文章编号: 1001-0920(2007)07-0760-05

基于 LMI 方法的 T-S 模糊系统的动态输出反馈耗散控制器设计

张 艳, 张庆灵, 杨冬梅
(东北大学 系统科学研究所, 沈阳 110004)

摘 要: 研究一类 T-S 模糊系统的动态输出反馈耗散控制问题. 给出了保证该系统耗散的动态输出反馈控制器的设计方法. 动态输出反馈耗散控制器可通过求解一组线性矩阵不等式(LMI)获得. 最后通过仿真例子说明了所提出的设计方法的有效性.

关键词: T-S 模糊系统; 输出反馈控制器; 线性矩阵不等式; 耗散
中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Dynamic output feedback controller designs on the dissipative for T-S fuzzy systems via LMI

ZHANG Yan, ZHANG Qing-ling, YANG Dong-mei
(Institute of Systems Science, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: ZHANG Yan, E-mail: atuoyanyan@163.com)

Abstract: The problem of dissipative control for a class of T-S fuzzy systems is studied. The dynamic output feedback fuzzy controller is proposed to guarantee that the T-S fuzzy systems are dissipative by using the method of Lyapunov. The controllers can be constructed based on the solution of LMI. Finally, simulation example shows the effectiveness of the proposed methods.

Key words: T-S fuzzy systems; Output feedback controller; Linear matrix inequality(LMI); Dissipativity

1 引 言

T-S 模糊模型是由一组 IF-THEN 规则表示的非线性系统[1]. 由于这种模型可以以任意精度逼近 R^n 中闭集上的连续函数而受到重视[2-5].

耗散性系统理论是由 Willems 于 1972 年提出的,现今已成为电路系统和控制理论中的一个十分重要的概念. 研究基于耗散性的理论不但可以提供解决 H_∞控制与正实控制的统一框架,而且可以揭示很多更深刻的内容,因而耗散控制问题已引起人们广泛的关注[6-10]. 但是,对 T-S 模糊系统耗散性研究的文章还不多见[11]. 文献[11]研究了 T-S 模糊系统的状态反馈耗散控制器和基于观测器的耗散控制器的设计方法,而本文则给出了动态输出反馈耗散控制器的设计方法,所研究的模型更加一般化.

本文应用 Lyapunov 理论,给出了一类 T-S 模糊系统的动态输出反馈耗散控制器的设计方法. 该方法充分考虑了模糊子系统之间的相互作用,输出反馈耗散控制器可通过求解一组线性矩阵不等式得到. 最后通过数值仿真例子说明了所提出的设计方法的有效性.

2 T-S 模糊系统

考虑如下“IF-THEN”模糊规则:

设 R_i 为第 i 条模糊规则,则 T-S 模糊系统模型描述为

$$R_i: \text{IF } \xi_1 \text{ is } M_{1i} \text{ and } \cdots \text{and } \xi_p \text{ is } M_{pi},$$
$$\text{THEN} \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + M_i w(t), \\ y(t) = C_i x(t) + E_i w(t), \\ i = 1,2,\cdots,r. \end{cases}$$

其中: $M_{ij}(\cdot)(j = 1,2,\cdots,p)$ 是模糊集; r 是模糊规则数; $x(t) \in R^n$ 是状态变量; $w(t) \in R^l$ 是扰动向

收稿日期: 2006-05-10; 修回日期: 2006-09-26.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60574011); 智能控制理论及应用辽宁省高校重点实验室基金项目(200521308).
作者简介: 张艳(1980—),女,山东滨州人,博士生,从事模糊控制的研究; 张庆灵(1956—),男,辽宁营口人,教授,博士生导师,从事模糊控制、广义系统、网络控制的研究.

量; $u(t) \in R^m$ 是输入变量; $y(t) \in R^l$ 是输出变量; $\xi = (\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_p)^{\mathrm{T}}$ 是前件变量, 并假设前件变量与输入和扰动相互独立; A_i, B_i, M_i, C_i 和 E_i 都是具有适当维数的矩阵.

