文章编号: 1001-0920(2007)07-0836-05

基于比较原理的非线性组合系统的输出反馈镇定

张志飞[1], 苏彩红[1], 章 兢[2]
(1. 佛山科学技术学院 机电与信息学院, 广东 佛山 528000; 2. 湖南大学 电气与信息学院, 长沙 410000)

摘 要: 综合运用比较原理和LMI方法,通过构造一比较系统,将原组合系统的稳定性问题转化为维数较低的比较系统的稳定性问题,并利用M矩阵特性导出了比较系统稳定的一个充分条件. 为了求取输出反馈增益,建立了等价稳定条件的QLMI表示形式. 这一方法的特点是使大系统的稳定控制器设计的复杂度保持在子系统一级的水平上. 数值实例说明了所提出算法在实际工程应用中的可行性和有效性.

关键词: 比较原理; 非线性组合系统; 输出反馈镇定; 线性矩阵不等式
中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

Output feedback stabilization for composited nonlinear systems based on comparison principle

ZHANG Zhi-fei[1], *SU Cai-hong*[1], *ZHANG Jing*[2]
(1. School of Electromechanics and Information Engineering, Foshan University, Foshan 528000, China; 2. College of Electricity and Information, Hu'nan University, Changsha 410000, China. Correspondent: ZHANG Zhi-fei, E-mail: zhifeizhang@sina.com)

Abstract: A comparing model is introduced to transfer the problem of output feedback for stabilizing the composited nonlinear systems into the problem of output feedback for stabilizing the comparison systems with lower dimensions, by employing comparison principle and LMI stability theory integrally. A stability condition is developed by using M matrix, and the equivalent LMI expression is founded, which is used to obtain the output feedback gain. The characteristic of the proposed method is to decrease the complexity of the design of stability controller. Finally, a numeral example shows its feasibility and effectiveness.

Key words: Comparison principle theory; Nonlinear composited systems; Output feedback stabilizing; LMI

1 引 言

随着工业的日益发展,人们提出了大系统的概念. 它最初面临的问题是克服与其相关的数学模型日益增大和复杂性所带来的困难. 对于"大而复杂"的系统,有时甚至应用效率很高的计算机也难以解决,即使能解决,也因过多的计算时间以及使用代价太高而很不经济. 分散控制能够降低系统的复杂性,因而控制器的插入补充更容易实现. 分散控制的研究内容包括分散稳定化和分散鲁棒控制问题等. 目前常用的反馈形式有两种:一是状态反馈系统;二是输出反馈系统. 状态反馈系统可具有良好的动态性能,但采用状态反馈需掌握系统的全部信息. 而状态重构需要引入状态观测器,状态观测器的引入一方面提高了反馈系统的阶次,另一方面需量测系统的全部状态. 因此,就反馈的工程构成而言,由于输出变量可直接量测,输出反馈要比状态反馈优越. 由于系统中不可避免地会存在外部扰动的影响和内部参数的变动,所得到的控制律都会遇到工程实现的问题. 因此,研究系统的鲁棒输出反馈镇定具有重要意义.

最近几年,输出反馈鲁棒镇定问题引起了控制理论界的广泛关注. 文献[1,2]讨论了具有输入分散的非线性相似组合大系统最优控制的逐次逼近方法,将非线性相似组合大系统最优控制问题转化为求解解耦子系统的线性两点边值序列问题. 文献[3]讨论了不确定非线性子系统经不确定非线性互联而

收稿日期: 2006-04-11; **修回日期**: 2006-07-11.
基金项目: 湖南省自然科学基金项目(04JJ3011); 湖南省科技计划项目(05GK2003).
作者简介: 张志飞(1963—),男,湖南益阳人,教授,博士,从事大系统鲁棒控制设计的研究; 苏彩红(1963—),女,广东佛山人,副教授,博士,从事机器人智能控制及应用的研究.

