文章编号: 1001-0920(2007)08-0907-05

不确定离散广义系统的时滞相关非脆弱无源控制

李 琴, 张庆灵, 安祎春
(东北大学 系统科学研究所, 沈阳 110004)

摘 要: 针对不确定离散时滞广义系统,研究其时滞相关鲁棒严格无源、渐近稳定性以及相关的非脆弱控制问题. 首先利用线性矩阵不等式(LMI)和自由权矩阵的概念,分析了离散广义系统时滞相关严格无源以及渐近稳定性的条件;然后讨论不确定离散广义系统的时滞相关鲁棒严格无源和渐近稳定性,并讨论具有加性非脆弱反馈控制设计使得闭环系统满足相应性能,同时给出控制器的构造方法;最后通过数值算例说明该方法的有效性.

关键词: 离散广义系统; 不确定时滞系统; 严格无源; 渐近稳定; 非脆弱控制; 时滞相关
中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

Delay-dependent nonfragile passive control for uncertain discrete-time singular systems

LI Qin, ZHANG Qing-ling, AN Yi-chun
(Institute of Systems Science, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: LI Qin, E-mail: qinli0412@163.com)

Abstract: For uncertain discrete-time singular systems, the problems of the delay-dependent robustly strict passivity, asymptotical stability and correlative nonfragile control are studied. By using linear matrix inequalities and introducing free weighting matrices, the condition for discrete-time singular systems to be delay-dependent strictly passive and asymptotically stable is analyzed. Then the delay-dependent robustly strict passivity and the asymptotical stability for uncertain discrete-time singular systems are discussed, and the feedback controller with additive form is designed, which makes the closed-loop systems meet the given performance, at the same time, the controller is presented. Finally, numerical example shows the effectiveness of the proposed criteria.

Key words: Discrete-time singular systems; Uncertain time-delayed systems; Strict passivity; Asymptotically stable; Nonfragile control; Delay-dependent

1 引 言

在实际工业控制中,由于不可避免地存在各种误差或未建模动态,使得任何一个动态系统都带有一些不确定因素,这些不确定因素对系统的稳定性会产生极大的影响,甚至可使系统不稳定. 同时,时滞现象在工业控制系统中也大量存在,如通信、化工过程、冶金过程、环境、电力系统等都是典型的时滞系统[1]. 不确定性和时滞的存在,造成了系统控制无论在理论分析上还是工程实际中都有极大的困难. 因此,对不确定时滞系统的研究具有重要意义.

广义系统因能较好地描述系统物理特性而成为描述与刻画许多实际系统的有力工具. 另外,随着计算机控制技术的发展,研究离散时滞广义系统具有普遍性.

时滞系统的控制理论一般可分为时滞无关和时滞相关的稳定控制. 时滞无关稳定控制由于对任意大的时滞系统都是稳定的,要求条件较强,较时滞相关稳定控制保守性大. 正常系统时滞相关分析取得了许多重要成果[2-5], 对连续广义系统也有一些研究[6,7],而研究离散广义系统时滞相关稳定性的文献则较少. 文献[8]指出, 现有的控制器设计方法在控制器存在参数摄动时可导致闭环系统失稳. 因此, 研究被控对象和控制器同时具有不确定性的控制, 即鲁棒非脆弱控制具有重要意义,而目前这方面的文献较少[9].

文献[4,10]利用在 Leibniz-Newton 公式中增

收稿日期: 2006-06-29; **修回日期**: 2006-11-03.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60574011).
作者简介: 李琴(1981 —),女,山东枣庄人,博士生,从事耗散控制、无源控制等研究; 张庆灵(1956 —),男,辽宁营口人,教授,博士生导师,从事广义系统、鲁棒控制等研究.