由单点模糊化、乘积推理和加权平均解模糊化的推理方法, 可到得全局 T-S 模糊模型如下:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} \lambda_i(\xi(t))[A_i x(t) + \\ \quad B_i u(t) + M_i w(t)], \\ y(t) = \sum_{i=1}^{r} \lambda_i(\xi(t))[C_i x(t) + E_i w(t)]. \end{cases} \tag{1}$$

其中

$$\lambda_i(\xi(t)) = \frac{\beta_i(\xi(t))}{\sum_{i=1}^{r} \beta_i(\xi(t))},$$

$$\beta_i(\xi(t)) = \prod_{j=1}^{p} M_{ji}(\xi_j(t)).$$

$\lambda_i(\xi(t))$ 是规范化隶属函数, 并假设它是时间 t 的连续实值函数, 总满足

$$\sum_{i=1}^{r} \lambda_i(\xi(t)) = 1,\ \lambda_k(\xi(t)) \geq 0,\ k = 1,2,\cdots,r.$$

考虑下面的非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(x(t)) + G(x(t))u(t) + Mw(t), \\ y(t) = H(x(t)) + Ew(t). \end{cases} \tag{2}$$

其中: $x(t) \in R^n, w(t) \in R^n, u(t) \in R^m$ 和 $y(t) \in R^n$ 分别表示状态向量、外部扰动、控制输入和输出向量; $F(x(t)), G(x(t))$ 和 $H(x(t))$ 是关于向量 $x(t)$ 的函数.

定义 1[9,10]　假设存在一个二次(存储) 函数 $V(x(t)) = x^{\mathrm{T}}(t)Px(t), P = P^{\mathrm{T}} > 0$ 和标量 $\eta > 0$, 使得对于所有的 $x(t)$ 和 $w(t)$, 下面的不等式都成立:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}V(x(t)) - 2w^{\mathrm{T}}(t)y(t) + 2\eta w^{\mathrm{T}}(t)w(t) < 0, \tag{3}$$

则称系统(2) 是耗散的.

3　输出反馈耗散控制器设计

平滑的输出反馈全局控制器设计为

$$\begin{cases} \dot{x}_c(t) = \sum_{i=1}^{r} \lambda_i(\xi(t))(A_{ci}x_c(t) + B_{ci}y(t)), \\ u(t) = \sum_{i=1}^{r} \lambda_i(\xi(t))C_{ci}x_c(t). \end{cases} \tag{4}$$

其中: $x_c(t) \in R^{n_k}$ 是控制器的状态; A_{ci}, B_{ci} 和 C_{ci} 是待定的控制器参数矩阵.

由输出反馈控制器(4), 可得到如下模糊闭环系统:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} = \\ \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} \lambda_i\lambda_j\{\begin{bmatrix} A_i & B_iC_{cj} \\ B_{ci}C_j & A_{ci} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} M_i \\ B_{ci}E_j \end{bmatrix} w\}, \\ y(t) = \sum_{i=1}^{r} \lambda_i(\xi(t))[C_i x(t) + E_i w(t)]. \end{cases} \tag{5}$$

令

$$\tilde{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix},\ \overline{A_{ij}} = \begin{bmatrix} A_i & B_iC_{cj} \\ B_{ci}C_j & A_{ci} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{H}_{ij} = \begin{bmatrix} M_i \\ B_{ci}E_j \end{bmatrix},\ i,j = 1,2,\cdots,r,$$

则闭环系统(5) 可表示为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = \\ \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} \lambda_i(\xi(t))\lambda_j(\xi(t))[\overline{A_{ij}}\tilde{x}(t) + \tilde{H}_{ij}w(t)], \\ y(t) = \sum_{i=1}^{r} \lambda_i(\xi(t))[\tilde{C}_i\tilde{x}(t) + E_iw(t)], \end{cases} \tag{6}$$

其中 $\tilde{C}_i = [C_i\quad 0]$.