成的组合大系统,给出了可分散输出反馈鲁棒镇定的充分条件,其基本假定是一隐式矩阵方程有解,而在一般情形下,这一矩阵方程的解是不存在的. 文献[4]通过巧妙构造 Lyapunov 泛函,得到了以 LMI 形式为结果的控制器,然而该方法的计算较为复杂. 文献[5]讨论了离散情形下 LMI 理论的应用,但计算的复杂度和计算量与子系统的个数呈指数关系. 正如文献[5,6]所指出的,输出反馈形式的 LMI 的可解性一般情形下并不高,因此降低判断和计算的工作量就显得尤为重要. 其他一些有代表性研究可参见文献[11].

本文讨论一类具有 Lipschitz 条件的非线性组合系统的输出反馈鲁棒镇定问题. 通过构造一个比较系统,将原组合系统的稳定性问题转化为维数较低的比较系统的稳定性问题,并利用 M 矩阵特性导出了比较系统稳定的一个充分条件. 这一条件的特点是使计算的复杂度维持在子系统一级的水平上. 通过建立等价稳定条件的 QLMI 表示形式,使问题可以方便地应用文献[7,8]所提供的技术进行求解. 数值实例表明了所提出方法的可行性和有效性.

2　Lipschtiz 关联非线性系统的保衰减率分散控制

给定由 N 个子系统关联组成的大系统的状态空间描述如下:

$$\begin{aligned}\dot{x}_i(t) &= \\ & A_i x_i(t) + f_i(x_i,t) + B_i u_i(x_i) + \\ & \sum_{j=1,j\neq i}^{N}(H_{ij}x_j(t) + \Delta H_{ij}(x_j,t))^2, \\ y_i(t) &= C_i x_i(t), \\ x_i(0) &= x_{i0},\ i \in N = \{1,2,\cdots,N\}.\end{aligned} \tag{1}$$

其中:$x_i(t) \in R^{n_i\times 1}$ 为系统的状态;$A_i \in R^{n_i\times n_i}$,$B_i$,$H_{ij}$ 为适当维数的实常数矩阵;$f_i(x_i,t) \in R^{n_i\times 1}$ 为孤立系统的非线性部分(可能含有不确定性),其元素为连续函数;$\Delta H_{ij}(x_i,t)$ 为非线性关联部分(可能含有不确定性).

假设 1　关联不确定性具范数界

$$\|\Delta H_{ij}(x_i,t)\| \le \gamma_{ij}\|x_i\|. \tag{2}$$

注 1　以往大多文献要求不确定性满足匹配条件,而系统的不确定性是随机的,其结构通常是未知、不确定的,所以匹配条件一般情形下不能得到满足. 但不确定性的界是可以估计的,因此一般可假定不确定性具范数界.

假设 2　f 是满足 Lipschitz 条件的非线性函数,即对 $\forall x_1, x_2$,有

$$\|f(x_2,t) - f(x_1,t)\| \le \rho(\|x_2 - x_1\|). \tag{3}$$

注 2　很多控制系统都满足 Lipschitz 条件,例如机器人系统、供水系统,甚至诸如 x^2 和正弦项在一有界条件下都满足这一条件. 因此,Lipschitz 系统代表了一类具有广泛工程背景的系统.

下面讨论系统(1)的分散保衰减率控制问题. 设计控制器

$$u_i(x_i) = K_i y_i(t),\ i \in N, \tag{4}$$

式中 K_i 为待设计的适当维数的常数矩阵,使系统(1)渐近稳定,且满足如下的性能指标:

$$\lim_{t\to\infty} x_i(t)e^{\varepsilon_i t} = 0,\ i \in N, \tag{5}$$

式中 ε_i 为给定的对第 i 个子系统的最小衰减速率.

注 3　现有文献大都采用二次型、拟二次型和 H_∞ 范数作为恒量控制系统的性能指标,因为二次型性能指标方便数学上的处理. 但文献[6,9]的研究表明,输出反馈的可行性问题等价于两个耦合的线性矩阵不等式解的存在性,从而导致一个非线性最优化问题无法直接求解. 从工程意义上,衰减率性能指标更直接地体现了控制系统的时域特性.

