

文章编号: 1001-0920(2007)08-0899-04

垂直起降飞机的全局轨迹跟踪控制

刘盛平¹, 陆震¹, 吴立成²

(1. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100083; 2. 清华大学 计算机科学与技术系, 北京 100084)

摘要: 研究垂直起降飞机在任意输入耦合作用下的轨迹跟踪控制问题. 垂直起降飞机是具有 3 个自由度、2 个控制输入的欠驱动系统. 首先通过控制输入和坐标变换, 使飞机的动力学方程变换成严格反馈形式; 然后基于后推法的思想推导出保证系统渐近收敛于参考轨迹的时变反馈控制规律. 该方法将系统分解为低阶子系统来处理, 利用中间虚拟控制变量和部分 Lyapunov 函数简化了控制器的设计. 仿真结果表明所设计的控制器是有效的.

关键词: 欠驱动; 垂直起降飞机; 后推法; 轨迹跟踪

中图分类号: V212.4 **文献标识码:** A

Global trajectory tracking control of VTOL aircraft

LIU Sheng-ping¹, LU Zhen¹, WU Li-cheng²

(1. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China; 2. Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China. Correspondent: LIU Sheng-ping, E-mail: liushengping@asee.buaa.edu.cn)

Abstract: The trajectory tracking control of a vertical take off and landing (VTOL) aircraft under any input coupling is considered. VTOL aircraft is an underactuated system with three degrees of freedom and two control inputs. By controlling input transformations, motion equations of the system are transformed into strict feedback form. A time-varying feedback control law is developed to force the aircraft system to asymptotically track a reference trajectory. The control development is based on the backstepping technique. The nonlinear system is broken down into low dimensional systems and the controller design is simplified by using virtual control inputs and partial Lyapunov functions. Simulation results show the effectiveness of the proposed control law.

Key words: Underactuated; VTOL aircraft; Backstepping; Trajectory tracking

1 引言

垂直起降(VTOL)飞机在未来战争中占有重要位置,因而受到人们的极大关注.但VTOL飞机是具有3个自由度、2个控制输入的欠驱动系统,这给其控制研究带来很大困难.已有的文献^[1-3]一般是通过近似输入-输出线性化方法来研究该系统的稳定性、位置控制以及输出跟踪问题,但在设计控制器时,都忽略了滚动力矩和横向加速度之间的耦合.而实际中,这些耦合是不可忽略的.文献[4-6]在考虑耦合的前提下,通过坐标变换,采用Lyapunov直接法设计出使飞机渐近稳定跟踪参考轨迹的控制器. Olfati-Saber^[7]通过坐标变换将系统的二阶子系统进行解耦,比较方便地研究了飞机的稳定性及其他控制问题. Maggiore^[8]研究了存在有界、不确定性干扰时,飞行器系统的稳定性问题.随着研究的深入,

人们给出了无人驾驶的VTOL飞机的设计规范^[9].

本文通过坐标和输入变换,将系统动力学方程变成一个严格反馈非线性系统,并利用目前流行的后推法^[10],设计了保证系统渐近收敛于给定轨迹的时变反馈控制规律的控制器.最后利用仿真结果证明了该控制器的有效性.

2 VTOL飞机简化动力学模型

研究如图1所示的在 (x, y) 平面运动的VTOL飞机.该系统具有3个自由度,却只有2个控制输入,是一个典型的欠驱动系统.设状态变量是飞行器质心的 x, y 位置和相对于 x 轴的角度.相应的速度分别为 $\dot{x}, \dot{y}, \dot{\theta}$.控制输入 u_1, u_2 是推力(直接从飞机的底部推动)和滚动力矩.根据文献[2],VTOL飞机的简化动力学模型可表示为

收稿日期: 2006-05-10; 修回日期: 2006-07-13.

基金项目: 国家自然科学基金项目(50375007, 50405002).

