

文章编号: 1001-0920(2007)08-0903-04

## 基于批量模糊学习矢量量化的模糊系统辨识

于 龙, 肖 建, 白裔峰

(西南交通大学 电气工程学院, 成都 610031)

**摘 要:** 提出一种基于批量模糊学习矢量量化的模糊系统辨识方法. 首先通过优化方法自动调整模糊指数, 使所得到的模糊规则前件隶属度函数与聚类规则得到的隶属度函数相比具有较好的可解释性; 然后针对模糊系统可解释性与精度之间的困境问题, 为保证参数的可理解性, 利用带约束的非线性优化方法调整后件参数, 并用调整参数的界评估因优化造成参数恶化的程度. 仿真实验表明, 利用该方法得到的模糊系统模型具有较高的透明度, 满足合理的精度.

**关键词:** 模糊系统辨识; 批量模糊学习矢量量化; 可解释性

**中图分类号:** TP273.4 **文献标识码:** A

## Identification of fuzzy systems based on batch fuzzy learn vector quantization

YU Long, XIAO Jian, BAI Yi-feng

(School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China. Correspondent: YU Long, E-mail: yulong.swjtu@163.com)

**Abstract:** An approach to identification of fuzzy system is proposed based on batch fuzzy learn vector quantization to fuzzy modeling. Optimization algorithm is employed to tune the weighting exponent which determines the fuzziness, so that the resulting membership functions are more interpretable than those derived by fuzzy clustering. By considering the dilemma between interpretability and approximation, constrained nonlinear optimization is applied to maintain the interpretation of consequent parameters during tuning. The constraints are implemented by means of limit bounds on updating parameters in order to evaluate the deterioration. Simulation results show that the fuzzy model generated by the proposed method is transparent and reasonably accurate.

**Key words:** Identification of fuzzy system; Batch fuzzy learn vector quantization; Interpretability

### 1 引 言

目前模糊系统辨识大多是在基于人为预定的模糊系统结构下进行参数辨识算法研究, 这些方法往往是以恶化模糊规则可解释性为代价, 通过调节模糊前后件参数来提高系统辨识精度, 这种情况通常称为可解释性与精度之间的困境<sup>[1]</sup>. 解决这个问题的关键在于选择合适的模糊系统结构辨识方法, 从而找到优化的模糊系统结构.

近年来, 模式识别等数据分析技术被广泛应用于模糊系统辨识, 其中利用模糊聚类和自组织神经网络进行模糊系统辨识取得了一些成就<sup>[1, 2]</sup>. 通过模糊聚类规则得到的模糊系统容易理解且具有较高的透明度, 但最初得到的多维模糊集合很难理解. 为

提高系统的逼近精度, 常常采用非线性优化技术对模糊系统的参数进行调整, 但这样可能会导致模糊系统参数的恶化, 使模糊规则失去最初的含义<sup>[3]</sup>. 而利用自组织神经网络虽然也可得到优化的模糊系统结构, 但其本质仍是硬竞争学习, 使得到的模糊规则可解释性下降.

由于模糊结构辨识最重要的就是如何模糊划分输入空间, 本文提出一种基于批量模糊学习矢量量化的模糊系统辨识方法, 通过优化调整模糊指数  $m$ , 使得到的模糊系统的前件模糊隶属度函数在模糊划分空间的同时具有较好的可解释性, 然后利用约束的非线性优化方法来调整模糊系统的后件参数, 以保证模糊系统后件参数的可解释性. 通过仿真

收稿日期: 2006-04-18; 修回日期: 2006-09-05.

基金项目: 四川省应用基础研究基金项目(05JY029-006-4).

作者简介: 于龙(1980—), 男, 沈阳人, 博士生, 从事模糊系统辨识、智能控制等研究; 肖建(1950—), 男, 湖南衡阳人, 教授, 博士生导师, 从事计算机控制、鲁棒控制等研究.

实验得到了较为满意的结果.