在叙述非线性组合系统的保性能分散控制之前,先回顾标称非线性系统可镇定的定义.

考虑如下具有非线性的系统的输出反馈镇定:

$$\begin{aligned} S_n: \dot{x}(t) &= Ax(t) + f(x,t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t), \\ x(0) &= x_0. \end{aligned} \tag{6}$$

定义 1　对于任给 $\alpha > 0$,如果存在 K,使下式成立:

$$\max(\mathrm{Re}\,\lambda(A + BKC)) + \rho + \alpha < 0. \tag{7}$$

式中:$\lambda(\cdot)$ 为矩阵的特征值,ρ 为式(3)中的 Lipschitz 常数. 则称标称系统(5)是可输出反馈 α 镇定的.

注 4　以上定义是文献[9]中定理 1 的直接扩展,控制律 $u = Ky$ 能保证系统在平衡点 $x = 0$ 处全局渐近稳定. 当 $f = 0$ 时,问题成为众所周知的线性系统的静态输出反馈镇定问题.

对于关联系统(1),引进如下比较系统:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{ci}(t) &= \\ & (-\alpha_i + \rho_i)x_{ci}(t) + \sum_{j=1,j\neq i}^{N}(\|H_{ij}\| + \gamma_{ij})x_{cj}(t), \\ x_{ci}(0) &= \|x_i(0)\|,\ i \in N. \end{aligned} \tag{8}$$

式中:$x_c(t)$,$x_c(0)$ 分别为比较系统的状态变量和初始条件;$0 < \alpha_i < -\max_{j\in n_i}\mathrm{Re}\,\lambda_j(\tilde{A}_i)$,$i \in N$;$\tilde{A}_i = A_i + B_iK_iC_i$,$i \in N$.

本节的主要结果是下面的比较定理. 比较定理表明,组合系统(1)的保衰减率输出反馈控制问题可转换为比较系统的输出反馈控制问题.

定理 1 如果存在 K_i,使 $\widetilde{A}_i = A_i + B_i K_i C_i$ 为 Hurwitz 矩阵,$i = 0, 1, \cdots, N$,则存在有界正实数 $\eta > 0$,使下式成立:

$$\| x_i(t) \| \leq \eta x_{ci}(t),\ i \in N. \tag{9}$$

证明 将式(4)代入系统(1),得到如下闭环系统:

$$\dot{x}_i(t) = (A_i + B_i K_i C_i) x_j(t) + f_i(x_i, t) + \sum_{j=1, j\neq i}^{N} (H_{ij} + \Delta H_{ij}(x_j, t)). \tag{10}$$

上述微分方程的解为

$$x_i(t) = \exp(\widetilde{A}_i t) x_i(0) + \int_0^t \exp(\widetilde{A}_i(t-s)) \Big\{ f_i(x_i(s), s) + \sum_{j=1, j\neq i}^{N} (H_{ij} x_j(s) + \Delta H_{ij}(x_j(s), s)) \Big\} ds. \tag{11}$$

注意到 $0 < \alpha_i < -\max\limits_{j\in n_i} \mathrm{Re}\,\lambda_j(\widetilde{A}_i)$,$i \in N$,从而 $\widetilde{A}_i + \alpha_i I$ 为稳定矩阵,其矩阵指数具范数界,记其界为 $\eta_i > 0$,即 $\| \exp(\widetilde{A}_i + \alpha_i I) t \| = \eta_i$,于是有

$$\| \exp(\widetilde{A}_i t) \| = \| \exp(\widetilde{A}_i + \alpha_i I - \alpha_i I) t \| \leq \| \exp(\widetilde{A}_i + \alpha_i I) t \| \| \exp(-\alpha_i I) t \| \leq \eta_i e^{-\alpha_i t}. \tag{12}$$

对式(10)两端取范数,并利用不等式(12),有

$$\| x_i(t) \| / \eta_i \leq e^{-\alpha_i t} \| x_i(0) \| + \int_0^t e^{-\alpha_i(t-s)} \rho_i \| x_i(s) \| ds + \int_0^t e^{-\alpha_i(t-s)} \sum_{j=1, j\neq i}^{N} (\| H_{ij} \| + \gamma_{ij}) \| x_j(s) \| ds.$$