作者简介: 刘盛平(1978—),男,四川荣县人,博士生,从事机器人动力学、运动控制等研究;陆震(1942—),男,江苏无锡人,教授,博士生导师,从事机器人学、智能机械等研究.

$$\begin{cases} \ddot{x} = -u_1 \sin \theta + eu_2 \cos \theta, \\ \ddot{y} = u_1 \cos \theta + eu_2 \sin \theta - g, \\ \ddot{\theta} = u_2. \end{cases} \quad (1)$$

式中: $g > 0$ 是重力加速度, e 是刻画滚动力矩和横向加速度关系的系数. 注意, $e > 0$ 表示应用一个正力矩向左滚动, 产生了一个向右的加速度; 反之则产生一个向左的加速度. 以前的研究主要考虑 e 很小(弱耦合) 或者不存在的条件下 VTOL 飞机的控制问题, 而本文则考虑对任意 $e \neq 0$ 的控制研究.

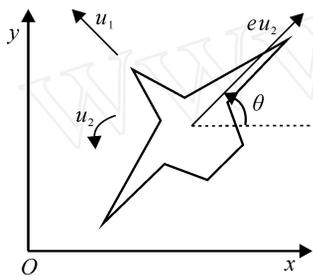


图1 VTOL 飞机坐标示意图

3 动力学方程变换

后推法实际上是一种由前往后递推的设计方法, 因此该方法要求系统结构为严格反馈非线性系统, 或经过变换可化为该种类型的非线性系统. 为此需要对式(1) 进行适当变换.

将可逆的控制输入变换

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ eu_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

代入式(1), 得

$$\begin{cases} \ddot{x} = v_1, \ddot{y} = v_2 - g, \\ \ddot{\theta} = v_2 \cos \theta + v_1 \sin \theta, \end{cases} \quad (3)$$

式中 v_1 和 v_2 是新的控制输入. 再令

$$\begin{aligned} x_c &= x - e \sin \theta, y_c = y + e \cos \theta, \\ v_1 &= (v_1 - e^{-2}) \sin \theta + ev_2 \cos \theta, \\ v_2 &= -(v_1 - e^{-2}) \cos \theta + ev_2 \sin \theta. \end{aligned} \quad (4)$$

将上面的坐标以及输入变换代入式(3) 得

$$\ddot{x}_c = v_1 \sin \theta, \ddot{y}_c = -v_1 \cos \theta - g, \ddot{\theta} = v_2. \quad (5)$$

最后设

$$\begin{aligned} x_1 &= x_c, x_2 = y_c, x_3 = \tan \theta, \\ v_1 &= f_1 \sec \theta, v_2 = f_2 \cos^2 \theta - 2v_2 \tan \theta, \end{aligned} \quad (6)$$

式中 $|f_1| < |f_2|/2$. 则式(5) 可进一步变为

$$\ddot{x}_1 = x_3 f_1, \ddot{x}_2 = -f_1 - g, \ddot{x}_3 = f_2, \quad (7)$$

式中 f_1 和 f_2 是新的控制输入.

令 $y = (y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6)^T$ 且

$$\begin{aligned} y_1 &= x_2, y_2 = \dot{x}_2, y_3 = x_1, \\ y_4 &= \dot{x}_1, y_5 = x_3, y_6 = \dot{x}_3. \end{aligned} \quad (8)$$

则式(7) 变成

$$\dot{y}_1 = y_2, \dot{y}_2 = -f_1 - g, \dot{y}_3 = y_4,$$

$$\dot{y}_4 = y_5 f_1, \dot{y}_5 = y_6, \dot{y}_6 = f_2. \quad (9)$$

4 轨迹跟踪问题描述

令 $y_d = (y_{1d}, y_{2d}, y_{3d}, y_{4d}, y_{5d}, y_{6d})^T$ 为需要跟踪的轨迹矢量, 且分别由下面方程产生:

$$\begin{aligned} \dot{y}_{1d} &= y_{2d}, \dot{y}_{2d} = -f_{1d} - g, \dot{y}_{3d} = y_{4d}, \\ \dot{y}_{4d} &= y_{5d} f_{1d}, \dot{y}_{5d} = y_{6d}, \dot{y}_{6d} = f_{2d}. \end{aligned} \quad (10)$$

