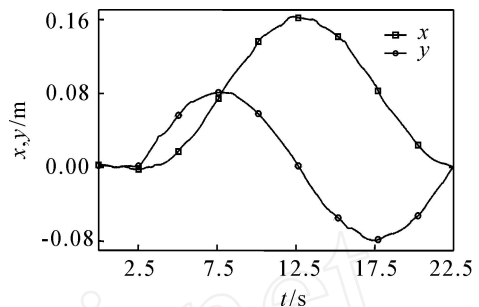
由式(6)和(7)可知,平面倒立摆在平衡点附近进行线性化后,  $X$  和  $Y$  方向解耦,并具有相同的动力学模型.所以,  $X$  方向采用的控制算法同样适用于  $Y$  方向.

为了实现高速实时控制,平面倒立摆的控制程序是在 DOS 环境下采用 BORLAND C++ 语言编写并运行的,其中 5 ms 的采样周期和控制周期通过计算机的定时器中断实现.控制算法中的模糊调节器采用查表法进行模糊推理,自适应滑模模糊控制算法用 C++ 代码实现.

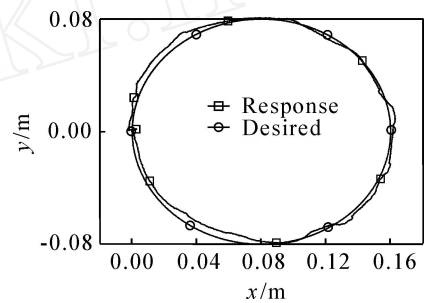
平面倒立摆不具备自动起摆的条件,需手动将摆杆竖起到平衡位置附近,待实时控制模块启动,对平面倒立摆的基座小车施加控制作用后放开摆杆,摆杆便在计算机控制系统的作用下保持平衡.

本实验规划使平面倒立摆的基座小车在 20 s 内行走一个圆心在点 (8, 0) cm,半径为 8 cm 的目标圆周,以验证控制算法的有效性.平面倒立摆基座小车进行圆周行走的轨迹如图 3 所示.从图 3 可以看

出,平面倒立摆  $X$  方向的位置响应跟踪余弦曲线的效果要优于  $Y$  方向,这是由于  $X$  导轨固定在钢板底座上,而  $Y$  导轨在  $X$  导轨上滑动,  $Y$  导轨与  $X$  导轨之间存在着一定的机械间隙,且  $X$  和  $Y$  方向的结构并不完全对称.对于  $X$  和  $Y$  方向的位置跟踪曲线而言,在曲率半径小的区间段小车的向心加速度增大,所以位置跟踪效果较差.在  $XY$  二维平面上,因为必须通过基座小车的运动来镇定摆杆,从而导致了倒立摆基座小车的圆周行走轨迹并不能与目标轨迹完全吻合.



(a) 小车位置随时间变化曲线



(b) 小车位置在 XY 平面内的相平面图

图 3 平面倒立摆圆周行走实验结果

### 6 结 论

采用拉格朗日方程建立了平面倒立摆的动力学模型.为了实现平面倒立摆的高品质控制性能,设计了自适应滑模模糊控制器,实现了平面倒立摆的圆周行走,主要结论如下:

- 1) 平面倒立摆在平衡位置附近可近似为  $X$  和  $Y$  两个正交方向的直线型倒立摆,从而可以在 2 个方向分别设计控制器进行控制.
- 2) 自适应滑模控制器将滑模控制与模糊控制有机地结合起来,并通过自适应调整滑模函数的斜率来保证控制系统的动态性能.系统的控制量通过模糊推理给出,从而削弱了控制器对倒立摆线性化模型的依赖性.该方法既降低了控制器的设计难度,又保证了良好的控制品质.
- 3) 平面倒立摆基座小车的圆周行走实验验证了自适应滑模模糊控制策略在由多个子系统互相耦合的欠驱动系统控制中的有效性.

