第 22 卷 第 7 期　　　　控 制 与 决 策　　　　2007 年 7 月
Vol. 22 No. 7　　　　Control and Decision　　　　July 2007

文章编号: 1001-0920(2007)07-0813-04

不确定多时滞系统的自适应控制

侯晓丽, 胥布工
(华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广州 510640)

摘　要:研究一类不满足匹配条件的不确定多时滞系统的自适应控制. 基于时滞系统的一个新的稳定性定理,得到了时滞依赖充分性条件,并设计了自适应控制律,使得闭环系统以指定衰减度指数稳定. 仿真算例验证了所提出控制策略的有效性.

关键词: 不确定性; 多时滞; 自适应控制
中图分类号: TP13　　　**文献标识码**: A

Adaptive control of uncertain system with multiple delays

HOU Xiao-li, XU Bu-gong
(College of Automatic Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China. Correspondent: HOU Xiao-li, E-mail: wanghou688@163.com)

Abstract: Based on a new stability theorem of time delay systems, the problem of adaptive control for uncertain linear systems with multiple delays is studied. A delay-dependent sufficient condition is obtained. An adaptive controller is developed, which guarantees the state variables of the closed loop system to converge exponentially to the equilibrium. A simulation example shows the effectiveness of the approach.

Key words: Uncertainty; Multiple delays; Adaptive control

1 引　　言

对于带有时滞状态扰动的系统,一般都假定已知时滞状态扰动向量模的上界,但在实际控制问题中,时滞状态扰动界不可能精确已知. 因此,对于不确定界的信息未知或部分已知的一类不确定时滞系统,人们往往引入自适应控制策略来估计这些未知的界. 对于时滞系统自适应控制的研究有两种方法:一种是模型参考自适应控制,另一种是自校正控制. 1986 年 Ichikawa 首次将模型参考自适应控制应用于有一个输入时滞的单输入单输出系统,后来文献[1,2]对其结果进行了改进. 而 Tao 则于 1992 年给出了多输入多输出时滞系统的模型参考自适应控制问题的完全解. 自校正控制需对参数进行实时辨识,并用估计参数代替真实参数设计控制器. 例如,当不确定性满足匹配条件时,可设计自适应控制律,在线估计不确定性的界而不是不确定性本身. Mahmoud[3] 首次将它应用于单时滞系统,利用 Razumikhim 定理设计了自适应控制器,但没有给出判别条件,这便严重影响了其结果的应用. 文献[4]对其定理中的条件进行了改进,控制器的设计通过解一个 Riccati 方程和一个矩阵不等式得到. 不足之处在于 Riccati 方程和矩阵不等式中的一些参量是预先给定的,这便影响了该问题的可行性,使得这一方法不能推广到更为一般的时滞系统. 而对于多时滞系统的自适应控制,相关的研究不是很多. 文献[5]考虑了状态反馈自适应镇定控制器的设计问题,文献[6]考虑了所导致的闭环系统全局一致指数收敛到平衡点的一球域的自适应控制器设计问题,但他们都要求系统的不确定性满足匹配条件.

在上述文献的基础上,本文对不确定多时滞系统的自适应控制进行了研究. 所得判据是基于时滞系统的一个新的指数稳定性定理;结论是时滞相关的,对常时滞或时变时滞也成立,且对时滞的导数没有任何限制;不要求不确定性满足匹配条件,只要求不确定性是有界的,且其界不是精确已知的;所设计的控制器可保证闭环系统指数收敛到平衡点,而不

收稿日期: 2006-04-18; 修回日期: 2006-09-11.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60474047); 国家自然科学基金重点项目(60334010); 高等学校博士学科点专项基金项目(20030561013).
作者简介: 侯晓丽(1973 —),女,河南邓州人,博士生,从事不确定系统的鲁棒控制与变结构控制的研究; 胥布工(1956 —),男,江苏盐城人,教授,博士生导师,从事时滞系统和不确定系统的分析与综合等研究.

是平衡点的一个邻域.

2　问题描述及准备知识

考虑系统

$$\dot{x}(t) = (A_0 + \Delta A_0(t))x(t) + \sum_{i=1}^{m}(A_i + \Delta A_i(t))x(t-\tau_i(t)) + Bu + g(x,t). \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$ 分别为系统的状态和控制输入; $A_i(i = 0,1,\cdots,m)$ 和 B 为已知的常矩阵; $\Delta A_i(i = 0,1,\cdots,m)$ 为未知函数矩阵,表示系统状态参数不确定性; $g(x,t)$ 表示非线性的外部扰动; $0 < \tau_i(t) < \tau_i$, $\tau_i(i = 1,2,\cdots,m)$ 为已知的正实数; $h = \max\{\tau_1,\tau_2,\cdots,\tau_m\}$, $C([-h,0],R^n)$ 表示将区间 $[-h,0]$ 映射到 R^n 的连续向量函数构成的 Banach 空间. 定义系统的初始函数为 $x(\theta) = \phi(\theta)$, $\theta \in [-h,0]$, $\phi \in C([-h,0],R^n)$.

