文章编号: 1001-0920(2007)07-0805-03

随机需求随机补货间隔零售商补货控制策略研究

张 川, 潘德惠
(东北大学 工商管理学院, 沈阳 110004)

摘 要: 研究分销系统中零售商的补货控制策略. 分销系统中各零售商可独立决定自己的补到水平. 零售商需求率是随机变量,服从某一泊松分布;分销中心循环为各零售商送货,送货间隔是随机变量. 认为所有未满足的需求销售机会都丢失,零售商既要支付库存持有费用,又要支付缺货损失费用. 给出了收益数学期望值函数,求出了送货间隔是均匀分布随机变量时使收益数学期望值最大化的零售商补到水平控制策略.

关键词: 随机补货间隔; 随机需求率; 泊松分布; 均匀分布; 补到水平控制策略; 连锁营销
中图分类号: F202; F253 **文献标识码**: A

Research on replenishment control tactics for retailer with random demand and random replenishment interval

ZHANG Chuan, PAN De-hui
(School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: ZHANG Chuan, E-mail: zhangchuan_neu@sina.com)

Abstract: The replenishment control tactics of retailer in regional distribution system are studied. In the distribution system, each retailer can decide its replenish-up-to level on their own. The demand rate of the retailer is random variable and submits to Poisson distribution. The distribution center sends goods to the retailers and the interval is random variable. The whole unmet demand is lost. The retailers must pay the inventory holding cost and the cost of lost-sales when OOS happens. The function of the profit expected is given. The replenish-up-to level control tactics of retailer are given to make the expected profit greatest when replenishment interval is uniform distribution.

Key words: Random replenishment interval; Random demand rate; Poisson distribution; Uniform distribution; Replenish-up-to level control tactics; Chain sale

1 引 言

连锁经营是全球零售业新的发展趋势,自 20 世纪 90 年代初引入我国以来,一直处于快速发展状态,已成为我国商业领域最具特色的经营方式. 零售店是分销系统中直接连接最终消费者,实现商品价值的最后环节. 零售商的补货策略直接影响其利润收益,是一个重要的决策问题.

文献[1]研究了物流网络,考虑物流中心布局与配送作业成本之间的关系,以物流总费用最小为目标,建立了一个双层规划模型,并用遗传算法得到了该模型的一个近似最优解. 文献[2]研究了分布库存销售问题,讨论了分销系统的优化设计. 文献[3,4]研究了多阶段分销系统的库存控制问题. 文献[5]在研究多阶段分销系统时,将库存控制与运输路线选择相适合. 文献[6-8]在随机需求环境下,对"一对多"的分销系统(一个仓库、N 个同质零售商组成的分销系统)进行了研究,其研究重点放在下游零售商的补给策略(交叉订货策略[6,7]、联合补充策略[8])的确定上. 文献[9]重点研究了分销系统中的中心仓库的库存分配策略. 文献[10]就生产、库存和定价的结合问题进行了探讨.

本文针对分销中心以服从某一分布的时间间隔为零售商送货的情况,在零售商的最终顾客需求率服从某一泊松分布的条件下,构建了每一送货周期收益的数学期望公式,并对送货间隔为均匀分布这种特殊情况,在收益最大化的标准下,求出了最优补到水平. 每次当送货到达时,零售商只需按最优补到水平补足库存.

收稿日期: 2006-05-09; 修回日期: 2006-09-28.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60274099,60574013); 教育部博士点基金项目(20020145007).
作者简介: 张川(1971—),男,辽宁本溪人,博士后,从事物流、供应链、金融工程的研究; 潘德惠(1928—),男,沈阳人,教授,博士生导师,从事物流、供应链、经济控制论等研究.

2 零售商补到水平优化模型

模型的有关假定和符号:

1) 补货时间间隔是连续型随机变量,服从某一分布;

2) 零售商需求率是离散型随机变量,服从参数为 λ 的泊松分布;

3) 空缺期的销售机会全部丢失,丢失销售机会有收益损失;

4) 每次补到水平都达到同样的初始状态,分销中心有足够的送货能力.