## 2 问题的提出

传统的基于模糊聚类规则建模的方法,通常在输入输出空间聚类,得到输入输出空间的模糊划分矩阵  $U$  和类的中心  $v$ ,然后利用  $U$  和  $v$  中所包含的信息进行模糊系统辨识.模糊划分矩阵又可理解为模糊等价关系矩阵<sup>[4]</sup>

$$u_{ik} = \tilde{E}(z_k, v_i). \quad (1)$$

其中:  $u_{ik}$  为  $U$  中的元素,  $\tilde{E}$  表示模糊等价关系,  $z_k = (x_k, y_k)$  为第  $k$  个输入输出数据对构成的向量,  $v_i$  为第  $i$  类的中心,  $1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq n$ . 这种模糊等价关系描述的是  $z_k$  属于  $v_i$  的隶属度. 于是模糊集合的概念被用来描述这种模糊等价关系,模糊集合的隶属度函数为  $u_{ik}$ ,且是多维的、逐点的. 令  $z_k = z$ ,逐点的隶属度函数便可表示为连续的隶属度函数  $u_i = \tilde{E}(z, v_i)$ .

在模糊聚类规则中,通常采用下面形式的模糊隶属度函数来表达模糊关系:

$$u_{ik} = \frac{1}{c \prod_{j=1}^c (D_{ik}/D_{jk})^{2/(m-1)}}. \quad (2)$$

其中:  $D$  为距离测度(模糊聚类规则(FCM)和 Gustafson-Kessel(GK)采用不同的距离测度<sup>[5]</sup>),  $m$  为模糊指数,  $u_{ik}$  为模糊指数  $m$  的函数. 这种隶属度函数的形式是使得聚类规则目标函数获得极小点的必要条件;同时在自组织神经网络中,它也是竞争函数形式的体现. 但它是绝对隶属度函数,表达的模糊关系所对应的模糊集合是非凸的且难于理解. 为解决这一问题,通常有两种方法:1) 利用模糊聚类规则得到  $u_{ik}$  后,用可以理解的带有参数的隶属度函数拟合式(2)<sup>[5]</sup>,这样可能导致较大的拟合误差;2) 直接在模糊聚类迭代算法中采用可以理解的模糊隶属度函数. 文献[6]提出采用一种超圆锥隶属度函数代替式(2),然后用 AO(alternating optimization) 规则优化,抛弃了目标函数模型,这样可能会使模糊聚类规则没有最优划分的输入输出空间.

$m$  在模糊聚类规则中控制着隶属度函数的模糊程度,对模糊聚类结果的影响很大<sup>[7]</sup>. 一般都是预先指定  $m$ ,如  $m = 2$ . 但是如何正确地选择  $m$ ,一直是人们所关心的问题. 考虑到模糊等价关系的可解释性,本文提出一种新的批量模糊学习矢量量化的聚类算法进行模糊系统辨识. 在算法迭代过程中优化选择  $m$ ,使得到的模糊隶属度函数与用户定义的带有参数的隶属度函数有较小的拟合误差,这样式(2)定义的隶属度函数的可解释性得到增强.

## 3 模糊系统辨识

在利用模糊聚类规则进行模糊系统辨识的过程中,首先在模糊聚类规则中预先给定  $m$ ,隶属度函数  $u_{ik}$  如式(2)所示,得到模糊划分矩阵,再利用投影定理或概率方法分别计算前件和后件的隶属度函数<sup>[1]</sup>,这样得到的隶属度函数都是逐点的. 为使得到的模糊模型具有较好的推广性能,通常采用用户定义的带有参数的隶属度函数拟合前件和后件的隶属度函数,如高斯型的隶属度函数

$$\mu_i(x) = e^{-x \cdot v_i^x / 2}, \quad (3a)$$

$$\mu_i(y) = e^{-y \cdot v_i^y / 2}. \quad (3b)$$

本文取  $c = 2$  范数,则前件多维的高斯隶属度函数可表示为各输入变量隶属度函数的乘积,从而解决了重构误差的问题<sup>[1]</sup>. 这样式(3a)和(3b)就分别代表模糊规则前件模糊集合  $A_i$  和后件模糊集合  $B_i$  的隶属度函数,最后利用式(3)构造模糊系统为

$$\hat{y} = \frac{\prod_{i=1}^c \mu_i(x) b_i / \prod_{i=1}^c \mu_i(x)}{\prod_{i=1}^c \mu_i(x)}. \quad (4)$$

令  $\mu_i(x) / \prod_{i=1}^c \mu_i(x) = \phi_i(x)$ ,  $(x) = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_c]$  为模糊基向量,  $b = [b_1, b_2, \dots, b_c]^T$  为后件参数向量,式(4)可简化为

$$\hat{y} = (x) b, \quad (5)$$

其中  $b_i$  为模糊集合  $B_i$  的解模糊值. 如采用 MOM(mean of maxima) 方法,则

$$b_i = \text{mean}(y / \mu_i(y) = \max_y \mu_i(y)). \quad (6)$$

式(5)可以作为模糊系统的最初模型,所表达的模糊规则如下:

$$\text{Rule}_i: \text{if } x \text{ is } A_i \text{ then } y \text{ is } B_i, i = 1, \dots, c. \quad (7)$$