式中: $f_d = (f_{1d}, f_{2d})^T (f_{1d} \neq 0)$ 为连续、时变、有界的参考控制输入; 跟踪误差矢量可表示为 $y_e = y - y_d$. 对误差矢量求导得到如下两个子系统:

$$\begin{cases} 1. \begin{cases} \dot{y}_{1e} = y_{2e}, \\ \dot{y}_{2e} = -(f_1 - f_{1d}); \\ \dot{y}_{3e} = y_{4e}, \\ \dot{y}_{4e} = y_{5e} f_1 + y_{5d} (f_1 - f_{1d}), \\ \dot{y}_{5e} = y_{6e}, \\ \dot{y}_{6e} = f_2 - f_{2d}. \end{cases} \\ 2. \end{cases} \quad (11)$$

于是, VTOL 飞机的轨迹跟踪问题为: 在初始跟踪误差 $y_e(0) = y(0) - y_d(0)$ 下, 设计适当的连续时变状态反馈控制器 $f_1 = f_1(t, y), f_2 = f_2(t, y)$, 使飞行器系统稳定地沿着设定的轨迹(10) 运动.

5 非线性跟踪控制

5.1 控制器设计

本文希望获得一个使得非线性系统(11) 渐近稳定的控制规律.

显然式(11) 中的 1 是一个线性可控子系统, 故通过控制规律

$$f_1 = f_{1d} + k_1 (y_{2e} + k_2 y_{1e}) + k_2 y_{2e} \quad (12)$$

就能使 $y_{1e} \rightarrow 0, y_{2e} \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$. 式中 $k_1 > k_2 > 0$ 是常数控制增益.

将式(12) 代入子系统 1 得

$$f_1 = f_{1d} + C_{k_1} e^{-k_1 t} - C_{k_2} e^{-k_2 t}. \quad (13)$$

式中

$$\begin{cases} C_{k_1} = \frac{k_1^2 k_2 y_{1e}(0) + k_1^2 y_{2e}(0)}{k_1 - k_2}, \\ C_{k_2} = \frac{k_2^2 k_1 y_{1e}(0) + k_2^2 y_{2e}(0)}{k_1 - k_2}. \end{cases} \quad (14)$$

但在子系统 2 稳定趋近于原点之前, 如果 $f_1 = 0$, 则 2 子系统中控制输入 f_2 就成为奇异的. 因此在子系统 2 的控制器设计过程中, 需注意避免出现这个问题.

根据式(11) 中 2 子系统的的形式, 下面采用后推法推导出使其渐近稳定的控制规律 f_2 .

首先利用虚拟控制, 定义 4 个误差变量

$$\begin{cases} z_1 = y_{3e}, \\ z_2 = y_{4e} - \alpha_1 (y_{3e}), \\ z_3 = y_{5e} - \alpha_2 (y_{3e}, y_{4e}), \\ z_4 = y_{6e} - \alpha_3 (y_{3e}, y_{4e}, y_{5e}), \end{cases} \quad (15)$$

式中 x_1, x_2 和 x_3 为待定的虚拟控制. 下面在每一步构造一个李雅普诺夫函数, 使得每一状态分量具有适当的渐近特性. 式 (15) 本质上为一微分同胚, 因此为镇定原系统 Σ_2 , 只需要镇定原系统状态与虚拟反馈间的误差即可.