对于增广系统(6), 定义如下的 Lyapunov 函数(存储函数) $V(\tilde{x}(t)) = \tilde{x}^{\mathrm{T}}(t)\tilde{P}\tilde{x}(t)$, 得到下面的定理:

定理 1　对于 T-S 模糊系统(1), 输出反馈控制器(4) 和给定的 $\eta > 0$, 如果存在矩阵 $\tilde{P} = \tilde{P}^{\mathrm{T}} > 0$, A_{ci}, B_{ci} 和 $C_{ci}, i = 1,2,\cdots,r$, 使得下面的矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \tilde{P}\overline{A_{ij}} + \overline{A_{ij}^{\mathrm{T}}}\tilde{P} & \tilde{P}\tilde{H}_i - \tilde{C}_i^{\mathrm{T}} \\ (\tilde{P}\tilde{H}_i - \tilde{C}_i^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} & 2\eta I - E_i - E_i^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} < 0,$$
$$i,j = 1,2,\cdots,r, \tag{7}$$

则输出反馈控制器(4) 使得系统(1) 是耗散的.

证明　构造 Lyapunov 函数(存储函数)

$$V(\tilde{x}(t)) = \tilde{x}^{\mathrm{T}}(t)\tilde{P}\tilde{x}(t),$$

则

$$\begin{aligned} &\dot{V}(\tilde{x}(t)) - (w^{\mathrm{T}}(t)y(t) + \\ &y^{\mathrm{T}}(t)w(t)) + 2\eta w^{\mathrm{T}}(t)w(t) = \\ &\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} \lambda_i(\xi(t))\lambda_j(\xi(t))\begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ w(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \times \\ &\begin{bmatrix} \tilde{P}\overline{A_{ij}} + \overline{A_{ij}^{\mathrm{T}}}\tilde{P} & \tilde{P}\tilde{H}_i - \tilde{C}_i^{\mathrm{T}} \\ (\tilde{P}\tilde{H}_i - \tilde{C}_i^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} & 2\eta I - E_i - E_i^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ w(t) \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{8}$$

由式(7), 得

$$\dot{V}(\tilde{x}(t)) - (w^{\mathrm{T}}(t)y(t) + y^{\mathrm{T}}(t)w(t)) + 2\eta w^{\mathrm{T}}(t)w(t) < 0,$$

即系统(1) 在输出反馈控制器(4) 的作用下是耗散

的. □

定理 2 对于 T-S 模糊系统(1),输出反馈控制器(4)和给定的 $\eta > 0$,如果存在矩阵 $\tilde{P} > 0, A_{ci}, B_{ci}, C_{ci}, X_{ii}$ 和 $X_{ij}, i, j = 1, 2, \cdots, r$,其中矩阵 $\tilde{P}$ 和 X_{ii} 是对称的,$X_{ij} = X_{ji}^{\mathrm{T}}, i \neq j$,使得下面的矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \tilde{P}\overline{A}_{ii} + \overline{A}_{ii}^{\mathrm{T}} P & \tilde{P}\tilde{H}_{ii} - \tilde{C}_i^{\mathrm{T}} \\ \tilde{P}\tilde{H}_{ii} - \tilde{C}_i^{\mathrm{T}} & 2\eta I - E_i - E_i^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} < X_{ii}, \tag{9}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{P}\overline{A}_{ij} + \tilde{P}\overline{A}_{ji} & \tilde{P}\tilde{H}_{ij} - \tilde{C}_i^{\mathrm{T}} + \tilde{P}\tilde{H}_{ji} - \tilde{C}_j^{\mathrm{T}} \\ 0 & \eta I - E_i^{\mathrm{T}} + \eta I - E_j^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} +$$
$$\begin{bmatrix} \overline{A}_{ij}^{\mathrm{T}} P + \overline{A}_{ji}^{\mathrm{T}} P & 0 \\ (\tilde{P}\tilde{H}_{ij} - \tilde{C}_i^{\mathrm{T}} + \tilde{P}\tilde{H}_{ji} - \tilde{C}_j^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} & \eta I - E_i + \eta I - E_j \end{bmatrix} \leq$$
$$X_{ij} + X_{ij}^{\mathrm{T}}, \tag{10}$$

$$\begin{bmatrix} X_{11} & \cdots & X_{1r} \\ \cdots & & \cdots \\ X_{r1} & \cdots & X_{rr} \end{bmatrix} < 0, \tag{11}$$

则输出反馈控制器(4)使得系统(1)是耗散的.