通常认为这种模糊系统的最初模型具有较高的透明度,可解释性较强,但逼近精度较低,所以利用非线性的优化技术,如遗传算法、最小二乘算法等来调整参数以提高系统的精度,这一过程称为参数调整. 为方便起见,考虑优化下面目标函数:

$$\min_b \left\{ J_s = \frac{1}{2} \| y - (x) b \|^2 \right\}, \quad (8)$$

$J_s$  可理解为模糊模型的逼近误差. 在优化过程中,参数调整幅度可能会很大,使后件参数的可理解性丧失,模糊规则失去最初的含义. 为此,加入下面的约束条件:

$$b - b \leq b \leq b + b. \quad (9)$$

其中:  $b$  为最初模糊系统模型后件模糊集合的解模糊值,  $b$  为利用非线性优化技术得到的模糊系统后件参数估计值,  $b$  则表示参数可理解性的丧失程度,即参数的恶化程度. 在目标函数(8)和约束条件(9)中,约束条件  $b$  越小,最终优化的参数可理解

性丧失就越小, (x) 则包含了模糊规则前件的所有信息, 不同的前件空间模糊划分将导致不同的 (x).

### 4 批量模糊学习矢量量化的模糊系统辨识方法

批量模糊学习矢量量化 (FLVQ) 是扩展的 FLVQ 族, 具有如下形式<sup>[8]</sup>:

$$v_{i,l} = v_{i,l-1} + \alpha_{i,l} \sum_{k=1}^n u_{ik} (z_k - v_{i,l-1}), \quad (10)$$

其中

$$u_{ik,l} = \frac{m}{c} \left[ \frac{z_k - v_{i,l-1}}{z_k - v_{j,l-1}} \right]^{1/(m-1)}, \quad (11)$$

$l$  为迭代次数,  $1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq n$ . 文献[8]指出, 通过对  $m$  和  $\alpha_{i,l}$  的限制, batch FLVQ 便简化成 FCM 和 FLVQ. 值得注意的是, FLVQ 并没有最小化某个特定的目标函数, 而是通过模糊指数  $m$  的下降机制, 由软竞争学习过渡到硬竞争学习, 学习率的分布宽度随着时间而减少, 最终满足迭代算法的终止条件<sup>[9]</sup>. 基于这一思想, 本文提出一种新的批量模糊学习矢量量化规则用于模糊系统辨识.

首先, 在 batch FLVQ 的迭代过程中, 通过优化下面的目标函数自动调整模糊指数  $m$ :

$$\min_{(m, \alpha)} J = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^c \left( u_{ik} - e^{-\left(\frac{z_k - v_i}{\alpha}\right)^2} \right)^2, \quad (11)$$

其中  $u_{ik}$  为式(2). 对于式(11) 的优化问题采用拟牛顿法, 批量模糊学习矢量量化的学习率分布宽度随着每次迭代过程中  $m$  的不同而变化, 整个学习过程都采用软竞争的学习模式, 使隶属度函数  $u_{ik}$  在形状上更加符合用户期望的隶属度函数, 也使最终得到的模糊划分矩阵所表达的模糊关系具有更高的可解释性.

其次, 为保证迭代算法满足终止条件, 定义  $\alpha_{i,l}$  有如下形式:

$$\alpha_{i,l} = 1 / \left( l + \sum_{k=1}^n u_{ik,l} \right), \quad (12)$$

其中  $l$  为迭代次数. 容易证明  $\lim_{l \rightarrow \infty} \alpha_{i,l} = 0$ .

算法步骤如下:

1) 给定数据集  $Z$ , 迭代次数  $N$ , 聚类数目  $c$ , 模糊指数的初值  $m_0$ , 终止误差  $\epsilon$ , 随机初始化模糊划分矩阵及类的初始中心, 令迭代次数  $l = 1$ ;

2)  $l = l + 1$ ;

3) 用拟牛顿法优化目标函数(11), 得到优化后的模糊指数  $m_l$ ;

4) 更新模糊划分矩阵  $U$

$$u_{ik} = \frac{1}{c \sum_{j=1}^c (D_{ik} / D_{jk})^{2/(m_l-1)}},$$

其中  $D_{ik}$  为用户定义的距离测度;

5) 计算类的中心

$$v_{i,l} = v_{i,l-1} + \alpha_{i,l} \sum_{k=1}^n u_{ik,l}^m (z_k - v_{i,l-1}),$$

其中  $\alpha_{i,l}$  为式(12) 的定义;

6) 判断终止条件, 如果  $l < N$  或  $U_l - U_{l-1} < \epsilon$ , 转 2), 否则结束.