令

$$e^{-\alpha_i t} \| x_i(0) \| + \int_0^t e^{-\alpha_i(t-s)} \rho_i \| x_i(s) \| ds + \int_0^t e^{-\alpha_i(t-s)} \sum_{j=1, j\neq i}^{N} (\| H_{ij} \| + \gamma_{ij}) \| x_j(s) \| ds = x_{ci}(t),$$

则不难验证 $x_{ci}(t)$ 满足方程(7). 再令 $\eta = \max\limits_{i\in N}(\eta_i)$,于是有不等式(9)成立. □

注 5 定理 1 表明,组合系统的输出反馈镇定可以在 $N \times N$(N 为组合系统的个数)的水平上讨论,大大降低了计算的复杂度.

记

$$a_{cij} = \begin{cases} \alpha_i - \rho_i, & i = j; \\ -\gamma_{ij} - \| H_{ij} \|, & i \neq j; \end{cases} \tag{13}$$

$$X_c(t) = [x_{c1}(t) \quad x_{c2}(t) \quad \cdots \quad x_{cN}(t)]^{\mathrm{T}}.$$

则比较系统(7)可写成如下形式:

$$\dot{X}_c(t) = -A_c X_c(t). \tag{14}$$

众所周知,系统(14)渐近稳定的充要条件是 $-A_c$ 为 Hurwitz 矩阵(等价于 A_c 为 M 矩阵). 取

$$\alpha_i = -\max_{j\in n_i} \mathrm{Re}\,\lambda_j(\widetilde{A}_i) - \varepsilon_i,\ i \in N,$$

其中 $\varepsilon_i > 0$ 为正常数,则矩阵 A_c 成为

$$a_{cij} = \begin{cases} -\max \mathrm{Re}(\widetilde{A}_i) - \varepsilon_i - \rho_i, \\ -\gamma_{ij} - \| H_{ij} \|. \end{cases}$$

于是镇定问题便等价于讨论是否存在输出反馈增益 K_i,使 A_c 为 M 矩阵. 设

$$\Sigma_i = \sum_{j=1, j\neq i}^{N} (\| H_{ij} \| + \gamma_{ij}).$$

若能配置闭环系统的特征值

$$\max \mathrm{Re}\,\lambda(A_i + B_i K_i C_i) < -\rho_i - \varepsilon_i - \sum_{j=1, j\neq i}^{N} (\gamma_{ij} + \| H_{ij} \|),$$

则 A_c 为对角占优矩阵,因而必为 M 矩阵,系统(14)具有衰减速率 ε_i. 整理上述结论,可得到下面的可分散镇定定理:

定理 2 对于任意给定的常数 ε_i,有

$$0 < \varepsilon_i = -\max_{j\in n_i} \mathrm{Re}\,\lambda_j(\widetilde{A}_i),\ i \in N.$$

如果存在 K_i,使下面的检验矩阵为 M 矩阵:

$$d_{ij} = \begin{cases} -\max \mathrm{Re}(\widetilde{A}_i) - \varepsilon_i - \rho_i, \\ -\gamma_{ij} - \| H_{ij} \|. \end{cases} \tag{15}$$

则关联系统(1)是可通过控制律(4)分散鲁棒输出反馈镇定的,且闭环系统至少具衰减率 ε_i.

3 输出反馈增益存在条件 QMI 表示

对于线性系统输出反馈存在性的研究,文献[7]以LMI的形式给出了一个关于线性系统可静态输出反馈镇定的充要条件,并给出了一种改进算法. 本文利用这些结论,首先将非线性组合系统反馈增益的存在条件改用LMI形式表示;然后给出一种综合文献[8,10]的迭代算法.