第 1 步: 对 x_1 关于时间求导一次得

$$\dot{x}_1 = y_{4e} = -k_3 x_1 + k_3 y_{3e} + y_{4e}, \quad (16)$$

式中 $k_3 > k_1 > 0$ 为增益常数. 取 $x_1 = -k_3 y_{3e}$, 并定义 $V_1 = \frac{1}{2} x_1^2$, 则

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -k_3 x_1 + y_{4e}, \\ \dot{x}_2 = y_{5e} f_1 + y_{5d} (f_1 - f_{1d}) - \dot{x}_1, \\ \dot{V}_1 = -k_3 x_1^2 + x_1 y_{4e}. \end{cases} \quad (17)$$

显然, 如果 $y_{4e} = 0$, 则由式 (17) 知 $x_1 = 0 (t \rightarrow +\infty)$. 但一般 $y_{4e} \neq 0$, 为此, 在下一步设计中引入虚拟控制 x_2 , 使得其误差 x_2 具有期望的渐近性态.

第 2 步: 定义 $V_2 = V_1 + \frac{1}{2} x_2^2$, 取

$$x_2 = [\dot{x}_1 - x_1 - k_4 x_2 - y_{5d} (f_1 - f_{1d})] / f_1,$$

式中 $k_4 > k_1 > 0$ 为增益常数. 则

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -k_3 x_1 + y_{4e}, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - k_4 x_2 + f_1 x_3, \\ \dot{x}_3 = y_{6e} - x_2, \\ \dot{V}_2 = -k_3 x_1^2 - k_4 x_2^2 + f_1 x_2 x_3. \end{cases} \quad (18)$$

如果 $y_{6e} = 0$, 则由式 (18) 知 $x_1, x_2 = 0 (t \rightarrow +\infty)$. 但一般 $y_{6e} \neq 0$, 因此在下一步引入虚拟控制 x_3 , 使误差 x_3 具有期望的渐近性态.

第 3 步: 取 $x_3 = \dot{x}_2 - x_2 f_1 - k_5 x_3$, 并定义 $V_3 =$

$V_2 + \frac{1}{2} x_3^2$, 式中 $k_5 > k_1 > 0$ 为增益常数. 则

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -k_3 x_1 + y_{4e}, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - k_4 x_2 + f_1 x_3, \\ \dot{x}_3 = -f_1 x_2 - k_5 x_3 + y_{6e}, \\ \dot{x}_4 = f_2 - f_{2d} - x_3, \\ \dot{V}_3 = -k_3 x_1^2 - k_4 x_2^2 - k_5 x_3^2 + x_3 x_4. \end{cases} \quad (19)$$

如果 $y_{6e} = 0$, 则由式 (19) 知 $x_1, x_2, x_3 = 0 (t \rightarrow +\infty)$. 一般 $y_{6e} \neq 0$, 可以通过选取适当的控制 f_2 使误差 x_4 具有期望的渐近性态. 为此进行最后一步设计.

最后一步: 定义 $V_4 = V_3 + \frac{1}{2} x_4^2$, 选取反馈控制

规律 $f_2 = f_{2d} + x_3 - x_3 - k_6 x_4$, 式中 $k_6 > k_1 > 0$ 为增益常数. 则

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -k_3 x_1 + y_{4e}, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - k_4 x_2 + f_1 x_3, \\ \dot{x}_3 = -f_1 x_2 - k_5 x_3 + y_{6e}, \\ \dot{x}_4 = -x_3 - k_6 x_4, \\ \dot{V}_4 = -k_3 x_1^2 - k_4 x_2^2 - k_5 x_3^2 - k_6 x_4^2. \end{cases} \quad (20)$$

由上式知 $x_1, x_2, x_3, x_4 = 0 (t \rightarrow +\infty)$.

根据 $f_d = (f_{1d}, f_{2d})^T$ 的有界性, 以及 f_1, f_2 定义知控制规律 f_1, f_2 是有界的; 从第 3 节中的同胚变换中可知输入 u_1, u_2 也是有界输入.

5.2 稳定性分析

下面证明在控制规律 f_2 作用下, 系统 Σ_2 在原点的稳定性.

证明 从式 (20) 显然得到

$$V_4(t) = \frac{1}{2} x^T x, \quad (21)$$

$$\dot{V}_4(t) = -k x^T x, \quad (22)$$

式中: $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T, k = \min(k_3, k_4, k_5, k_6)$.

