

文章编号: 1001-0920(2007)08-0912-06

两能级封闭量子系统任意量子态的最优制备

陈宗海, 朱明清, 张陈斌, 董道毅
(中国科学技术大学 自动化系, 合肥 230027)

摘要: 在分析单量子位的 Bloch 球面表示的基础上, 结合量子门实现量子态么正演化的量子态调控机制, 提出一种针对两能级封闭量子系统任意量子态的最优制备策略. 该策略首先建立两能级量子系统及其控制场的模型; 然后借助李群李代数, 由经典最优控制思想和约化动力学来获得最优控制, 从而达到两能级封闭量子系统任意量子态的最优制备. 理论分析与仿真实验表明了该策略的优越性.

关键词: 两能级量子系统; 量子调控; 最优控制; 最优制备

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Optimal preparation of arbitrary quantum state of two-level closed quantum system

CHEN Zong-hai, ZHU Ming-qing, ZHANG Chen-bin, DONG Dao-yi

(Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China. Correspondent: CHEN Zong-hai, E-mail: chenzh@ustc.edu.cn)

Abstract: Based on analyzing the presentation of the single quantum state on Bloch sphere, a strategy of optimal preparation of arbitrary quantum state of two-level closed quantum systems is proposed. With the help of quantum mechanical logic gate, manipulation of quantum system is realized, on unitary-evolution. The models of two-level quantum systems and its control systems are set up. Then, by using the Lie group, and with classical control theory and dynamics of quantum system, a strategy of optimal preparation of arbitrary quantum state is developed. The theoretical analysis and the simulation of the preparation show the advantage of the idea.

Key words: Two-level quantum systems; Manipulation of quantum system; Optimal control; Optimal preparation

1 引言

量子调控是一项针对量子系统, 结合理论、表征、结构与制备的综合性研究, 是近年来一个研究热点. 其应用正在深入各个领域, 如化学家利用原子态的量子效应, 通过控制分子键的断裂改变反应性质, 使反应按预期方向发展; 物理学家利用量子理论对物质电磁性质进行更深入的了解; 信息工程专家利用量子态编码信息, 以实现保密通信和并行计算等. 随着不同领域对量子效应的有效利用以及大规模应用的需要, 如何对量子态进行主动控制成为一项难题, 世界各国都期望把量子力学和自动控制联系起来, 结合微观量子系统的特性进行量子调控, 其目的是为了暂时或永久地改变物质状态, 即控制系统从观测的初始态在时间 T 内达到目标态^[1].

量子最优控制是量子控制的重要方向之一, 可抽象为合适的函数空间上的极值求解问题. 通常是

选择一个恰当的目标函数, 通过求解目标函数的极值来获得最优控制解. 量子最优控制早在上世纪 80 年代就受到重视, 1988 年普林斯顿大学的 Rabitz 等^[2]对量子系统最优控制问题解的存在性、数学近似处理方法和最优控制的应用等进行了论述, 为量子系统最优控制问题的研究奠定了基础. 量子控制中控制脉冲能量最小是一个常用的性能指标. 时间最优量子控制是为了在量子系统的相干性被破坏之前对其施加有效控制^[3], 其基本思想是通过对被控量子态的分时段操控, 使被控量子态在最短的时间内达到目标量子态.

量子比特系统如电子自旋、两能级原子系统是量子信息的基本载体, 其量子态最优控制的分析与设计受到了重视^[4], 也被推广到 Liouville 空间用密度算符表示的量子优化问题求解^[5]. 本文从控制论、信息论和物理学的角度, 针对核磁共振实验中的时

收稿日期: 2006-05-10; 修回日期: 2006-07-13.

作者简介: 陈宗海(1963—), 男, 安徽桐城人, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统建模仿真与控制、智能系统等研究;
朱明清(1982—), 男, 合肥人, 硕士生, 从事量子计算和量子控制的研究.

变磁场作为控制场来控制自旋 1/2 粒子的量子最优控制问题,借助李群李代数,由经典最优控制的思想 and 约化动力学来获得最优控制,并结合量子门来实现任意量子态的最优制备. 仿真结果显示,用该方法制备的量子态具有速度快、逼真度高、控制脉冲能量小等特点.

2 预备知识

2.1 量子位、量子门及其表示^[6]

量子系统中,基本信息单元是量子位,又称量子比特 (qubit). 一个量子位就是一个双态量子系统,定义在二维希尔伯特 (Hilbert) 空间上.

一个任意量子位的纯态可表征为 $|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$, a 和 b 是复数,但由于其模满足 $|a|^2 + |b|^2 = 1$,其总位相是没有可观测物理效应的,可略去,因而用一个实参数表示它们的相对位相即可. 当量子位处在 $|\psi\rangle$ 描述时,执行投影到基 $|0\rangle$, $|1\rangle$ 上的测量,将以概率 $|a|^2$ 得到 $|0\rangle$,以概率 $|b|^2$ 得到 $|1\rangle$,即测量后 $|\psi\rangle$ 就塌缩到其中一个基态.

量子控制是对量子态进行一系列的幺正演化,对量子位最基本的幺正操作称为量子门操作.

量子门操作可用对量子位的 Hilbert 空间基矢的作用定义,如果一个幺正操作演化基矢态为 $|0\rangle \rightarrow e^{i\phi}|0\rangle$, $|1\rangle \rightarrow e^{i\psi}|1\rangle$,该操作就是一个一位门.