证明 构造 Lyapunov 函数(存储函数)

$$V(\tilde{x}(t)) = \tilde{x}^{\mathrm{T}}(t)\tilde{P}\tilde{x}(t),$$

由式(8),得

$$\dot{V}(\tilde{x}(t)) - (w^{\mathrm{T}}(t)y(t) + y^{\mathrm{T}}(t)w(t)) + 2\eta w^{\mathrm{T}}(t)w(t) =$$
$$\sum_{i=1}^{r}\lambda_i^2(\xi(t))[\tilde{x}^{\mathrm{T}}(t) \quad w^{\mathrm{T}}(t)] \times$$
$$\begin{bmatrix} \tilde{P}\overline{A}_{ii} + \overline{A}_{ii}^{\mathrm{T}} P & \tilde{P}\tilde{H}_{ii} - \tilde{C}_i^{\mathrm{T}} \\ \tilde{P}\tilde{H}_{ii} - \tilde{C}_i^{\mathrm{T}} & 2\eta I - E_i - E_i^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ w(t) \end{bmatrix} +$$
$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{i<j}^{r}\lambda_i(\xi(t))\lambda_j(\xi(t))[\tilde{x}^{\mathrm{T}}(t) \quad w^{\mathrm{T}}(t)] \times$$
$$\left\{\begin{bmatrix} \tilde{P}\overline{A}_{ij} + \tilde{P}\overline{A}_{ji} & \tilde{P}\tilde{H}_{ij} - \tilde{C}_i^{\mathrm{T}} + \tilde{P}\tilde{H}_{ji} - \tilde{C}_j^{\mathrm{T}} \\ 0 & \eta I - E_i^{\mathrm{T}} + \eta I - E_j^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} +\right.$$
$$\left.\begin{bmatrix} \overline{A}_{ij}^{\mathrm{T}} P + \overline{A}_{ji}^{\mathrm{T}} P & 0 \\ (\tilde{P}\tilde{H}_{ij} - \tilde{C}_i^{\mathrm{T}} + \tilde{P}\tilde{H}_{ji} - \tilde{C}_j^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} & \eta I - E_i + \eta I - E_j \end{bmatrix}\right\} \times$$
$$\begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ w(t) \end{bmatrix}. \tag{12}$$

由式(9),(10)以及(12),得

$$\dot{V}(\tilde{x}(t)) - (w^{\mathrm{T}}(t)y(t) + y^{\mathrm{T}}(t)w(t)) + 2\eta w^{\mathrm{T}}(t)w(t) <$$
$$\begin{bmatrix} \lambda_1\begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \\ \lambda_2\begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \\ \cdots \\ \lambda_r\begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1r} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2r} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ X_{r1} & X_{r2} & \cdots & X_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1\begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \\ \lambda_2\begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \\ \cdots \\ \lambda_r\begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \end{bmatrix}.$$

又由式(11),得

$$\dot{V}(\tilde{x}(t)) - (w^{\mathrm{T}}(t)y(t) + y^{\mathrm{T}}(t)w(t)) + 2\eta w^{\mathrm{T}}(t)w(t) < 0,$$

即输出反馈控制器(4)使得系统(1)是耗散的. □

定理 2 充分考虑了所有模糊子系统之间的相互作用,将模糊子系统的系数都表示在一个矩阵中,引入了松弛变量 X_{ij},放宽了定理 1 的条件. 注意到定理 1 和定理 2 的矩阵不等式条件是非线性的,不能直接用 LMI 技术求解 T-S 模糊系统(1)的输出反馈耗散控制器(4). 下面的定理 3 可将定理 2 的条件转化为可直接应用 Matlab 求解的线性矩阵不等式.