假定系统(1) 的右边是足够光滑的,以保证解对任意初值的存在唯一性.

假定 1　不确定性是有界的,即存在正数 $\delta_i(i = 0,1,\cdots,m)$ 及 δ_g 使得

$$\|\Delta A_i\| \leq \delta_i,\ i = 0,1,\cdots,m,$$
$$\|g(x,t)\| \leq \delta_g \|x(t)\|.$$

δ_g 是已知的,但 $\delta_i(i = 0,1,\cdots,m)$ 不是精确已知的.

假定 2　输入矩阵 B 满足 BB^T 非奇异.

假定 3　$\|A_i\| \leq 1,\ i = 1,2,\cdots,m.$

引理 1　对于任意向量 $x,y \in R^n$ 及任意正定矩阵 M,如下不等式成立:

$$2x^T y \leq x^T M x + y^T M^{-1} y.$$

引理 2　对于任意向量 $a \in R^{n_a}$, $b \in R^{n_b}$ 及矩阵 $N \in R^{n_a \times n_b}$, $X \in R^{n_a \times n_a}$, $Y \in R^{n_a \times n_b}$, $Z \in R^{n_b \times n_b}$,如下不等式成立:

$$-2a^T N b \leq \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} X & Y-N \\ * & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}.$$

其中: $\begin{bmatrix} X & Y \\ * & Z \end{bmatrix} \geq 0$, * 表示对称矩阵块.

3　主要结果

定理 1　考虑不确定多时滞系统(1),在假定 1 ～假定 3 成立的情况下,若存在正定矩阵 P,正数 $\varepsilon_i(i = 1,2,\cdots,m)$ 使得下述不等式成立:

$$\begin{bmatrix} M & PA_1 & \cdots & PA_m \\ A_1^T P & -\varepsilon_1 e^{\alpha\tau_1} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ A_m^T P & 0 & \cdots & -\varepsilon_m e^{\alpha\tau_m} \end{bmatrix} < 0, \quad (2)$$

$$M = PA_0 + A_0^T P + \sum_{i=1}^{m}\varepsilon_i e^{\alpha\tau_i} + 2\alpha P.$$

则自适应控制器

$$u(t) = -(\rho + \hat\gamma(t))B^T(BB^T)^{-1}x(t) - \frac{1}{2}\xi B^T(BB^T)^{-1}Px(t) - \frac{1}{2}\delta_g\xi^{-1}B^T(BB^T)^{-1}P^{-1}x(t),$$

$$\dot{\hat\gamma} = -\bar\alpha\tilde\gamma(t) + \frac{1}{\lambda}x^T P x,$$

可使得所导致的闭环系统以指定衰减度 α 指数收敛到平衡点. 其中 $\rho > 0$, $\lambda > 0$, $\bar\alpha > \alpha$ 是设计参数,且

$$\gamma = -\rho + \left\{(\beta_0^{-1}\delta_0 + \beta_0) + \sum_{i=1}^{m}(\beta_i^{-1}\delta_i + \beta_i e^{2\alpha\tau_i})\right\},$$

其中 $\beta_i(i = 0,1,\cdots,m)$ 是可选择的正数.

证明　设 $z(t) = [x^T(t)\ \ \tilde\gamma^T(t)]^T$, $\tilde\gamma = \hat\gamma - \gamma$, 令 $V(z(t)) = x^T P x + \lambda\tilde\gamma^2(t)$, 则

$$\dot V(z(t)) = 2x^T(t)PA_0x(t) + 2\sum_{i=1}^{m}x^T(t)PA_ix(t-\tau_i) + 2x^T(t)P\Delta A_0x(t) + 2\sum_{i=1}^{m}x^T(t)P\Delta A_ix(t-\tau_i) + 2x^T PBu(t) + 2x^T Pg(x,t) + 2\lambda\tilde\gamma\dot{\hat\gamma}(t).$$