引理 1 线性定常系统[11]

$$\Sigma: \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),\quad y = Cx(t), \tag{16}$$

通过静态输出反馈 $u = Fy$ 镇定的充要条件是存在 $P > 0$, $X > 0$ 和 F 满足方阵不等式(QMI)

$$\begin{bmatrix} U & (B^{\mathrm{T}}P + FC)^{\mathrm{T}} \\ (B^{\mathrm{T}}P + FC) & -I \end{bmatrix} < \mathbf{0},$$

$$U = A^{\mathrm{T}}P + PA - XBB^{\mathrm{T}}P - PBB^{\mathrm{T}}X + XBB^{\mathrm{T}}X. \tag{17}$$

注 6 系统(16)的闭环方程为

$$\Sigma: \dot{x}(t) = (A + BFC)x(t).$$

若 QMI(16)成立,则必有 F 使 $\mathrm{Re}(\lambda(A + BFC)) < 0$.

参照这一思想,可得到下面的结论:

定理 3　非线性关联系统(1)是可输出反馈镇定的,$\forall i \in \mathcal{N}$ 如果存在 $P_i > \mathbf{0}$, $X_i > \mathbf{0}$ 和 K_i 满足

$$\begin{bmatrix} U_i & (B_i^T P_i + K_i C_i)^T \\ (B_i^T P_i + K_i C_i) & -I \end{bmatrix} < \mathbf{0}. \quad (18)$$

式中

$$U_i = \bar{A}_i^T P_i + P_i \bar{A}_i - X_i B_i B_i^T P_i - P_i B_i B_i^T X_i + X_i B_i B_i^T X_i,$$

$$\bar{A}_i = A_i + \Big[\rho_i + \varepsilon_i + \sum_{j=1, j\neq i}^{N} (\gamma_{ij} + \| H \|)\Big] I.$$

证明　若条件成立,则由引理 1 可知,$\forall i \in \mathcal{N}$,必存在 K_i,使$(\bar{A}_i + B_i K_i C_i)$为稳定矩阵,于是有

$$\mathrm{Re}(\lambda(\bar{A}_i + B_i K_i C_i)) < 0.$$

注意到

$$\lambda(\bar{A}_i + B_i K_i C_i) = \lambda(A_i + B_i K_i C_i) + \Big[\rho_i + \varepsilon_i + \sum_{j=1, j\neq i}^{N} (\gamma_{ij} + \| H_{ij} \|)\Big],$$

于是有

$$\max \mathrm{Re}\, \lambda(A_i + B_i K_i C_i) < -\rho_i - \varepsilon_i - \sum_{j=1, j\neq i}^{N} (\gamma_{ij} + \| H_{ij} \|).$$

这便保证了定理 2 中的检验矩阵 D 为 M 矩阵,故系统(1)是渐近稳定的. □

注 7　由定理 3 的式(18)可知,本文提出的稳定控制器设计可实现各子系统之间的解耦,因而计算只需在 $N \times N$ 的矩阵上进行,对应的计算复杂度在子系统的水平上. 以往大多文献的计算都需针对 $(N \times n_i) \times (N \times n_i)$ 维数的矩阵,这说明本文提出的方法大大降低了计算复杂度,有效地减少了计算工作量,达到了大系统的镇定只需在子系统的水平上进行的目的.

4　输出反馈增益的算法

4.1　一种迭代算法

定理 3 以 QMI 形式给出了系统(1)可反馈镇定的条件. 如果设定 X,这一 QLMI 问题就转变为求解未知矩阵 P 和 F 的 QLMI 问题,而 QLMI 问题的求解属于凸优化问题,可以有效地利用 Matlab 提供的 LMI 工具箱求解. 另一方面,即使问题有解,也不一定有与之对应的唯一解 X. 但一个可镇定的系统,一定有一相应的衰减速率,于是问题便转化成对给定 X,求关于 α 的优化问题. 以下是综合考虑文献[7,8]方法后提出的算法:

Step1:对每一子系统 i,选取正定阵 Q,使满足$(\bar{A}_i, Q)$为可控对,求解如下代数 Riccati 方程:

$$\bar{A}_i^T P + P\bar{A}_i - PC_i^T C_i P + Q = \mathbf{0}, \quad (19)$$

置 $k = 1$, $X_1 = P$.