S 为每次补货达到的水平,是决策变量;

z 为补货间隔,是服从某一分布的随机变量;

$f(z)$ 为 z 的概率密度函数;

r 为最终顾客需求率,是服从参数为 λ 的泊松分布的随机变量;

$g(r)$ 为 r 的分布律;

t_S 为补到水平 S 耗尽到零时的时间的平均值,$t_S = S/E(r)$;

h 为单位时间单位商品的库存持有成本;

l 为单位商品的销售机会丢失费用;

p 为单位商品的最终销售价格;

w 为零售商支付给供应商的单位商品的成本价格;

I 为每周期总库存量的数学期望;

L 为每周期丢失的销售机会的数学期望;

Q 为每周期补货量的数学期望值;

$R(t_S)$ 为每周期收益的数学期望值.

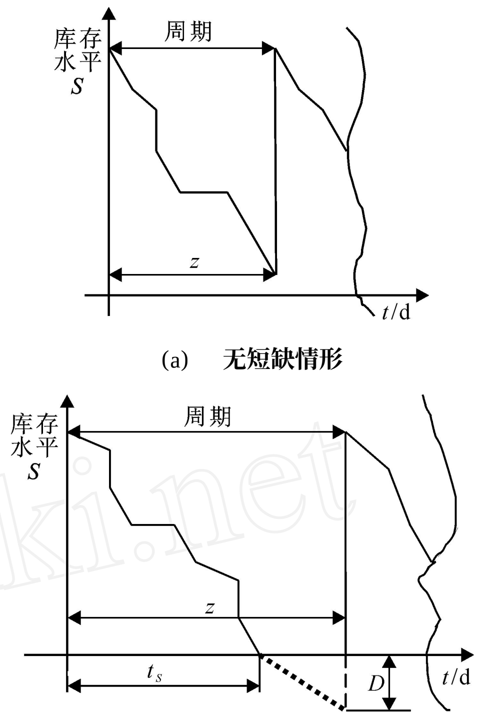
本节阐述零售商每周期收益的数学期望公式.因为假定每个周期的随机补货时间间隔是连续型随机变量,且使每次补到水平达到存贮系统同样的初始状态,因此使每个周期的收益最大化等同于使无限的许多循环周期收益最大化.假定补货时间间隔是随机变量,且补货达到水平为 S,两种情况可能发生,如图 1 所示.在无短缺情形,补货时间间隔小于完全耗尽库存的时间 t_S,没有短缺;在有短缺情形,补货时间间隔超过了完全耗尽库存的时间 t_S,短缺发生.

下面讨论表示收益函数期望值的 3 个组成部分:

1) 一个周期中零售商销售量(即补货量)的数学期望值

$$Q = \int_{z_{\min}}^{t_S} E(r) z f(z) \mathrm{d}z + \int_{t_S}^{z_{\max}} E(r) t_S f(z) \mathrm{d}z. \tag{1}$$

式中的第 1 项相当于无短缺情形中售出的总商品量的数学期望值,第 2 项相当于有短缺情形中售出的总商品量的数学期望值.



(a) 无短缺情形

(b) 有短缺情形(D 为一个周期中未能满足的需求)

图 1 存贮周期的描绘

2) 一个周期中丢失的销售机会(即未满足的需求量)的数学期望值

$$L = \int_{t_S}^{z_{\max}} E(r)(z - t_S) f(z) \mathrm{d}z. \tag{2}$$

只有在有短缺情形中才出现短缺,有销售机会丢失.