加自由权矩阵的方法分析了连续时滞系统的时滞相关鲁棒稳定性,得到保守性较小的结论.本文则采用在系统方程中增加权矩阵的方法研究离散广义系统的渐近稳定性及严格无源性,分析离散广义系统的时滞相关渐近稳定且无源的条件;讨论了不确定离散广义系统的时滞相关鲁棒渐近稳定及无源性,同时设计弹性控制器,对控制器增益具有加法式摄动给出了问题有解的充分条件和控制器的设计方法,其结果以线性矩阵不等式(LMI)形式给出;最后给出算例,说明所提方法的有效性.

2 系统描述与预备知识

考虑如下不确定滞后离散广义系统:

$$\begin{aligned} Ex(k+1) &= (A+\Delta A(k))x(k) + \\ &\quad (A_d+\Delta A_d(k))x(k-h) + \\ &\quad (B_1+\Delta B_1)u(k) + B\omega(k), \\ z(k) &= Cx(k) + D\omega(k), \\ x(k) &= \phi(k), k\in[-\bar{h},0]. \end{aligned} \tag{1}$$

其中:$x(k)\in R^n$ 为状态向量,$u(k)\in R^m$ 为控制输入,$\omega(k)\in R^p$ 为干扰输入,$z(k)\in R^p$ 为输出;E,A,A_d,B_1,B 为适当维数的常数矩阵,且 $\operatorname{rank}E=r<n$;$h>0$ 为正整数,是系统的时滞变量,$h=h(k)$ 是未知但有界的函数,即满足 $0<h\le\bar{h}$,$\bar{h}$ 为已知正整数;$\phi(k)$ 为初始向量函数;不确定矩阵 ΔA,ΔA_d,ΔB_1 具有下面的形式:

$$[\Delta A \quad \Delta A_d \quad \Delta B_1] = H_1F[E_1 \quad E_2 \quad E_3]. \tag{2}$$

这里:H_1,E_1,E_2,E_3 是适当维数的常数矩阵;不确定性 F 满足

$$F^{\mathrm T}F\le I,\ \forall k>0. \tag{3}$$

满足式(2)和(3)的不确定性称为是容许的.

首先给出如下标称广义系统的有关定义:

$$\begin{aligned} Ex(k+1) &= Ax(k) + A_dx(k-h) + B\omega(k), \\ z(k) &= Cx(k) + D\omega(k). \end{aligned} \tag{4}$$

假设系统(4)满足相容初始条件的解存在且唯一.

定义 1 对于系统(4),如果存在非负函数 $V(x(k))$,使得无源不等式

$$\Delta V = V(x(k+1)) - V(x(k)) \le z^{\mathrm T}(k)\omega(k),\ \forall k\ge 0$$

对一切外部输入 $\omega(k)\in l_2[0,\infty)$ 都成立,则称系统(4)是无源的.当不等式严格成立时,系统(4)称为严格无源的.对不确定系统(1),当 $u(k)\equiv 0$ 时,若无源不等式对于一切外部输入 $\omega(k)\in l_2[0,\infty)$ 及所有容许的不确定性成立,则系统(1)称为鲁棒无源的;若不等式严格成立,则系统(1)称为鲁棒严格无源的.

引理 1[2] 给定向量 $\alpha\in R^{n_a}$,$\beta\in R^{n_b}$,$N\in R^{n_a\times n_b}$,则对于任意的 $X\in R^{n_a\times n_a}$,$Y\in R^{n_a\times n_b}$,$Z\in R^{n_b\times n_b}$,如果 $\begin{bmatrix} X & Y \\ * & Y \end{bmatrix}\ge 0$,则有

$$-2\alpha^{\mathrm T}N\beta \le \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}^{\mathrm T}\begin{bmatrix} X & Y-N \\ * & Z \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}.$$

引理 2[11] $\gamma,\Phi,\Psi,\Omega,F$ 为合适维数的矩阵,其中:$\Omega>0$,$F^{\mathrm T}F\le I$,则有:

1) 存在常量 $\varepsilon>0$,使得

$$\Phi F\Psi + (\Phi F\Psi)^{\mathrm T} \le \varepsilon^{-1}\Phi\Phi^{\mathrm T} + \varepsilon\Psi^{\mathrm T}\Psi;$$

2) 对于任意常量 $\varepsilon>0$,当 $\Omega-\varepsilon\Phi\Phi^{\mathrm T}>0$ 时

$$(\gamma+\Phi F\Psi)^{\mathrm T}\Omega^{-1}(\gamma+\Phi F\Psi) \le \gamma^{\mathrm T}(\Omega-\varepsilon\Phi\Phi^{\mathrm T})^{-1}\gamma + \varepsilon^{-1}\Psi^{\mathrm T}\Psi.$$

3 问题分析及主要结果

定理 1 给定 $\bar{h}>0$,如果存在矩阵 $P_1>0$,$Z>0$,$Q>0$,以及矩阵 P_2,P_3,X_1,X_2,X_3,M_1,M_2,使得下列 LMI 成立:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} & P_2B-C^{\mathrm T} \\ * & \phi_{22} & \phi_{23} & P_3B \\ * & * & \phi_{33} & 0 \\ * & * & * & -D-D^{\mathrm T} \end{bmatrix} < 0, \tag{5}$$

$$\begin{bmatrix} X_1 & X_2 & M_1 \\ * & X_3 & M_2 \\ * & * & Z \end{bmatrix} \ge 0. \tag{6}$$

其中

$$\begin{aligned} \phi_{11} &= Q + P_2(A-E) + (A-E)^{\mathrm T}P_2^{\mathrm T} + \\ &\quad M_1 + M_1^{\mathrm T} + \bar{h}X_1, \\ \phi_{12} &= P_1 - P_2E + (A-E)^{\mathrm T}P_3^{\mathrm T} + \\ &\quad M_2^{\mathrm T} + \bar{h}X_2, \\ \phi_{13} &= -M_1 + P_2A_d, \\ \phi_{23} &= -M_2 + P_3A_d,\ \phi_{33} = -Q, \\ \phi_{22} &= P_1 - P_3E - E^{\mathrm T}P_3^{\mathrm T} + \bar{h}Z + \bar{h}X_3. \end{aligned}$$

则时滞离散广义系统(4)是严格无源且渐近稳定的.

证明 引入变量 $y(k)$,并令

$$x(k+1) = x(k) + y(k),$$

则

$$\begin{aligned} & x(k) - x(k-h) = \\ & \sum_{i=k-h}^{k-1}(x(i+1)-x(i)) = \sum_{i=k-h}^{k-1}y(i), \\ & Ex(k+1) = Ax(k) + A_dx(k-h) = \\ & (A+A_d)x(k) - A_d\sum_{i=k-h}^{k-1}y(i) + B\omega(k). \end{aligned}$$

对任意权矩阵 $P_2\in R^{n\times n}$,$P_3\in R^{n\times n}$,有

$$[x^{\mathrm T}(k)P_2 + y^{\mathrm T}(k)P_3][(A+ \\ A_d-E)x(k) - Ey(k) -$$

$$A_d \sum_{i=k-h}^{k-1} y(i) + B\omega(k) \Big] = 0.$$

令 $\eta^{\mathrm{T}}(k) = [x^{\mathrm{T}}(k) \quad y^{\mathrm{T}}(k)]$, $P = [P_2^{\mathrm{T}} \quad P_3^{\mathrm{T}}]$,并取 Lyapunov-Krasovskii 函数

$$V(k) = x^{\mathrm{T}}(k) P_1 x(k) + \sum_{j=-h+1}^{0} \sum_{i=k-1+j}^{k-1} y^{\mathrm{T}}(i) Zy(i) + \sum_{i=k-h}^{k-1} x^{\mathrm{T}}(i) Qx(i),$$