根据文献[7]中的分析技术及文献[8]中的定理 1,在 $x_t \in S(L_t(\theta))$ 这一瞬时时刻 t,有如下公式成立:

$$\begin{cases} V(y_s(0_k)) = V(y_s(0)) = V(x_s(0)), \\ y_s(-\tau_k(s)) = \\ y_0(0_k)\,|\cos(\xi_k\tau_k(s))|\,e^{\alpha\tau_k(s)} = \\ y_s(0_k)\,|\cos(\omega_k\tau_{kM})|\,e^{\alpha\tau_{kM}}, \\ V(y_s(-\tau_k(s))) = \\ V(y_s(0))\cos^2(\xi_k\tau_k(s))e^{2\alpha\tau_k(s)} = \\ V(y_s(0))\cos^2(\omega_k\tau_{kM})e^{2\alpha\tau_{kM}}. \end{cases}$$

其相应关系如图 1 所示. 图中: A 点表示初始时刻的状态 $x_{t_0}(0)$, C 点表示当 $x_t \in S(L_t(\theta))$ 这一瞬时时刻 t 的状态 $x_t(0)$, B 点表示相对于时刻 t 滞后 $\tau_i(t)$ 时的状态 $x_t(-\tau(t))$, D 点表示与 C 处在同一椭球上且与坐标原点及点 B 处在同一直线上的与 B 同方向的向量函数 $y_t(0_k)$. 因此,当 $x_t \in S(L_t(\theta))$ 时,有

$$2x_t^T(0)PA_0x_t(0) + \sum_{i=1}^{m}2x_t^T(0)PA_kx_t(-\tau_i(t)) =$$

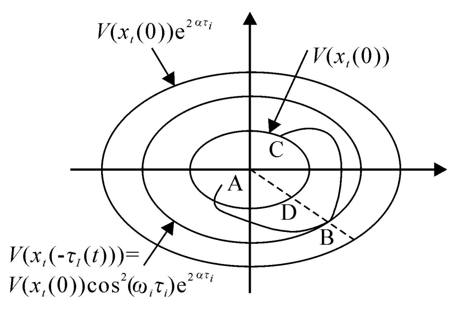

图 1　瞬时关系图

$$2x_t^{\mathrm{T}}(0)PA_0x_t(0)+$$
$$\sum_{i=1}^{m}2\mathrm{e}^{\alpha\tau_i(t)}\left|\cos(\xi_i\tau_i(t))\right|x_t^{\mathrm{T}}(0)PA_iy_t(0_k)\le$$
$$x_t^{\mathrm{T}}(0)(PA_0+A_0^{\mathrm{T}}P)x_t(0)+$$
$$\sum_{i=1}^{m}\mathrm{e}^{\alpha\tau_i}\left|x_t^{\mathrm{T}}(0)(PA_i\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_i\tau_i}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_i\tau_i}A_i^{\mathrm{T}}P)x_t(0)\right|\le$$
$$\max_{y^{\mathrm{T}}Py=V(x_s(0))}\Big\{y^{\mathrm{T}}\Big(PA_0+A_0^{\mathrm{T}}P+\Big[\sum_{i=1}^{m}\pm\mathrm{e}^{\alpha\tau_i}(PA_i+A_i^{\mathrm{T}}P)\Big]_l\Big)y\Big\},\ y\in R^n,$$

其中 l 表示 2^m 种情况. 若不等式(2)成立,则由

$$PA_0+A_0^{\mathrm{T}}P+\sum_{i=1}^{m}\pm\mathrm{e}^{\alpha\tau_i}(PA_i+A_i^{\mathrm{T}}P)\le$$
$$PA_0+A_0^{\mathrm{T}}P+\sum_{i=1}^{m}(\varepsilon_i\mathrm{e}^{\alpha\tau_i}+\varepsilon_i^{-1}PA_iA_i^{\mathrm{T}}P)\le$$
$$-2\alpha P,$$

可得

$$\dot{V}(z(t))\le$$
$$-2\alpha x^{\mathrm{T}}(t)Px(t)+2x^{\mathrm{T}}(t)P\Delta A_0x(t)+$$
$$2\sum_{i=1}^{m}x^{\mathrm{T}}(t)P\Delta A_ix(t-\tau_i)+$$
$$2x^{\mathrm{T}}PBu(t)+2x^{\mathrm{T}}Pg(x,t)+2\lambda\tilde{\gamma}\dot{\gamma}(t).$$

利用引理2,令 $X=\beta_0^{-1}\delta_0P^{-1}$, $Y=\Delta A_0$, $Z=\beta_0P$,可得

$$2x^{\mathrm{T}}P\Delta A_0x\le(\beta_0^{-1}\delta_0+\beta_0)x^{\mathrm{T}}Px.$$