Step2:解如下关于 P_k, K_k 和 α_k 的优化问题:

$$\mathrm{OP1}: \mathrm{Minimize}\ \alpha_k.$$

约束条件为

$$\begin{bmatrix} U_k - \alpha_k P_k & (B^T P_k + K_k C_k)^T \\ (B^T P_k + K_k C_k) & -I \end{bmatrix} < 0,$$

$$P_k = P_k^T > 0. \quad (20)$$

记 α_k^* 为所求 α_k 的最小值.

Step3:若 $\alpha_k^* \le 0$,则 K_i 即为所求的反馈增益阵,转 Step6.

Step4:解如下关于 P_k, K_k 的优化问题:

$$\mathrm{OP2}: \mathrm{Minimize}\ \mathrm{trace}(P_k).$$

约束条件同 OP1,其中 α_k 取值为 α_k^*. 记 P_k^* 为最优问题相应的解.

Step5:若 $\| X_k - P_k^* \| < \delta$($\delta$为指定的精度),则转 Step6;否则,作 $X_k = P_k^*$, $k = k+1$,转 Step2.

Step6:输出求解结果或求解失败标志.

4.2　数值例子和仿真

考虑如下由 2 个含不确定性的子系统组成的关联系统:

$$\dot{x}_1(t) = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} x_1(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ r_1(t) & r_1(t) \end{bmatrix} x_1(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_1(t) + \cos x_{21} x_2(t),$$

$$y_1(t) = [1 \quad 2] x_1(t);$$

$$\dot{x}_2(t) = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} x_2(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ r_2(t) & r_2(t) \end{bmatrix} x_2(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_2(t) + 2\cos x_{12} x_1(t),$$

$$y_2(t) = [3 \quad 5] x_2(t).$$

其中:$r_1(t) \le 0.5$, $r_2(t) \le 1$.

解:相应的 $\rho_1 \le \sqrt{2}/2$, $\rho_2 \le \sqrt{2}$, $\gamma_{12} \le 1$, $\gamma_{21} \le 2$,于是有

$$\bar{A}_1 = \begin{bmatrix} 0.707 & 2.00 \\ -1.00 & 1.707 \end{bmatrix},$$

$$\bar{A}_2 = \begin{bmatrix} 0.414 & 0.00 \\ -2.00 & 2.414 \end{bmatrix}.$$

取 $Q = 2I$,解黎卡提方程(19),得相应子系统 1 和子系统 2 的正定解

$$P = \begin{bmatrix} 4.4874 & -0.6852 \\ -0.6852 & 1.3072 \end{bmatrix},$$

$$P = \begin{bmatrix} 1.2307 & -0.7534 \\ -0.7534 & 0.9688 \end{bmatrix}.$$

以此分别作为式(20)中 X 的初值,利用 Matlab 提供的 LMI 工具箱解优化问题(20),得 $K_1 = -2.015$, $K_2 = -1.098$,相应的 $\alpha^* = -0.79$.

取初始值 $x(0) = [4 \quad -4 \quad 10 \quad 3]^T$,仿真结果如图 1 和图 2 所示.