则

$$\begin{aligned}\Delta V &= V(x(k+1)) - V(x(k)) = \\ &[x(k) + y(k)]^{\mathrm{T}} P_1 [x(k) + y(k)] - \\ &x^{\mathrm{T}}(k) P_1 x(k) + \\ &hy^{\mathrm{T}}(k) Zy(k) - \sum_{i=k-h}^{k-1} y^{\mathrm{T}}(i) Zy(i) - \\ &x^{\mathrm{T}}(k-h) Qx(k-h) = \\ &x^{\mathrm{T}}(k) Qx(k) + 2x^{\mathrm{T}}(k) P_1 y(k) - \\ &\sum_{i=k-h}^{k-1} y^{\mathrm{T}}(i) Zy(i) + y^{\mathrm{T}}(k)(P_1 + \\ &hZ) y(k) - x^{\mathrm{T}}(k-h) Qx(k-h) + \\ &2\eta^{\mathrm{T}}(k) P^{\mathrm{T}} \Big[(A + A_d - E) x(k) - \\ &Ey(k) - A_d \sum_{i=k-h}^{k-1} y(i) + B\omega(k) \Big].\end{aligned}$$

利用引理 1,有

$$\begin{aligned}&-2\sum_{i=k-h}^{k-1} \eta^{\mathrm{T}}(k) P^{\mathrm{T}} A_d y(i) \le \\ &\sum_{i=k-h}^{k-1} \begin{bmatrix} \eta(k) \\ y(i) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} X & M - P^{\mathrm{T}} A_d \\ * & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta(k) \\ y(i) \end{bmatrix} = \\ &h\eta^{\mathrm{T}}(k) X\eta(k) + 2\eta^{\mathrm{T}}(k)(M - \\ &P^{\mathrm{T}} A_d) \sum_{i=k-h}^{k-1} y(i) + \sum_{i=k-h}^{k-1} y^{\mathrm{T}}(i) Zy(i) \le \\ &\bar{h}[x^{\mathrm{T}}(k) \quad y^{\mathrm{T}}(k)] X [x^{\mathrm{T}}(k) \quad y^{\mathrm{T}}(k)]^{\mathrm{T}} + \\ &2[x^{\mathrm{T}}(k) \quad y^{\mathrm{T}}(k)](M - P^{\mathrm{T}} A_d)(x(k) - \\ &x(k-h)) + \sum_{i=k-h}^{k-1} y^{\mathrm{T}}(i) Zy(i).\end{aligned}$$

其中:矩阵 X, M, Z 为满足下列不等式的任意适维矩阵:

$$\begin{bmatrix} X & M \\ * & Z \end{bmatrix} \ge 0.$$

令 $X = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 \\ * & X_3 \end{bmatrix}$, $M = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix}$,整理可得

$$\Delta V - 2z^{\mathrm{T}}(k)\omega(k) \le \xi^{\mathrm{T}}(k)\Omega\xi(k),$$

其中

$$\xi^{\mathrm{T}}(k) = [x^{\mathrm{T}}(k) \quad y^{\mathrm{T}}(k) \quad x^{\mathrm{T}}(k-h) \quad \omega^{\mathrm{T}}(k)].$$

则当 $\omega(k) = 0$ 时,有 $\Delta V \le \mu^{\mathrm{T}}(k)\Omega_1\mu(k)$. 其中

$$\Omega_1 = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ * & \phi_{22} & \phi_{23} \\ * & * & \phi_{33} \end{bmatrix},$$

$$\mu^{\mathrm{T}}(k) = [x^{\mathrm{T}}(k) \quad y^{\mathrm{T}}(k) \quad x^{\mathrm{T}}(k-h)].$$

又当式(5) 成立时,存在 $\delta > 0$,使得

$$\Omega_1 + \mathrm{diag}\{\delta I, 0, 0\} < 0,$$

则 $\Delta V < -\delta|x(k)|^2$. 根据 Lyapunov 稳定性原理可知系统(4) 是渐近稳定的. 同理,根据定义 1 可知系统(4) 是严格无源的. □

下面考虑不确定时滞离散广义系统(1) 当 $u(k) = 0$ 时的鲁棒严格无源性及渐近稳定性.