同理可得

$$2x^{\mathrm{T}}(t)P\Delta A_ix(t-\tau_i(t))\le$$
$$(\beta_i^{-1}\delta_i+\beta_i\mathrm{e}^{2\alpha\tau_i})x^{\mathrm{T}}Px,\ i=1,2,\cdots,m.$$

其中 $\beta_i(i=0,1,\cdots,m)$ 为可以自由选择的正数. 又因为

$$2x^{\mathrm{T}}Pg(x,t)\le x^{\mathrm{T}}P\xi^{-1}Px+\delta_g\xi x^{\mathrm{T}}x,$$

将自适应控制律代入可得

$$\dot{V}(z(t))\le$$
$$-2\alpha x^{\mathrm{T}}Px+\Big\{(\beta_0^{-1}\delta_0+\beta_0)+$$
$$\sum_{i=1}^{m}(\beta_i^{-1}\delta_i+\beta_i\mathrm{e}^{2\alpha\tau_i})\Big\}x^{\mathrm{T}}Px+x^{\mathrm{T}}P\xi^{-1}Px+$$
$$\delta_g\xi x^{\mathrm{T}}x-2(\rho+\gamma(t))x^{\mathrm{T}}Px-x^{\mathrm{T}}P\xi^{-1}Px-$$
$$\delta_g\xi x^{\mathrm{T}}x+2\lambda\tilde{\gamma}\Big(-\alpha\tilde{\gamma}+\frac{1}{\lambda}x^{\mathrm{T}}Px\Big)\le$$
$$-2\alpha(x^{\mathrm{T}}Px+\lambda\tilde{\gamma}^2)=-2\alpha V(z(t)),$$

因此 $V(z(t))\le V(z(t_0))\mathrm{e}^{-2\alpha(t-t_0)}$.

又 $x^{\mathrm{T}}(t)Px(t)\le V(z(t))$,故可得

$$\|x(t)\|\le\sqrt{\frac{V(z(t_0))}{\mu_{\min}(P)}}\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0)}\le$$
$$\sqrt{\frac{\mu_{\max}(P)\|\phi\|_h^2+\lambda\tilde{\gamma}^2(t_0)}{\mu_{\min}(P)}}\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0)},$$

其中 $\|\phi\|_h=\max_{\theta\in[-h,0]}\{\|\phi(\theta)\|\}$.

当 $x_t\notin S(L_t(\theta))$ 时,根据文献[8]中的定理1,始终有 $V(x_t(0))\le L_t(0)$. 选取适当的参数 λ,使得

$$\|x(t)\|\le\sqrt{\frac{\Pi\bar{V}_{t_0}}{\mu_{\min}(P)}}\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0)}\le$$
$$\sqrt{\frac{\Pi\mu_{\max}(P)\|\phi\|_h^2}{\mu_{\min}(P)}}\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0)}\le$$
$$\sqrt{\frac{\mu_{\max}(P)\|\phi\|_h^2+\lambda\tilde{\gamma}^2(t_0)}{\mu_{\min}(P)}}\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0)},$$

对于 $\forall t\ge t_0$,总有

$$\|x(t)\|\le\sqrt{\frac{\mu_{\max}(P)\|\phi\|_h^2+\lambda\tilde{\gamma}(t_0)}{\mu_{\min}(P)}}\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0)}.$$

所以系统以指定衰减度 α 指数稳定. □

4　仿真算例

考虑下面的不确定时变时滞系统:

$$\dot{x}(t)=$$
$$(A_0+\Delta A_0(t))x(t)+(A_1+\Delta A_1(t))x(t-$$
$$\tau_1(t))+(A_2+\Delta A_2(t))x(t-$$
$$\tau_2(t))+Bu(t)+g(x,t).$$

其中

$$A_0=\begin{bmatrix}-2.6 & 0\\ -1.6 & -2\end{bmatrix},\ A_1=\begin{bmatrix}0.42 & -1\\ 0 & 0.42\end{bmatrix},$$
$$A_2=\begin{bmatrix}0.5 & 0\\ 0 & 0.5\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}0.5 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},$$
$$\|\Delta A_0(t)\|\le\delta_0,\ \|\Delta A_1(t)\|\le\delta_1,$$
$$\|\Delta A_2(t)\|\le\delta_2,\ \|g(x,t)\|\le0.9\|x\|,$$
$$\tau_1(t)\le0.5,\ \tau_2(t)\le1.$$

取 $\alpha=0.02$,解不等式(2),可得

$$P=\begin{bmatrix}35.8248 & -10.7545\\ -10.7545 & 23.4265\end{bmatrix},$$
$$\varepsilon_1=41.1191,\ \varepsilon_2=19.0512.$$