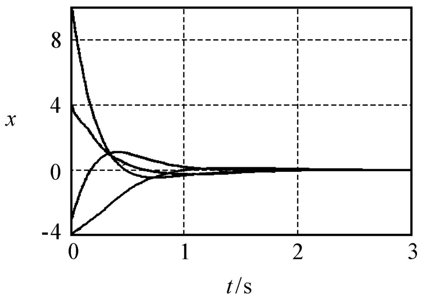

图 1 输出反馈镇定后系统状态曲线

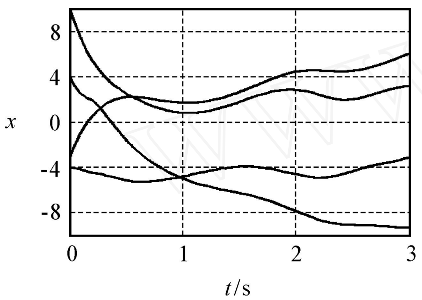

图 2 系统开环时状态曲线

5 结 语

本文运用微分方程解的估计理论和 LMI 方法,根据组合系统特征,构造了组合系统的比较模型,设计了针对具有 Lipschitze 条件的非线性组合系统输出反馈控制器的算法. 该方法的特点是,有效地降低了分析和计算问题的复杂度,使大系统的分析和设计只需在子系统的水平上进行. 需要指出的是,该方法所得到的增益阵偏大. 如何改进本文算法,获取较小的增益,以及将该方法推广到具有一般非线性的大系统的分析是尚待进一步研究的课题.

参考文献(References)

[1] 唐功友, 孙亮. 非线性相似组合大系统最优控制的逐次逼近过程[J]. 控制与决策, 2005, 20(1): 82-86.
(Tang Gong-you, Sun Liang. Successive approximation procedure of optimal control for nonlinear similar composite systems[J]. Control and Decision, 2005, 20(1): 82-86.)

[2] Tang Gong-you. Sub-optimal control for nonlinear systems: A successive approximation approach[J]. Systems and Control Letters, 2005, 54(5): 429-434.

[3] Yan X G, Zhang S Y. Decentralized output feedback robust stabilization for a class of nonlinear interconnected systems[J]. IEEE Trans Automatic Control, 1998, 43(2): 294-299.

[4] 陈宁, 桂卫华, 蔡自兴. 不确定大系统分散鲁棒控制的 LMI 方法[M]. 中南大学学报, 2003, 34(6): 72-76.
(Chen Ning, Gui Wei-hua, Cai Zi-xing. Decentralized robust H_∞ control for uncertain large-scale systems using linear matrix inequalities[J]. J of Central South University of Technology, 2003, 34(6): 72-76.)

[5] 关新平, 陈彩莲, 龙承念, 等. 不确定离散时滞系统的动态输出反馈鲁棒保性能[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(2): 41-46.
(Guan Xin-ping, Chen Cai-lian, Long Cheng-nian, et al. Robust guaranteed cost control for uncertain discrete delay systems via dynamic output feedback[J]. Control Theory & Applications, 2003, 20(2): 41-46.)

[6] 黄琳, 李中. 输出反馈二次型最优的可解性问题[J]. 中国科学 A 辑, 1990, 20(7): 92-98.
(Huang Lin, Li Zhong. The resolvable conditions of output feedback of the linear quadratic optimation[J]. Science in China, Ser A, 1990, 20(7): 92-98.)

[7] Cao Yong-yan, James Lam, Sun You-xiam. Static output feedback stabilization: An ILMI approach[J]. Automatica, 1998, 34(12): 1641-1645.

[8] Mao Lin-ni, Meng Joo Er, Keng Leng Goh, et al. A new ILMI approach to output feedback stabilization[C]. Proc of the 3rd Asian Control Conf. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 2000: 1239-1241.

[9] 项基, 张晓宇, 苏宏业, 等. 基于结构 Lyapunov 矩阵的静态反馈输出反馈镇定[J]. 控制与决策, 2004, 19(9): 978-982, 993.
(Xiang Ji, Zhang Xiao-yu, Su Hong-ye, et al. Static output feedback stabilization based on structured Lyapunov matrix[J]. Control and Decision, 2004, 19(9): 978-982, 993.)

[10] 张嗣瀛. 复杂控制系统的相似性及相似结构研究[J]. 青岛大学学报, 2001, 14(4): 3-6.
(Zhang Si-ying. Study on symmetric and similar structures of complex control systems[J]. J of Qingdao University, 2001, 14(4): 3-6.)

[11] Zhang Jing, Zhang Zhi-fei. A simple stabilization for large-scale systems with time-varying delay[J]. Advances in Modeling &Analysis Series C: Systems Analysis Control & Design, Simulation CAD, 2001, 58(2): 47-57.