定理 3 对于 T-S 模糊系统(1),输出反馈控制器(4)和给定的正数 $\eta > 0$,求解步骤如下:

Step1 如果存在矩阵 $\overline{A}_{ij}, \overline{B}_i, \overline{C}_i, Y_{ij}, X > 0, Y > 0$,其中 X, Y 和 Y_{ii} 是对称矩阵,$Y_{ji} = Y_{ij}^{\mathrm{T}}, i, j = 1, 2, \cdots, r, i \neq j$,满足下面的线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} > 0, \tag{13}$$

$$\begin{bmatrix} \Omega_{ii11} & \Omega_{ii21}^{\mathrm{T}} & \Omega_{ii31}^{\mathrm{T}} \\ \Omega_{ii21} & \Omega_{ii22} & \Omega_{ii32}^{\mathrm{T}} \\ \Omega_{ii31} & \Omega_{ii32} & \Omega_{ii33} \end{bmatrix} < Y_{ii}, \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix} \Omega_{ij11} & \Omega_{ij21}^{\mathrm{T}} & \Omega_{ij31}^{\mathrm{T}} \\ \Omega_{ij21} & \Omega_{ij22} & \Omega_{ij32}^{\mathrm{T}} \\ \Omega_{ij31} & \Omega_{ij32} & \Omega_{ij33} \end{bmatrix} \leq Y_{ij} + Y_{ij}^{\mathrm{T}}. \tag{15}$$

其中

$$\Omega_{ii11} = XA_i + \overline{B}_i C_i + A_i^{\mathrm{T}} X + C_i^{\mathrm{T}}\overline{B}_i^{\mathrm{T}},$$
$$\Omega_{ii21} = \overline{A}_{ii} + A_i,$$
$$\Omega_{ii22} = A_i Y + B_i\overline{C}_i + YA_i^{\mathrm{T}} + \overline{C}_i^{\mathrm{T}} B_i^{\mathrm{T}},$$
$$\Omega_{ii31} = M_i^{\mathrm{T}} X + E_i^{\mathrm{T}}\overline{B}_i^{\mathrm{T}} - C_i,$$
$$\Omega_{ii32} = M_i^{\mathrm{T}} - C_i Y,$$
$$\Omega_{ii33} = 2\eta I - E_i - E_i^{\mathrm{T}},$$
$$\Omega_{ij11} = XA_i + \overline{B}_i C_j + XA_j + \overline{B}_j C_i + A_i^{\mathrm{T}} X + C_j^{\mathrm{T}}\overline{B}_i^{\mathrm{T}} + A_j^{\mathrm{T}} X + C_i^{\mathrm{T}}\overline{B}_j^{\mathrm{T}},$$
$$\Omega_{ij21} = \overline{A}_{ij} + \overline{A}_{ji} + A_i + A_j,$$
$$\Omega_{ij22} = A_i Y + B_i\overline{C}_j + A_j Y + B_j\overline{C}_i + YA_i^{\mathrm{T}} + \overline{C}_j^{\mathrm{T}} B_i^{\mathrm{T}} + YA_j^{\mathrm{T}} + \overline{C}_i^{\mathrm{T}} B_j^{\mathrm{T}},$$
$$\Omega_{ij31} = M_i^{\mathrm{T}} X + E_j^{\mathrm{T}}\overline{B}_i^{\mathrm{T}} - C_i + M_j^{\mathrm{T}} X + E_i^{\mathrm{T}}\overline{B}_j^{\mathrm{T}} - C_j,$$
$$\Omega_{ij32} = M_i^{\mathrm{T}} - C_i Y + M_j^{\mathrm{T}} - C_j Y,$$
$$\Omega_{ij33} = 2\eta I - E_i - E_i^{\mathrm{T}} + 2\eta I - E_j - E_j^{\mathrm{T}},$$

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1r} \\ \cdots & & \cdots \\ Y_{r1} & \cdots & Y_{rr} \end{bmatrix} < 0, \tag{16}$$

M 和 N 由 $NM^{\mathrm{T}} = I - YX$ 确定.