定理 2　如果存在矩阵 $P_1 > 0$, $Z > 0$, $Q > 0$, 常数 $\varepsilon > 0$,以及矩阵 $P_2, P_3, X_1, X_2, X_3, M_1, M_2$,使得对于所有容许的不确定性满足式(6) 和(7),则标称广义系统(1) 对于任意 $0 < h \le \bar{h}$ 是鲁棒严格无源且渐近稳定的.

$$\Omega_1 = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} & P_2 B - C^{\mathrm{T}} & P_2 H_1 \\ * & \phi_{22} & \phi_{23} & P_3 B & P_3 H_1 \\ * & * & \phi_{33} & 0 & 0 \\ * & * & * & -D - D^{\mathrm{T}} & 0 \\ * & * & * & * & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0. \tag{7}$$

其中

$$\begin{aligned}\phi_{11} &= Q + P_2(A - E) + (A - E)^{\mathrm{T}} P_2^{\mathrm{T}} + \\ &\quad M_1 + M_1^{\mathrm{T}} + \bar{h}X_1 + \varepsilon E_1^{\mathrm{T}} E_1, \\ \phi_{12} &= P_1 - P_2 E + (A - E)^{\mathrm{T}} P_3^{\mathrm{T}} + M_2^{\mathrm{T}} + \bar{h}X_2, \\ \phi_{13} &= -M_1 + P_2 A_d + \varepsilon E_1^{\mathrm{T}} E_2, \\ \phi_{22} &= P_1 - P_3 E - E^{\mathrm{T}} P_3^{\mathrm{T}} + \bar{h}Z + \bar{h}X_3, \\ \phi_{23} &= -M_2 + P_3 A_d, \ \phi_{33} = -Q + \varepsilon E_2^{\mathrm{T}} E_2.\end{aligned}$$

定理 2 的证明可根据定理 1,引理 2 及 Schur 补引理容易得出,限于篇幅,在此从略.

4　控制器设计

考虑不确定时滞离散广义系统(1),设计反馈控制器,使得时滞离散广义系统对于所有容许的不确定性是严格无源且渐近稳定的. 设非脆弱状态反馈控制律

$$u(k) = (K + \Delta K) x(k). \tag{8}$$

其中: K 为控制器增益, ΔK 为控制器增益变化,且有 $\Delta K = S_1 F_1 T_1$, S_1 和 T_1 为适当维数已知矩阵, F_1 为未知矩阵且满足 $F_1^{\mathrm{T}} F_1 \le I$.

首先考虑控制输入向量与状态向量维数相等,即 $m = n$ 时的情形. 由式(8) 和(1) 组成的闭环系统为

$$\begin{aligned}&Ex(k+1) = \\ &A_c x(k) + A_{dc}(k) x(k-h) + B\omega(k),\end{aligned} \tag{9}$$

其中

$$A_c = A_K + \Delta A_K + (B_1 + \Delta B_1)\Delta K,$$
$$A_{dc} = A_d + \Delta A_d, A_K = A + B_1 K,$$
$$\Delta A_K = \Delta A + \Delta B_1 K, \Delta A(k) = H_1 F \widetilde{E}_1,$$
$$\widetilde{E}_1 = E_1 + E_3 K.$$

根据定理2可得如下定理:

定理3 如果存在矩阵 $P_1 > 0, Z > 0, Q > 0, \Psi > 0$,常数 $\varepsilon_i > 0(i = 1,2,\cdots,6)$,$\eta > 0$ 以及矩阵 $P_2, P_3, X_1, X_2, X_3, M_1, M_2$,使得对于所有容许的不确定性满足式(6),(10),(11)以及

$$\Theta = \begin{bmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{12} & \Theta_{13} \\ * & \Theta_{22} & 0 \\ * & * & \Theta_{33} \end{bmatrix} < 0, \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_5 I & E_3 S_1 \\ S_1^{\mathrm{T}} E_3^{\mathrm{T}} & \varepsilon_6 I \end{bmatrix} > 0. \quad (11)$$