### 5 仿真分析

考虑非线性系统

$$z = (1 + x^{-2} + y^{-1.5})^2, \quad 1 \leq x, y \leq 5, \quad (13)$$

输入为  $x, y$ , 输出为  $z$ , 1 681 个数据对被用于模糊系统的辨识. 对于模糊规则数目, 可根据类的验证准则选择最优的类数目<sup>[10]</sup>, 即最优规则数. 本文令  $c = 5$ , 分别利用 FCM, GK 及本文方法在输入输出空间进行模糊划分,  $N = 150, \epsilon = 10^{-3}$  (本文方法  $u_{ik}$  分别采用 FCM 和 GK 的隶属度函数形式, 即 M-FCM 和 M-GK). 然后用概率方法计算模糊规则前件的隶属

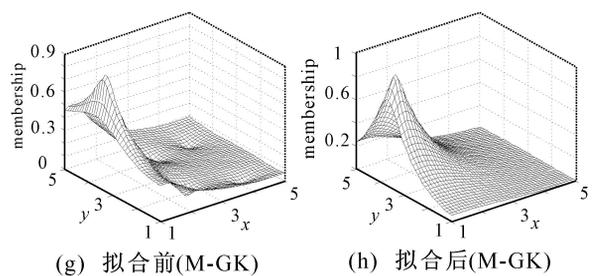
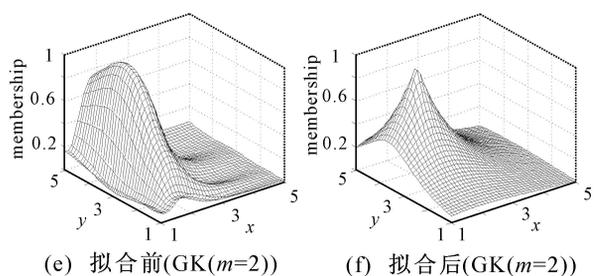
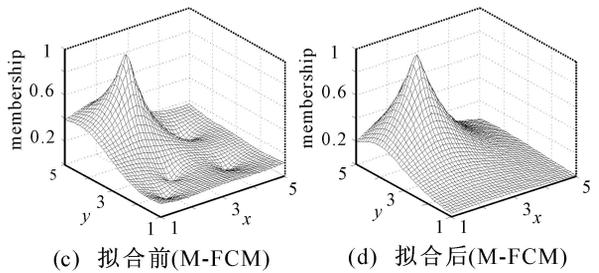
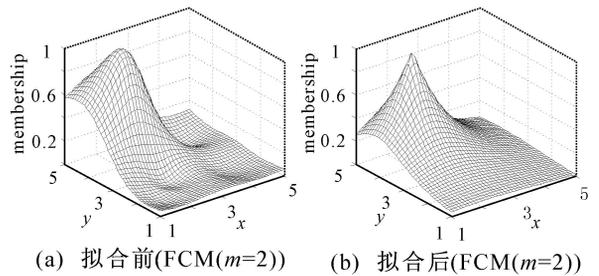


图 1 隶属度函数及其对应拟合的高斯隶属度函数

度函数. 图1为上述方法得到的其中一条模糊规则的前件2维隶属度函数及其拟合的高斯隶属度函数.

由图可见, M-FCM和M-GK得到的隶属度函数在形状上更加符合用户期望的高斯隶属度函数. 这说明输入空间模糊划分矩阵所表达的模糊关系具有较强的可解释性, 而且不用预先指定 $m$ .

表1和表2给出了FCM和GK在不同 $m$ 下的隶属度函数及其对应拟合的高斯隶属度函数的拟合误差以及本文方法得到的拟合误差. 可以看出, 最优的 $m$ 使本文方法的拟合误差最小.