3) 一个周期中总的库存量的数学期望值

$$I = \int_{z_{\min}}^{t_S} \Big[\int_0^z E(r)(t_S - t)\mathrm{d}t\Big] f(z)\mathrm{d}z + \int_{t_S}^{z_{\max}} \Big[\int_0^{t_S} E(r)(t_S - t)\mathrm{d}t\Big] f(z)\mathrm{d}z. \tag{3}$$

式中的第 1 项相当于无短缺情形中总库存量的数学期望值,第 2 项相当于有短缺情形中总库存量的数学期望值.

4) 优化模型.利用式(1) ～ (3) 能写出每个周期的收益的数学期望值.作为补到水平 S(或补到水平耗尽到 0 的时间的数学期望值 t_S) 的一个函数,表示如下:

$$R(t_S) = (p - w) Q - hI - lL. \tag{4}$$

本文的目标就是确定 t_S,使 $R(t_S)$ 达到最大.其中随机变量 r 的分布律为

$$P\{r = k\} = \frac{\lambda^k \mathrm{e}^{-\lambda}}{k!},\ k = 0, 1, \cdots, \tag{5}$$

式中 $\lambda > 0$ 为常数;

$$E(r) = \lambda. \tag{6}$$

最优化模型为 $\max\limits_{t_S} R(t_S)$, s.t. $0 < t_S \le z_{\max}$.

3 零售商补货间隔为均匀分布情形

当补货间隔 z 这一随机变量服从区间 $[Z_{\min}$,

z_{max}] 上的均匀分布时，有

$$f(z)=\begin{cases}\dfrac{1}{z_{max}-z_{min}}, & z\in[z_{min},z_{max}];\\ 0, & \text{其他}.\end{cases} \tag{7}$$

一个周期中零售商销售量(即补货量)的数学期望值为

$$Q=\int_{z_{min}}^{t_S}\lambda z\frac{1}{z_{max}-z_{min}}dz+\int_{t_S}^{z_{max}}\lambda t_S\frac{1}{z_{max}-z_{min}}dz=\frac{\lambda}{z_{max}-z_{min}}\left[t_S z_{max}-\frac{t_S^2+z_{min}^2}{2}\right]. \tag{8}$$

一个周期中丢失的销售机会(即未满足的需求量)的数学期望值为

$$L=\int_{t_S}^{z_{max}}\lambda(z-t_S)\frac{1}{z_{max}-z_{min}}dz=\frac{\lambda}{z_{max}-z_{min}}\cdot\frac{(z_{max}-t_S)^2}{2}. \tag{9}$$

一个周期中总的库存量的数学期望值为

$$I=\int_{z_{min}}^{t_S}\lambda\left(t_S z-\frac{z^2}{2}\right)\frac{1}{z_{max}-z_{min}}dz+\int_{t_S}^{z_{max}}\lambda\left(t_S^2-\frac{t_S^2}{2}\right)\frac{1}{z_{max}-z_{min}}dz=\frac{\lambda}{z_{max}-z_{min}}\left[t_S\frac{t_S^2-z_{min}^2}{2}-\frac{t_S^3-z_{min}^3}{6}\right]+\frac{\lambda t_S^2(z_{max}-t_S)}{2(z_{max}-z_{min})}=\frac{\lambda}{z_{max}-z_{min}}\left[\frac{t_S(z_{max}t_S-z_{min}^2)}{2}-\frac{t_S^3-z_{min}^3}{6}\right]. \tag{10}$$

一个周期中零售商利润的数学期望公式为

$$R(t_S)=(p-w)Q-hI-lL=\frac{\lambda}{z_{max}-z_{min}}\cdot(p-w)\left[t_S z_{max}-\frac{t_S^2+z_{min}^2}{2}\right]-\frac{\lambda}{z_{max}-z_{min}}\cdot h\left[\frac{t_S(t_S z_{max}-z_{min}^2)}{2}-\frac{t_S^3-z_{min}^3}{6}\right]-\frac{\lambda}{z_{max}-z_{min}}\cdot l\frac{(z_{max}-t_S)^2}{2}. \tag{11}$$

4 零售商最优补货策略

用求导取优法求最优值 t_S^*. 对各种情形首先求出 $R(t_S)$ 的一阶导数和二阶导数，当 $R''(t_S)<0$ 时，$R'(t_S)=0$ 的解即为最优解 t_S^*.