其中

$$\Theta_{11} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} & P_2 B - C^{\mathrm{T}} \\ * & \phi_{22} & \phi_{23} & P_3 B \\ * & * & \phi_{33} & 0 \\ * & * & * & -D-D^{\mathrm{T}} \end{bmatrix},$$

$$\Theta_{12} = \begin{bmatrix} P_2 H_1 & P_2 B_1 & \varepsilon_3 P_2 H_1 & 0 & 0 \\ P_3 H_1 & P_3 B_1 & 0 & P_3 B_1 S_1 & \varepsilon_5 P_3 H_1 \\ 0 & \varepsilon_1 E_2^{\mathrm{T}} E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Theta_{13} = \begin{bmatrix} \varepsilon_2 P_2 B_1 S_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Theta_{22} = \begin{bmatrix} -\varepsilon_1 I & \varepsilon_1 E_3 & 0 & 0 & 0 \\ * & -\eta I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\varepsilon_3 I & 0 & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon_4 I & 0 \\ * & * & * & * & -\varepsilon_5 I \end{bmatrix},$$

$$\Theta_{33} = \begin{bmatrix} -\varepsilon_2 I & \varepsilon_2 S_1^{\mathrm{T}} E_3^{\mathrm{T}} \\ \varepsilon_2 E_3 S_1 & -\varepsilon_3 I \end{bmatrix},$$

$$\phi_{11} = Q + P_2(A - E) + (A - E)^{\mathrm{T}} P_2^{\mathrm{T}} + M_1 + M_1^{\mathrm{T}} + \bar{h} X_1 + \Psi + \varepsilon_1^{-1} E_1^{\mathrm{T}} E_1 + (\varepsilon_2^{-1} + \varepsilon_4 + \varepsilon_6) T_1^{\mathrm{T}} T_1,$$
$$\phi_{12} = P_1 - P_2 E + (A - E)^{\mathrm{T}} P_3^{\mathrm{T}} + M_2^{\mathrm{T}} + \bar{h} X_2,$$
$$\phi_{13} = -M_1 + P_2 A_d + \varepsilon E_1^{\mathrm{T}} E_2,$$
$$\phi_{22} = P_1 - P_3 E - E^{\mathrm{T}} P_3^{\mathrm{T}} + \bar{h} Z + \bar{h} X_3,$$
$$\phi_{23} = -M_2 + P_3 A_d, \phi_{33} = -Q + \varepsilon E_2^{\mathrm{T}} E_2.$$

则不确定时滞离散广义系统(1)对于任意 $0 < h \leq \bar{h}$ 是鲁棒严格无源且渐近稳定的.此时,状态反馈控制可取为

$$u(k) = (K + \Delta K) x(k),$$
$$K = \pm(\eta^{-1}\Psi)^{\frac{1}{2}}.$$

证明 首先当 $\Delta K = 0$ 时,由定理2和引理2可得:如果存在矩阵 $P_1 > 0, Z > 0, Q > 0$,常数 $\varepsilon_1 > 0, \eta > 0$ 以及矩阵 $P_2, P_3, X_1, X_2, X_3, M_1, M_2$,使得对于所有容许的不确定性满足式(6)和 $\Xi_1 < 0$,其中

$$\Xi_1 = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} & P_2 B - C & P_2 H_1 & P_2 B_1 \\ * & \phi_{22} & \phi_{23} & P_3 B & P_3 H_1 & P_3 B_1 \\ * & * & \phi_{33} & 0 & 0 & \varepsilon_1 E_2^{\mathrm{T}} E_3 \\ * & * & * & -D-D^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\varepsilon_1 I & \varepsilon_1 E_3 \\ * & * & * & * & * & -\eta I \end{bmatrix},$$