根据李雅普诺夫指数稳定性定理有

$$|x(t)|^2 \leq e^{-2kt} |x(0)|^2.$$

上式两端开平方, 得

$$|x(t)| \leq e^{-kt} |x(0)|. \quad (23)$$

从式 (23) 得 $|x_i(t)| \leq e^{-kt} |x_i(0)| (i = 1, 2, 3, 4)$, 即 x_1, x_2, x_3, x_4 指数渐近趋近于原点. 于是 $y_{3e} = 0, y_{4e} = 0, y_{5e} = 0, y_{6e} = 0 (t \rightarrow +\infty)$. 要使 $y_{4e}, y_{5e}, y_{6e} = 0 (t \rightarrow +\infty)$, 只需 $x_1, x_2, x_3 = 0 (t \rightarrow +\infty)$.

从 5.1 节可以看出, 由虚拟控制输入 x_1 的定义以及 $|x_i(t)| \leq e^{-kt} |x_i(0)|$ 显然指数渐近稳定于原点, 因此其导数 \dot{x}_1 也是指数渐近稳定于原点的. 由于 $k > k_1$, 利用式 (13) 和 f_{1d} 在第 4 节的定义, 从 x_2 的定义也可以看出其显然是指数渐近稳定于原点, 故而其导数 \dot{x}_2 也指数渐近稳定于原点. 因为 x_2, x_3 指数渐近稳定于原点, 所以 x_3 也是指数渐近趋近于原点的. 这样就证明了 $y_{3e}, y_{4e}, y_{5e}, y_{6e} = 0 (t \rightarrow +\infty)$, 原系统 Σ_2 指数渐近稳定于原点.

综上, 在控制规律 $f_2 = f_{2d} + x_3 - x_3 - k_6 x_4, f_1 = f_{1d} + k_1 (y_{2e} + k_2 y_{1e}) + k_2 y_{2e}$ 以及给定的虚拟控制 x_1, x_2, x_3 作用下, 系统 Σ_2, Σ_1 是指数渐近稳定的.

6 仿真结果

本文对图 1 所示的模型进行数值仿真, 以验证所设计控制器的有效性.

设耦合系数为 $e = 1.0$, 增益系数 $k_1 = 2, k_2 = 1, k_3 = 3, k_4 = k_5 = k_6 = 4, g = 10.0 (\text{ms}^{-2})$. 假设参考控制输入 $u_{1d} = 10 + \sin t, u_{2d} = 0$, 对应的参考轨迹为 $\dot{x}_d = 1, \dot{y}_d = -\cos t, \dot{z}_d = 0, x_d = t, y_d = 10 - \sin t, z_d = 0$. 设系统 (11) 的误差矢量初始值为 $y_e(0) = (1.5, -2, 0.8, -1.8, -0.1, -0.329)^T$, 上式单位均为国际单位.

数值仿真结果如图 2 所示, 其中: (a), (b), (c) 表示在控制输入作用下, 飞机实际位置轨迹收敛于参考位置轨迹; (d), (e), (f) 表示飞机的实际速度轨迹收敛于参考速度轨迹. 图中, 实线代表实际轨迹,

虚线代表参考轨迹. 由图可知, 在本文设计的控制器作用下, 系统的跟踪误差能够快速收敛, 具有良好的全局稳定性.