Step2 在 Step1 有解的条件下,如果还存在矩阵 $A_{ci}, Z_{ij}, i, j = 1, 2, \cdots, r$. 其中:$Z_{ii}$ 是对称矩阵,Z_{ji}

$= Z_{ij}^{\mathrm{T}}, i \neq j$,满足下列线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_{ii11} & \overline{A}_{ii}^{\mathrm{T}} + A_i^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\Omega}_{ii31}^{\mathrm{T}} \\ \overline{A}_{ii} + A_i & \boldsymbol{\Omega}_{ii22} & \boldsymbol{\Omega}_{ii32}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\Omega}_{ii31} & \boldsymbol{\Omega}_{ii32} & \boldsymbol{\Omega}_{ii33} \end{bmatrix} < Z_{ii}, \tag{17}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_{ij11} & \overline{A}_{ij}^{\mathrm{T}} + \overline{A}_{ji}^{\mathrm{T}} + A_i^{\mathrm{T}} + A_j^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\Omega}_{ij31}^{\mathrm{T}} \\ \overline{A}_{ij} + \overline{A}_{ji} + A_i + A_j & \boldsymbol{\Omega}_{ij22} & \boldsymbol{\Omega}_{ij32}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\Omega}_{ij31} & \boldsymbol{\Omega}_{ij32} & \boldsymbol{\Omega}_{ij33} \end{bmatrix} \leq Z_{ij} + Z_{ij}^{\mathrm{T}}, \tag{18}$$

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & \cdots & Z_{1r} \\ \cdots & & \cdots \\ Z_{r1} & \cdots & Z_{rr} \end{bmatrix} < 0. \tag{19}$$

其中

$$\overline{A}_{ij} = YA_i^{\mathrm{T}}X + NA_{ci}^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}} + \overline{C}_i^{\mathrm{T}}B_j^{\mathrm{T}}X + YC_j^{\mathrm{T}}\overline{B}_i^{\mathrm{T}},\quad i,j = 1,2,\cdots,r. \tag{20}$$

则输出反馈控制器(4)使得系统(1)是耗散的.其中输出反馈控制器(4)的系数矩阵分别为

$$C_{ci} = \overline{C}_i N^{-\mathrm{T}},\ B_{ci} = M^{-1}\overline{B}_i,\ A_{ci},\ i = 1,2,\cdots,r.$$

证明　构造 Lyapunov 函数(存储函数)

$$V(t) = [x(t)^{\mathrm{T}}\quad x_c(t)^{\mathrm{T}}]P\begin{bmatrix} x(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix}.$$

设 $\boldsymbol{\Pi}_1 = \begin{bmatrix} I & Y \\ 0 & N^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}$, $P = \boldsymbol{\Pi}_1^{-\mathrm{T}}\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix}\boldsymbol{\Pi}_1^{-1}$.由式(13)～(15)知 $P > 0$.由

$$NM^{\mathrm{T}} = I - YX,$$

$$\boldsymbol{\Pi}_1^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} X & I \\ M^{\mathrm{T}} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X & I \\ YX + NM^{\mathrm{T}} & Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix},$$

得

$$P\boldsymbol{\Pi}_1 = \boldsymbol{\Pi}_1^{-\mathrm{T}}\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X & I \\ M^{\mathrm{T}} & 0 \end{bmatrix}.$$

令 $C_{ci} = \overline{C}_i N^{-\mathrm{T}}, B_{ci} = M^{-1}\overline{B}_i, i = 1,2,\cdots,r$,由式(17)和(20),得

$$\mathrm{diag}(\boldsymbol{\Pi}_1^{\mathrm{T}}, I)\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_{ii11} & \boldsymbol{\Omega}_{ii21}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\Omega}_{ii31}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\Omega}_{ii21} & \boldsymbol{\Omega}_{ii22} & \boldsymbol{\Omega}_{ii32}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\Omega}_{ii31} & \boldsymbol{\Omega}_{ii32} & \boldsymbol{\Omega}_{ii33} \end{bmatrix}\mathrm{diag}(\boldsymbol{\Pi}_1, I) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_{ii11} & \overline{A}_{ii}^{\mathrm{T}} + A_i^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\Omega}_{ii31}^{\mathrm{T}} \\ \overline{A}_{ii} + A_i & \boldsymbol{\Omega}_{ii22} & \boldsymbol{\Omega}_{ii32}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\Omega}_{ii31} & \boldsymbol{\Omega}_{ii32} & \boldsymbol{\Omega}_{ii33} \end{bmatrix} < Z_{ii}.$$