表1 不同模糊指数 $m$ 的FCM及M-FCM的隶属度函数拟合误差 $J$

	FCM					M-FCM	
	2	2.3	2.5	2.7	3	5	
$m$	2	2.3	2.5	2.7	3	5	2.668 1
$J$	90.535	45.7	36.417	36.65	46.576	135.14	36.196

表2 不同模糊指数 $m$ 的GK及M-GK的隶属度函数拟合误差 $J$

	GK					M-GK	
	2	3	3.1	3.3	3.5	5	
$m$	2	3	3.1	3.3	3.5	5	3.190 7
$J$	236.36	57.595	55.234	55.681	62.156	173.4	42.878

利用第3节的方法进行模糊系统辨识, 得到的模糊系统作为最初模糊系统模型. 采用均方误差指标评估模糊系统的逼近性能, 如表3所示.

表3 最初模糊系统模型的均方误差

	FCM	M-FCM	GK	M-GK
MSE	0.747 5	0.765 7	0.771 6	0.802 8

本文方法在兼顾隶属度函数可解释性的同时, 使得最初模糊系统模型的逼近精度有所下降. 为了提高模糊系统的精度, 可牺牲参数的可解释性, 使 $b$ 在0~2之间变化. 利用带约束的最小二乘的方法优化目标函数(8), 图2给出了在不同的前件空间模糊划分下, 参数恶化程度与模糊模型均方误差的关系曲线.

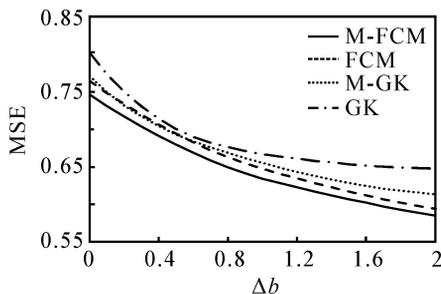


图2 参数恶化程度与模糊模型均方误差关系曲线

图2的函数关系用函数 $F_{MSE}(b)$ 描述, 容易看出, 随着参数可解释性的下降, 模糊模型的均方误差在减小. 可用 $-dF_{MSE}(b)/db$ 来表示模糊模型均

方误差对参数可解释性的灵敏度, 这种灵敏度可理解为参数恶化程度对模型精度的影响. 图2中的虚线、实线、点划线及点线分别表示FCM, M-FCM, GK及M-GK得到的模糊模型均方误差与参数恶化程度曲线. 由图可见, 本文方法得到的模糊模型均方误差稍差, 但它保证了最初的模糊隶属度函数的可解释性; FCM和M-FCM的模糊模型均方误差对参数可解释性的灵敏度相当; 与GK相比, M-GK在 $b > 0.7$ 时, 模糊模型均方误差对参数可解释性的灵敏度变小. 因此, 可根据图3设计模糊系统, 在用户可理解的范围内选择适当的 $b$ 以及前件空间的模糊划分方法并考虑灵敏度, 使模糊系统模型满足一定的精度要求, 同时又具有可解释性.

## 6 结 语

模糊系统可解释性与精度之间的困境是难以解决的问题. 本文提出一种基于批量模糊学习矢量量化的模糊系统辨识方法, 考虑到聚类规则中隶属度函数的可解释性, 本文方法优化调整模糊指数, 使得到的模糊隶属度函数描述的模糊集合更加符合人们通常理解的凸的模糊集合. 通过仿真实验分析了不同的前件空间模糊划分方法与模糊模型的逼近精度以及参数可理解性的关系. 指出用户可根据参数恶化程度与模糊模型均方误差关系曲线, 来选择辨识模糊系统模型的方法, 达到兼顾模糊系统模型的精度与可理解性的要求.

## 参考文献(References)

- [1] Babuska R. Fuzzy modeling for control [M]. Norwell Massachusetts: Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [2] 肖建, 白裔峰, 于龙. 模糊系统结构辨识综述[J]. 西南交通大学学报, 2006, 41(2): 135-144.  
(Xiao Jian, Bai Yi-feng, Yu Long. Survey of fuzzy system structure identification [J]. J of Southwest Jiaotong University, 2006, 41(2): 135-144.)
- [3] Yen J, Liang W, Gillespie C W. Improving the interpretability of TSK fuzzy models by combining global learning and local learning [J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1998, 6(4): 530-537.
- [4] Wolkenhauer O. Data engineering: Fuzzy mathematics in systems theory and data analysis [M]. New York: John Wiley & Sons, 2001.
- [5] Hoppner F, Klawonn F. Fuzzy cluster analysis [M]. New York: John Wiley & Sons, 1999.
- [6] Runkler T A, Bezdek J C. Alternating cluster estimation: A new tool for clustering and function approximation [J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1999, 7(4): 377-393.