(下转第 782 页)

SVM 模型是专门针对小样本情况的,其目标是得到现有信息下的最优解而不仅仅是样本数趋于无穷大时的最优值,得到的是全局最优点,解决了神经网络无法避免的局部极值问题.LSSVM 则对 SVM 进行改进,用二次损失函数取代 SVM 中的不敏感损失函数,将不等式约束条件变为等式约束,将二次规划问题转变为线性方程组的求解,用最小二乘法实现了 SVM 算法,简化了计算的复杂性,核函数参数的动态选取进一步提高了诊断的正确率。

### 参考文献(References)

- [1] Vapnik V, Golowich S, Smola A. Support vector method for function approximation, regression estimation and signal processing[J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 1996, 9(2): 281-287.
- [2] Chen S, Samangan A K, Hanzo L. Support vector machine multiuser receiver for DS-CDMA signals in multipath channels [J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2001, 12(3): 604-611.
- [3] Sebald D J, Bucklew J A. Support vector machine techniques for nonlinear equalization[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2000, 48(11): 3217-3226.
- [4] Melgani F, Bruzzone L. Classification of hyperspectral remote sensing images with support vector machines[J]. IEEE Trans on Geoscience Remote Sensing, 2004, 42(8): 1778-1790.
- [5] Suykens J A K, Vandewalle J. Least squares support vector machine classifiers [J]. Neural Processing Letters, 1999, 9(3): 293-300.
- [6] Lukas L, Suykens J A K, Vandewalle J. Least squares support vector machines classifiers: A multi two-spiral benchmark problem[C]. Proc of the Indonesian Student Scientific Meeting. Manchester, 2001: 289-292.
- [7] Suykens J A K, Lukas L, Vandewalle J. Sparse least squares support vector machine classifiers[C]. Proc of the European Symposium on Artificial Neural Networks. Bruges, 2000: 37-42.
- [8] 虞和济, 陈长征, 张省, 等. 基于神经网络的智能诊断[M]. 北京: 冶金工业出版社, 2002.  
(Yu He-ji, Chen Chang-zheng, Zhang Xing, et al. Intelligent diagnosis based on neural networks [M]. Beijing: Metallurgy Industry Press, 2002.)
- [9] 叶志锋, 孙健国. 基于概率神经网络的发动机故障诊断[J]. 航空学报, 2002, 23(2): 155-157.  
(Ye Zhi-feng, Sun Jian-guo. Probabilistic neural networks based engine fault diagnosis [J]. Aviation Transaction, 2002, 23(2): 155-157.)
- [10] 李冬辉, 刘浩. 基于概率神经网络的故障诊断及应用[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(7): 997-999.  
(Li Dong-hui, Liu Hao. Method and application of fault diagnosis based on probabilistic neural network [J]. Systems Engineering and Electronics, 2004, 26(7): 997-999.)
- [11] Hsu C W, Lin C J. A comparison of methods for multiclass support vector support vector machines[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2002, 13(2): 415-425.

(上接第 777 页)

### 参考文献(References)

- [1] Shozo M, Nishihara H, Furuta K. Control of unstable mechanical system: Control of pendulum [J]. J of Control, 1976, 23(5): 673-692.
- [2] Awtar S, King N, Allen T. Inverted pendulum systems: Rotary and arm-driven — A mechatronic system design case study[J]. Mechatronics, 2002, 12(3): 357-370.
- [3] 王永, 孙颖娥, 周烽. 多级旋转式倒立摆的建模与分析[J]. 电机与控制学报, 2004, 8(3): 258-263.  
(Wang Yong, Sun Ying-e, Zhou Feng. Modeling and analysis of the multiple rotational inverted pendulum [J]. Electric Machines and Control, 2004, 8(3): 258-263.)
- [4] Passino M, Yurkovich S. Fuzzy control[M]. Beijing: Tsinghua University, 2001.
- [5] Young K D, Utkin V I, Ozguner U. A control engineer's guide to sliding mode control [J]. IEEE Trans on Control System Technology, 1999, 7(3): 328-342.
- [6] Huang S J, Lin W C. Adaptive fuzzy controller with sliding surface for vehicle suspension control[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2003, 11(4): 550-559.
- [7] Liu D T, Yi J Q, Zhao D B, et al. Adaptive sliding mode fuzzy control for a two-dimensional overhead crane [J]. Mechatronics, 2005, 15(5): 505-522.
- [8] Lin Chih-min, Mon Yr-jen. Decoupling control by hierarchical fuzzy sliding-mode controller [J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2005, 13(4): 593-598.