即

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_{ii11} & \boldsymbol{\Omega}_{ii21}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\Omega}_{ii31}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\Omega}_{ii21} & \boldsymbol{\Omega}_{ii22} & \boldsymbol{\Omega}_{ii32}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\Omega}_{ii31} & \boldsymbol{\Omega}_{ii32} & \boldsymbol{\Omega}_{ii33} \end{bmatrix} < \mathrm{diag}(\boldsymbol{\Pi}_1^{-\mathrm{T}}, I)Z_{ii}\,\mathrm{diag}(\boldsymbol{\Pi}_1^{-1}, i).$$

同理有

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_{ij11} & \boldsymbol{\Omega}_{ij21}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\Omega}_{ij31}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\Omega}_{ij21} & \boldsymbol{\Omega}_{ij22} & \boldsymbol{\Omega}_{ij32}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\Omega}_{ij31} & \boldsymbol{\Omega}_{ij32} & \boldsymbol{\Omega}_{ij33} \end{bmatrix} < \mathrm{diag}(\boldsymbol{\Pi}_1^{-\mathrm{T}}, I)Z_{ij}\,\mathrm{diag}(\boldsymbol{\Pi}_1^{-1}, I) + \mathrm{diag}(\boldsymbol{\Pi}_1^{-\mathrm{T}}, I)Z_{ij}^{\mathrm{T}}\,\mathrm{diag}(\boldsymbol{\Pi}_1^{-1}, I).$$

令

$$X_{ij} = \mathrm{diag}(\boldsymbol{\Pi}_1^{-\mathrm{T}}, I)Z_{ij}\,\mathrm{diag}(\boldsymbol{\Pi}_1^{-1}, I),\quad i,j = 1,2,\cdots,r.$$

用 $\mathrm{diag}(\boldsymbol{\Pi}_1^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{\Pi}_1^{\mathrm{T}})$, $\mathrm{diag}(\boldsymbol{\Pi}_1^{-1},\cdots,\boldsymbol{\Pi}_1^{-1})$ 分别左乘、右乘式(19),可以验证矩阵 $A_{ci}, B_{ci}, C_{ci}, P, X_{ij}$ 满足定理 2.因此,系统(1)在输出反馈控制器(4)的作用下是耗散的. □

因为对于每个固定的 $i = 1,2,\cdots,r$, A_{ci} 必须同时满足式(20)中 $j = 1,2,\cdots,r$ 的 r 个方程,尤其 r 比较大时这个条件太苛刻了,所以这里不直接解式(20)得到 $A_{ci}, i = 1,2,\cdots,r$,而是通过解定理 3 的 Step2 的线性矩阵不等式获得 $A_{ci}, i = 1,2,\cdots,r$.

4　数值仿真

考虑如下 T-S 模糊系统:

IF $x_1(t)$ is M_{1i}, THEN

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + M_i w(t), \\ y(t) = C_i x(t) + E_i w(t), \end{cases}\quad i = 1,2. \tag{21}$$

其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix},\ A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2.5 & -5 \end{bmatrix},$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1.5 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix},\ C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix},\ C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix},\ E_2 = \begin{bmatrix} 1.5 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix}.$$

其归一化的隶属函数为

$$\lambda_1(x_1(t)) = \frac{1 + \cos(x_1(t))}{2},$$

$$\lambda_2(x_1(t)) = \frac{1 - \cos(x_1(t))}{2}.$$

应用定理 3($\eta = 1$),在 Step1 得到下面的解:

$$X = \begin{bmatrix} 3.0475 & 0.9891 \\ 0.9891 & 4.1373 \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} 2.0199 & -0.7592 \\ -0.7592 & 3.2992 \end{bmatrix}.$$

设 $M = I$,由 $NM^{\mathrm{T}} = I - YX$,可得 N.