对于补货间隔为均匀分布的情形，化简可得表达式如下:

$$R'(t_S)=\frac{(p-w)\lambda+l\lambda}{z_{max}-z_{min}}(z_{max}-t_S)-\frac{h\lambda}{z_{max}-z_{min}}\left(t_S z_{max}-\frac{t_S^2+z_{min}^2}{2}\right), \tag{12}$$

$$R''(t_S)=\frac{(p-w)\lambda+l\lambda}{z_{max}-z_{min}}(-1)-\frac{h\lambda}{z_{max}-z_{min}}(z_{max}-t_S). \tag{13}$$

对于 $t_S\in(0,z_{max})$，$R''(t_S)<0$ 恒成立. 此时令 $R'(t_S)=0$，则得到使 $R(t_S)$ 取得最大值的 t_S^*，即有

$$\frac{h\lambda}{2(z_{max}-z_{min})}t_S^{*2}-\frac{(p-w)\lambda+l\lambda+h\lambda z_{max}}{z_{max}-z_{min}}t_S^*+\frac{h\lambda z_{min}^2+2(p-w+l)\lambda z_{max}}{2(z_{max}-z_{min})}=0,$$

即

$$ht_S^{*2}-2(p-w+l+hz_{max})t_S^*+[hz_{min}^2+2(p-w+l)z_{max}]=0. \tag{14}$$

解式(14) 得

$$t_S^*=\frac{(p-w+l+hz_{max})\pm\sqrt{\Delta}}{h},$$

$$\Delta=(p-w+l)+h^2(z_{max}^2-z_{min}^2). \tag{15}$$

因为

$$t_S^*=\frac{(p-w+l+hz_{max})+\sqrt{\Delta}}{h}>z_{max},$$

所以它不是最优解，应舍去. 最优解为

$$t_S^*=\frac{(p-w+l+hz_{max})-\sqrt{\Delta}}{h},$$

$$\Delta=(p-w+l)+h^2(z_{max}^2-z_{min}^2). \tag{16}$$

最优补到水平为

$$S=t_S^*E(r)=\lambda t_S^*. \tag{17}$$

当每周期配送中心送货到达时，零售商只需按最优补到水平补足库存.

5 结 语

本文研究了由一个分销中心与多个零售商组成的地区分销系统. 零售商的需求是随机变量，服从泊松分布;零售商的补货间隔由分销中心的送货周期决定，两次送货时间间隔是服从某一分布的随机变量. 零售商可以决定自己的补到水平，但不能准确确定补货时刻. 零售商的所有未满足的需求销售机会皆丢失;零售商对库存商品需要支付库存持有费用，对缺货又要承担缺货损失费用. 在上述情况下，本文给出了一般的补到水平优化模型;然后就零售商的补货间隔为均匀分布情形，经取优求出了使收益期望值最大化的补到水平控制策略.

设置不同的外部经济环境，考虑不同的库存投入成本，是构建库存模型的基本方法. 本文构建的补货模型贴近连锁营销的实际，对连锁经营零售商的补货策略具有较强的参考意义. 进一步的研究将涉及多个配送中心的联合决策:选址问题、物品调运、配送策略、运输路径优化与成本优化等问题.

(下转第 812 页)

源规划和管理中较为常用. 文中提出的多目标混合整数规划模型,其特征是其基于供水可靠性最大、供水破坏恢复能力最强以及单一时段破坏深度最小等目标,同时可考虑城市供水和农业供水的优先权. 实例分析过程以及计算结果表明,运用多目标决策理论中的协调规划法,通过评价任一目标点与理想点的欧氏距离,获得多目标问题的最佳权衡解,对解决该类需要考虑供水优先权的干旱期水库运行策略优化问题较为有效.