选取 $\delta_0=0.2$, $\delta_1=0.1$, $\delta_2=0.1$, $\beta_0=0.5$, $\beta_1=0.2$, $\beta_2=0.1$, $\xi=0.1$, $\lambda=10$, $\rho=3$,则自适应控制律为

$$u(t)=-(3+\gamma(t))\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}x(t)-$$
$$\begin{bmatrix}3.5825 & -1.0755\\ -0.5377 & 1.1713\end{bmatrix}x(t)-$$
$$\begin{bmatrix}0.2914 & 0.1338\\ 0.0669 & 0.2228\end{bmatrix}x(t),$$
$$\dot{\gamma}(t)=-0.05\tilde{\gamma}(t)+0.1x^{\mathrm{T}}Px.$$

设初始条件为 $x_1(\theta)=1$, $x_2(\theta)=-1$, $\theta\in[-1,0]$, $\tilde{\gamma}(0)=0$,采样时间取为0.01,则闭环系统的响应如图2～图5所示.

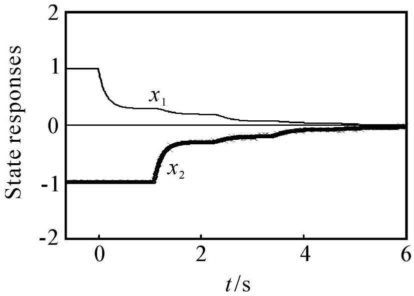

图 2　系统状态 x_1, x_2

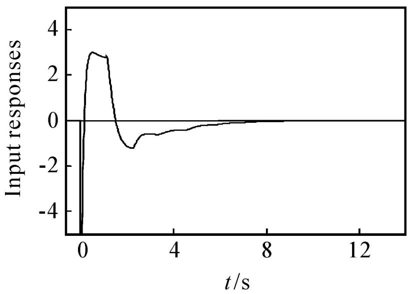

图 3　控制输入 u_1

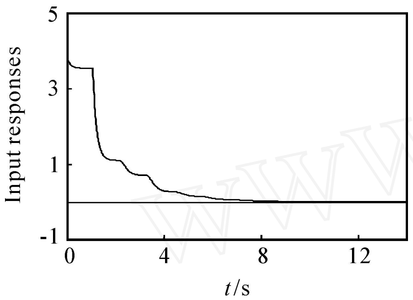

图 4　控制输入 u_2

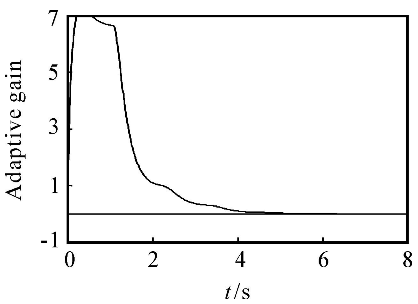

图 5　自适应增益 $\tilde{\gamma}$

5　结　论

本文将时滞系统一个新的稳定性定理应用到一类不确定多时滞系统的自适应控制,设计了自适应控制器,使得闭环系统指数稳定.所得判据是时滞相关的,且对时滞的导数没有任何限制,这便使得本文的结论可用于更为广泛的实际时滞系统.

参考文献(References)

[1] Lee C S, Leitmann G. Continuous feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain linear delay systems: An application to river pollution control [J]. Computers and Mathematics with Applications, 1988, 16(5): 929-938.

[2] Nihtila M T. Adaptive control of a continuous-time system with time-varying input delay[J]. Systems and Control Letters, 1989, 12(3): 357-364.

[3] Mahmoud M S. Adaptive control of a class of time-delay systems with uncertain parameters[J]. Int J of Control, 1996, 63(6): 937-950.

[4] Oucheriah S. Adaptive robust control of a class of dynamic delay systems with unknown uncertainty bounds[J]. Int J of Adaptive Control and Signal Processing, 2001, 15(1): 53-63.

[5] Hansheng Wu. Adaptive stabilizing state feedback controllers of uncertain dynamical systems with multiple time delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(1): 1697-1701.

[6] Feng Zheng, Qpng-Guo Wang, Tong Heng Lee. Adaptive robust control of uncertain time delay systems [J]. Automatica, 2005, 41(12): 1375-1383.

[7] Xu B. Delay-independent stability criteria for linear continuous systems with time-varying delays[J]. Int J of Systems Science, 2002, 33(7): 543-550.

[8] Xu B. Applications of a new-type stability theorem[C]. Proc of the 6th World Congress Intelligent Control and Automation. Dalian, 2006, 1: 569-573.

下　期　要　目