由 Step2 得到下面的解:

$$A_{c1}=\begin{bmatrix}-5.6579 & 2.8343\\ -10.3763 & -0.6574\end{bmatrix},$$

$$A_{c2}=\begin{bmatrix}-4.2006 & 1.9203\\ -6.8530 & -1.6040\end{bmatrix},$$

$$C_{c1}=[-3.0349\quad 0.3778],$$

$$C_{c2}=[-3.0693\quad 1.2813],$$

$$B_{c1}=\begin{bmatrix}-2.0539 & -0.6075\\ -1.0016 & -1.9030\end{bmatrix},$$

$$B_{c2}=\begin{bmatrix}-1.5396 & -0.7656\\ -1.2339 & -2.1270\end{bmatrix}.$$

5 结　　语

利用 Lyapunov 稳定性理论和 LMI 技术,给出了 T-S 模糊系统的一个有效的输出反馈耗散控制器的设计方法. 该方法充分考虑了模糊子系统之间的相互作用. 仿真例子说明了所提出的方法是可行的.

参考文献(References)

[1] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control[J]. IEEE Trans on SMC, 1985, 15(1): 116-132.

[2] Wang Y, Zhang Q L, Sun Z Q, et al. Analysis and design of discrete fuzzy system with fuzzy Lyapunov approach[J]. Acta Automatica Sinica, 2004, 30(2): 255-260.

[3] Liu X D, Zhang Q L. Approaches to quadratic stability conditions and H_∞ control designs for T-S fuzzy systems [J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2003, 11(6): 830-839.

[4] Chen B S, Tseng C S, Uang H J. Mixed H_2/H_∞ fuzzy output feedback control design for nonlinear dynamic systems: An LMI approach[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2000, 8(2): 249-265.

[5] Sing Kiong Nguang, Peng Shi. H_∞ fuzzy output feedback control design for nonlinear systems: An LMI approach[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2003, 11 (3): 331-340.

[6] Haddad W M, Bernstein D S, Wang Y W. Dissipative H_2/H_∞ controller synthesis [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1994, 39 (4): 827-831.

[7] Trentelman H L, Willems J C. Synthesis of dissipative systems using quadratic differential forms: Part II[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(1): 70 − 86.

[8] Willems J C, Trentelman H L. Synthesis of dissipative systems using quadratic differential forms: Part I[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(1): 53 − 69.

[9] Khalil H K. Nonlinear systems[M]. NJ: Prentice-Hall, 1996.

[10] Slotine J E, Li W. Applied nonlinear control[M]. NJ: Prentice-Hall, 1991.

[11] Huey-Jian Uang. On the dissipativity of nonlinear systems: Fuzzy control approach[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 156(2): 185-207.

(上接第 759 页)

[5] Shin H J, Cho S Z. Fast pattern selection for support vector classifiers[C]. Proc of 7th Pacific-Asia Conf on Knowledge Discovery and Data Mining. Berlin: Springer, 2003: 376-387.

[6] Koggalage R, Halgamuge S. Reducing the number of training samples for fast support vector machine classification[J]. Neural Information Processing-letters and Reviews, 2004, 2(3): 57-65.

[7] Lin K M, Lin C J. A study on reduced support vector machines[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2003, 14(6): 1449-1459.

[8] Vapnik V N. The nature of statistical learning theory [M]. New York: Springer-Verlag, 2000.

[9] 张莉. 支撑矢量机与核方法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2002.
(Zhang Li. Research on support vector machines and kernel methods[D]. Xi'an: Xidian University, 2002.)

[10] Han J, Kamber M. Data mining: Concepts and techniques[M]. San Francisco: Morgan Kaufmann, 2000.

[11] Eden W M Ma, Tommy Chow W S. A new shifting grid clustering algorithm[J]. Pattern Recognition, 2004, 37(3): 503-514.

[12] Gunn S R. Support vector machines for classification and regression [R]. Southampton: School of Electronics and Computer Science, University of Southampton, 1998.

[13] Ho T K, Kleinberg E K. Building projectable classifiers of arbitrary complexity[C]. Proc of 13th Int Conf on Pattern Recognition. Vienna, 1996: 880-885.

[14] Hsu C W, Chang C C, Lin C J. A practical guide to support vector classification [R]. Taipei: National Taiwan University, 2003.