$$\phi_{11} = Q + P_2(A - E) + (A - E)^{\mathrm{T}} P_2^{\mathrm{T}} + M_1 + M_1^{\mathrm{T}} + \bar{h} X_1 + \varepsilon_1^{-1} E_1^{\mathrm{T}} E_1 + \Psi,$$
$$\phi_{12} = P_1 - P_2 E + (A - E)^{\mathrm{T}} P_3^{\mathrm{T}} + M_2^{\mathrm{T}} + \bar{h} X_2,$$
$$\phi_{13} = -M_1 + P_2 A_d + \varepsilon_1 E_1^{\mathrm{T}} E_2,$$
$$\phi_{22} = P_1 - P_3 E - E^{\mathrm{T}} P_3^{\mathrm{T}} + \bar{h} Z + \bar{h} X_3,$$
$$\phi_{23} = -M_2 + P_3 A_d, \phi_{33} = -Q + \varepsilon_1 E_2^{\mathrm{T}} E_2.$$

利用 $\Xi_1 < 0$ 考虑存在 ΔK 的情形.此时矩阵 Ξ_1 的 $\phi_{11}, \phi_{12}, \phi_{21}$ 有增加项,利用下列不等式:

$$P_2(B_1 + \Delta B_1)\Delta K + (\Delta K)^{\mathrm{T}}(B_1 + \Delta B_1)^{\mathrm{T}} P_2^{\mathrm{T}} \leq$$
$$\varepsilon_2 P_2(B_1 + \Delta B_1) S_1 S_1^{\mathrm{T}} (B_1 + \Delta B_1)^{\mathrm{T}} P_2^{\mathrm{T}} + \varepsilon_2^{-1} T_1^{\mathrm{T}} T_1,$$
$$\varepsilon_2 (B_1 + \Delta B_1) S_1 S_1^{\mathrm{T}} (B_1 + \Delta B_1)^{\mathrm{T}} \leq$$
$$B_1 S_1 (\varepsilon_2^{-1} I - \varepsilon_3^{-1} S_1^{\mathrm{T}} E_3^{\mathrm{T}} E_3 S_1)^{-1} S_1^{\mathrm{T}} B_1^{\mathrm{T}} + \varepsilon_3 H_1 H_1^{\mathrm{T}},$$
$$P_3(B_1 + \Delta B_1)\Delta K = P_3(B_1 + H_1 F E_3) S_1 F_1 T_1. \quad (12)$$

对式(12)再次利用引理2,最后利用Schur补引理即可证得定理3. □

当控制输入向量维数小于状态向量维数,即 $m < n$ 时,考虑增加 $n - m$ 个虚拟输入 $u_{m+1}, \cdots, u_n$.令 $\bar{B}_1 = [B_1\ 0\ \cdots 0]_{n\times n}$, $\bar{u} = [u_1\ u_2\ \cdots\ u_n]^{\mathrm{T}}$,矩阵 S_1, T_1 也相应增加维数.再令 $\bar{u}(k) = (\bar{K} + \Delta \bar{K}) x(k)$,则类似上述算法,将定理3中 B_1 换为 $\bar{B}_1$,可求得控制器 $\bar{K}$.实际控制中取所求控制器 $\bar{K}$ 的前 m 行即可.