参考文献(References)

[1] 钱正英,张光斗. 中国可持续发展水资源战略研究综合报告及各专题报告[M]. 北京: 中国水利电力出版社, 2001.
(Qian Zheng-ying, Zhang Guang-dou. Integrated report on China sustainable water resources development strategy [M]. Beijing: China Water Power Press, 2001.)

[2] 水利部南京水文水资源研究所, 中国水利水电科学研究院水资源研究所. 21 世纪中国水供求[M]. 北京: 中国水利电力出版社, 1999.
(Nanjing Institute of Hydrology and Water Resources (NIHR), China Institute of Hydraulic and Water Resources(IWHR). China water supply and demand in 21 century [M]. Beijing: China Water Power Press, 1999.)

[3] Hashimoto T, Stedinger J R, Loucks D P. Reliability, resilience and vulnerability criteria for water resources system performance evaluation [J]. Water Resoures Research, 1982, 18(1): 489-498.

[4] Loucks D P, Stedinger J R, Haith D A. Water resources systems planning and analysis [M]. New Jersey: Prentice-hall, 1981.

[5] 冯尚友. 水资源系统工程[M]. 武汉:湖北科学技术出版社, 1991.
(Feng Shang-you. Water resources system engineering [M]. Wuhan: Hubei Science and Technology Press, 1991.)

[6] 钱颂迪. 运筹学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1990.
(Qian Song-di. Operation research [M]. Beijing: Tsinghua University Press,1990.)

[7] Shih J S, ReVelle C S. Water supply operations during drought: Continuous hedging rule [J]. J Water Resources Planning and Management, 1994, 120: 613-629.

(上接第 807 页)

参考文献(References)

[1] 李尔涛, 唐寿飞, 胡思继. 一个物流网络的双层规划模型[J]. 系统工程学报, 2004,19(1): 8-13.
(Li Er-tao, Tang Shou-fei, Hu Si-ji. Bilevel programming model for logistics network [J]. J of Systems Engineering, 2004, 19(1): 8-13.)

[2] 赵晓煜, 汪定伟. 供应链中二级分销网络的优化设计模型[J]. 管理科学学报, 2001, 4(4): 22-26.
(Zhao Xiao-yu, Wang Ding-wei. Optimization model for bilevel distribution network design in supply chain management[J]. J of Management Sciences in China, 2001, 4(4): 22-26.)

[3] Ganeshan R. Managing supply chain inventories: A multiple retailer, one warehouse, multiple supplier model[J]. Int J Production Economics, 1999, 59(1-3): 341-354.

[4] Matthieu C, Van der Heijiden. Multi-echelon inventory control in divergent systems with shipping frequencies [J]. European J of Operational Research, 1999, 116 (2): 331-351.

[5] Chan L M A, Simchi-levi D. Probabilistic analysis and algorithms for three-level distribution systems [J]. Management Science, 1998, 44(1): 1562-1576.

[6] Chen F, Samroengraja R. A staggered ordering policy for one-warehouse, multi-retailer systems[J]. Operation Research, 2000, 48(2): 281-293.

[7] Graves S C. A multi-echelon inventory model with fixed replenishment intervals[J]. Management Science, 1996, 42(1): 1-18.

[8] Axsater S, Zhang W. A joint replenishment policy for muti-echelon inventory control [J]. Int J Production Economics, 1999, 59(1-3): 243-250.

[9] McGavin E J, Schwarz L B, Wand J E. Two-interval inventory-allocation policies in a one-warehouse, *N*-identical-retailer distribution systems [J]. Management Science, 1993, 39(9): 1092-1107.

[10] Jorgensen S, Kort P M, Zaccour G. Production, inventory and pricing under cost and demand learning effects[J]. European J of Operational Research, 1999, 117(2): 392-395.