(下转第911页)

### 5 数值算例

给定不确定离散广义系统中各参数矩阵为

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 6 & -7 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}, A_d = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0.7 & 0.8 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ 8 & -5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}, H_1 = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix},$$

$$S_1 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.4 \end{bmatrix}, C = [4 \quad 10], D = 5,$$

$$E_1 = [0.7 \quad -0.01], E_2 = [0.2 \quad 0.3],$$

$$E_3 = [0.5 \quad 3], \bar{h}_1 = 4, T_1 = [0.5 \quad 0.5].$$

根据定理 3, 利用 Matlab 中 LMI 工具箱可求得控制律为

$$u(k) = (K + K) x(k),$$

$$K = S_1 F_1 T_1, F_1^T F_1 = I,$$

其中

$$K = \pm \begin{bmatrix} 0.811 & 2 & 0 \\ 0 & 0.811 & 2 \end{bmatrix}.$$

### 6 结 论

本文研究不确定离散时滞广义系统时滞相关鲁棒严格无源, 渐近稳定性以及相关的非脆弱控制问题. 首先利用线性矩阵不等式并引入自由权矩阵, 分析了离散广义系统时滞相关严格无源以及渐近稳定性的条件; 然后讨论了不确定离散广义系统的时滞相关鲁棒严格无源及渐近稳定性; 最后分别针对控制输入向量维数等于和小于状态向量维数两种情况, 讨论了具有加性非脆弱反馈控制设计使得闭环系统满足相应性能, 同时给出了控制器的构造方法.

### 参考文献(References)

[1] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.  
(Yu Li. Robust control — The processing method for linear matrix inequalities [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)

[2] Moon Y S, Park P, Kwon W H, et al. Delay-dependent robust stabilization of uncertain state-delayed systems [J]. Int J of Control, 2001, 74(14): 1447-1455.

[3] Fridman E, Shaked U. An improved stabilization method for linear time-delay systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(11): 1931-1937.

[4] Wu M, He Y, She J H, et al. Delay-dependent criteria for robust stability of time-varying delay systems [J]. Automatica, 2004, 40(8): 1435-1439.

[5] Gao H, Lam J, Wang C, et al. Delay-dependent output-feedback stabilization of discrete-time systems with time-varying state delay [J]. IEE Proc: Control Theory and Applications, 2004, 151(6): 691-698.

[6] Boukas E K, Liu Z K. Delay-dependent stability analysis of singular linear continuous-time system [J]. IEE Proc: Control Theory and Applications, 2003, 150(4): 325-330.

[7] Zhu S Q, Cheng Z L, Feng J. Delay-dependent robust stability criterion and robust stabilization for uncertain singular time-delay systems [C]. Proc of the 2005 American Control Conf. Portland, 2005: 2839-2844.

[8] Keel L H, Bhattacharyya S P. Robust, fragile, or optimal? [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1997, 42(8): 1098-1105.

[9] Yue D, Lam J. Non-fragile guaranteed cost control for uncertain descriptor systems with time-varying state and input delays [J]. Optimal Control Applications and Methods, 2005, 26(2): 85-105.

[10] 张先明, 吴敏, 何勇. 线性时滞广义系统的时滞相关 H 控制 [J]. 控制理论与应用, 2005, 22(4): 649-652.  
(Zhang Xian-ming, Wu Min, He Yong. Delay dependent H control for linear descriptor systems with time delay [J]. Control Theory and Applications, 2005, 22(4): 649-652.)

[11] Wang Y, Xie L, Souza C E. Robust control of a class uncertain nonlinear systems [J]. Systems and Control Letters, 1992, 19(2): 139-149.

[12] Xu S Y, Lam J, Yang C W. Robust H control for discrete singular systems with state delay and parameter uncertainty [J]. Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems, 2002, 9(4): 539-554.

(上接第 906 页)

[7] Bezdek J C, Pal N R. Two soft relatives of learning vector quantization [J]. Neural Networks, 1995, 8(5): 729-743.

[8] Karayiannis N B, Bezdek J C. An integrated approach to fuzzy learning vector quantization and fuzzy c-means clustering [J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1997, 5(4): 622-628.

[9] Baraldi A, Blonda P, Parmiggiani F. Model transitions in descending FLVQ [J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1998, 9(5): 724-738.

[10] Young-II K, Dae-Won K, Doheon L. A cluster validation index for GK cluster analysis based on relative degree of sharing [J]. Information Sciences, 2004, 168(1-4): 225-242.