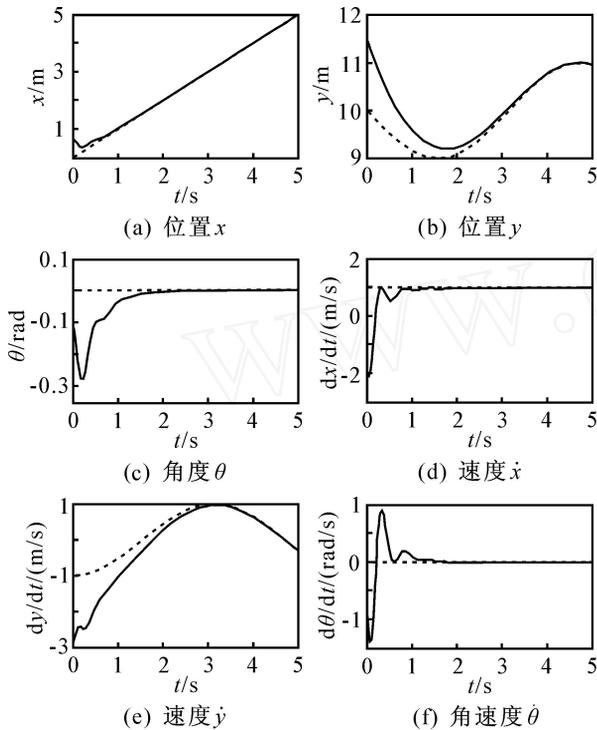


图2 实际轨迹与参考轨迹比较

7 结 语

本文对 3 个自由度、2 个控制输入的欠驱动 VTOL 飞机在具有各种耦合作用下的轨迹跟踪问题进行了研究. 采用后推法推导出保证系统渐近收敛于给定轨迹的时变反馈控制规律. 与文献[6,7]相比, 该方法不仅能使系统在任意两个位置之间运动, 而且能够实时跟踪给定的运动轨迹, 控制器设计简单、直观. 同时仿真例子证明了该方法的有效性.

本文针对的是无干扰情况下飞机的轨迹控制问题, 对于存在不确定干扰的情况, 还需进一步探讨.

参考文献(References)

[1] Hauser J, Sastry S, Meyer G. Nonlinear control design

for slightly nonminimum phase systems: Application to V/STOL Aircraft[J]. Automatica, 1992, 28(4): 665-679.

[2] Martin P, Devasia S, Paden B. A different look at output tracking: Control of a VTOL aircraft [J]. Automatica, 1996, 32(1): 101-107.

[3] Huang C S, Yuan K. Output tracking of a nonlinear non-minimum phase PV TOL aircraft based on nonlinear state feedback[J]. Int J of Control, 2002, 75(6): 466-473.

[4] Do K D, Jiang Z P, Pan J. On global tracking control of a VTOL aircraft without velocity measurements [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(12): 2212-2217.

[5] Do K D, Jiang Z P, Pan J. Global output-feedback tracking control of a VTOL aircraft [C]. Proc of the 42th IEEE Conf on Decision and Control. Hawaii: IEEE Society, 2003: 4914-4919.

[6] Setlur P, Dawson D, Fang Y, et al. Nonlinear tracking control of the VTOL aircraft [C]. Proc of the 40th IEEE Conf on Decision and Control. Orlando: IEEE Society, 2001: 4592-4597.

[7] Olfati-Saber R. Global configuration stabilization for the VTOL aircraft with strong input coupling [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(11): 1949-1952.

[8] Maggiore M, Consolini L. Robust output tracking: The VTOL aircraft example [C]. Proc of the 41st IEEE Conf on Decision and Control. Las Vegas: IEEE Society, 2002: 1251-1256.

[9] Spanoudakis P, Tsourveloudis N C, Valavanis K P. Design specifications for an unmanned VTOL [C]. Proc of the 2004 IEEE Int Conf on Robotics and Automation. New Orleans: IEEE Society, 2004: 3616-3621.

[10] Kristic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic. Nonlinear and adaptive control design [M]. New York: Wiley, 1995.

下 期 要 目

计算智能方法优化设计模糊控制系统:现状与展望	罗 熊, 孙增圻
平台产品特性对供应延迟策略的影响	肖凡平, 唐小我
一种多周期随机需求生产/库存控制方法	施文武, 等
基于竞争-协作式信息交互的并行混沌优化算法研究	袁小芳, 等
T-S 模糊系统 H_2/H_∞ 混合控制器设计的 LMI 方法	刘国义, 等
损失约束下多产品报童问题的求解方法研究	周艳菊, 等