5 数值算例

给定不确定离散广义系统中各参数矩阵为

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 6 & -7 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}, A_d = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0.7 & 0.8 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ 8 & -5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}, H_1 = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix},$$

$$S_1 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.4 \end{bmatrix}, C = [4 \quad 10], D = 5,$$

$$E_1 = [0.7 \quad -0.01], \ E_2 = [0.2 \quad 0.3],$$

$$E_3 = [0.5 \quad 3], \bar{h}_1 = 4, T_1 = [0.5 \quad 0.5].$$

根据定理 3,利用 Matlab 中 LMI 工具箱可求得控制律为

$$u(k) = (K + \Delta K) x(k),$$

$$\Delta K = S_1 F_1 T_1, F_1^{\mathrm{T}} F_1 \leq I,$$

其中

$$K = \pm \begin{bmatrix} 0.8112 & 0 \\ 0 & 0.8112 \end{bmatrix}.$$

6 结　　论

本文研究不确定离散时滞广义系统时滞相关鲁棒严格无源,渐近稳定性以及相关的非脆弱控制问题. 首先利用线性矩阵不等式并引入自由权矩阵,分析了离散广义系统时滞相关严格无源以及渐近稳定性的条件;然后讨论了不确定离散广义系统的时滞相关鲁棒严格无源及渐近稳定性;最后分别针对控制输入向量维数等于和小于状态向量维数两种情况,讨论了具有加性非脆弱反馈控制设计使得闭环系统满足相应性能,同时给出了控制器的构造方法.

参考文献(References)

[1] 俞立. 鲁棒控制 ——线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
(Yu Li. Robust control — The processing method for linear matrix inequalities [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)

[2] Moon Y S, Park P, Kwon W H, et al. Delay-dependent robust stabilization of uncertain state-delayed systems [J]. Int J of Control, 2001, 74(14): 1447-1455.

[3] Fridman E, Shaked U. An improved stabilization method for linear time-delay systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(11): 1931-1937.

[4] Wu M, He Y, She J H, et al. Delay-dependent criteria for robust stability of time-varying delay systems[J]. Automatica, 2004, 40(8): 1435-1439.

[5] Gao H, Lam J, Wang C, et al. Delay-dependent output-feedback stabilization of discrete-time systems with time-varying state delay[J]. IEE Proc: Control Theory and Applications, 2004, 151(6): 691-698.

[6] Boukas E K, Liu Z K. Delay-dependent stability analysis of singular linear continuous-time system[J]. IEE Proc: Control Theory and Applications, 2003, 150 (4): 325-330.

[7] Zhu S Q, Cheng Z L, Feng J. Delay-dependent robust stability criterion and robust stabilization for uncertain singular time-delay systems [C]. Proc of the 2005 American Control Conf. Portland, 2005: 2839-2844.

[8] Keel L H, Bhattacharyya S P. Robust, fragile, or optimal? [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1997, 42(8): 1098-1105.

[9] Yue D, Lam J. Non-fragile guaranteed cost control for uncertain descriptor systems with time-varying state and input delays [J]. Optimal Control Applications and Methods, 2005, 26(2): 85-105.

[10] 张先明, 吴敏, 何勇. 线性时滞广义系统的时滞相关 H_∞控制[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(4): 649-652.
(Zhang Xian-ming, Wu Min, He Yong. Delay dependent H_∞ control for linear descriptor systems with time delay[J]. Control Theory and Applications, 2005, 22(4): 649-652.)

[11] Wang Y, Xie L, Souza C E. Robust control of a class uncertain nonlinear systems[J]. Systems and Control Letters, 1992, 19(2): 139-149.

[12] Xu S Y, Lam J, Yang C W. Robust H_∞ control for discrete singular systems with state delay and parameter uncertainty [J]. Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems, 2002, 9(4): 539-554.

(上接第 906 页)

[7] Bezdek J C, Pal N R. Two soft relatives of learning vector quantization [J]. Neural Networks, 1995, 8(5): 729-743.

[8] Karayiannis N B, Bezdek J C. An integrated approach to fuzzy learning vector quantization and fuzzy c-means clustering [J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1997, 5 (4): 622-628.

[9] Baraldi A, Blonda P, Parmiggiani F. Model transitions in descending FLVQ [J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1998, 9(5): 724-738.

[10] Young-Il K, Dae-Won K, Doheon L. A cluster validation index for GK cluster analysis based on relative degree of sharing [J]. Information Sciences, 2004, 168(1-4): 225-242.