若记基 $|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $|1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$,该量子门操作便可用一个幺正矩阵表示,即

$$P(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\phi} \end{bmatrix},$$

其中 $\phi = t$. 容易验证 $P(\phi)|0\rangle = |0\rangle$, $P(\phi)|1\rangle = e^{i\phi}|1\rangle$,其投影算子形式为 $P(\phi) = |0\rangle\langle 0| + e^{i\phi}|1\rangle\langle 1|$. 因该逻辑门操作改变了两个基态的相对位相,故称为位相门或 P 门. 由于存在无穷多个 2×2 幺正矩阵,量子位门的种类是无限的.

2.2 Bloch 球面

Bloch 球是在单位球面上对量子态的一种几何表示,量子信息中普遍运用的单量子位操作都可在 Bloch 球面上优美地表示出来.

任意单量子态都可写为^[7]

$$|\psi\rangle = e^{i\phi} \left(\cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle \right).$$

其中: θ, ϕ, φ 为实数,且 $0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \phi < 2\pi$,它们共同定义了 3 维单位球面上的一个点,这个球面即为 Bloch 球面,如图 1 所示. 虽然 $|\psi\rangle$ 是任意的,但因全局相位因子 $e^{i\phi}$ 不具有可观测效应,所以可忽略相位因子 $e^{i\phi}$,这样可将 $|\psi\rangle$ 写为

$$|\psi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle.$$

其中: 角度 θ, φ 定义了 Bloch 球面的一个点; 矢量 $(\cos \frac{\theta}{2}, \sin \frac{\theta}{2} \cos \varphi, \sin \frac{\theta}{2} \sin \varphi)$ 称为 Bloch 矢量.

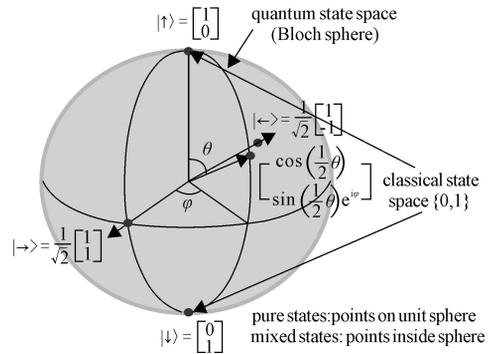


图 1 Bloch 球^[8]

2.3 量子态的幺正演化

任意的 2×2 幺正矩阵 U 可分解为^[9]

$$U = e^{i\alpha} \begin{bmatrix} e^{-i\beta/2} & 0 \\ 0 & e^{i\beta/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \frac{\gamma}{2} & \sin \frac{\gamma}{2} \\ -\sin \frac{\gamma}{2} & \cos \frac{\gamma}{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e^{-i\delta/2} & 0 \\ 0 & e^{i\delta/2} \end{bmatrix},$$

其中 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 都是实数. 上式右边第 1 和第 3 个矩阵可理解为在不同平面内的旋转; 而中间的矩阵则是普通的旋转. 于是,通过选用 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 的某些特殊值可对任意单量子位门操作进行精确描述. 在这种意义下,任意单量子位幺正门可基于一个有限集合来组成. 设任意初态 x_0 和任意终态 x 分别为

$$x_0 = e^{iy} \begin{bmatrix} \cos \frac{\gamma}{2} \\ e^{i\beta} \sin \frac{\gamma}{2} \end{bmatrix} = e^{i(y+\beta/2)} \begin{bmatrix} e^{-i\beta/2} & 0 \\ 0 & e^{i\beta/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \frac{\gamma}{2} \\ \sin \frac{\gamma}{2} \end{bmatrix},$$

$$x = e^{iz} \begin{bmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ e^{i\delta} \sin \frac{\phi}{2} \end{bmatrix} = e^{i(z+\delta/2)} \begin{bmatrix} e^{-i\delta/2} & 0 \\ 0 & e^{i\delta/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ \sin \frac{\phi}{2} \end{bmatrix},$$

其中 y, z 是任意实数. 为实现从 x_0 到 x 的转化,可按下列步骤设计幺正变换 U :

- 1) 首先让 x_0 通过门 $\begin{bmatrix} e^{-i\beta/2} & 0 \\ 0 & e^{i\beta/2} \end{bmatrix}$ 得到 $e^{i(y+\beta/2)} \begin{bmatrix} \cos \frac{\gamma}{2} \\ \sin \frac{\gamma}{2} \end{bmatrix}$;
- 2) 然后通过门 $\begin{bmatrix} \cos \frac{\phi}{2} & \sin \frac{\phi}{2} \\ -\sin \frac{\phi}{2} & \cos \frac{\phi}{2} \end{bmatrix}$ 得到

$$e^{i(y+\bar{z})} \begin{bmatrix} \cos(\phi) \\ \sin(\phi) \end{bmatrix}, \text{ 令 } \phi = \dots, \text{ 即有}$$

$$e^{i(y+\bar{z})} \begin{bmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{bmatrix};$$

3) 再通过门 $\begin{bmatrix} e^{-i\bar{z}} & 0 \\ 0 & e^{i\bar{z}} \end{bmatrix}$ 得到

$$e^{-i(y+\bar{z})} \begin{bmatrix} e^{-i\bar{z}} \cos \phi \\ e^{i\bar{z}} \sin \phi \end{bmatrix};$$

4) 最后调整一下相位,通过门 $e^{i(z+\bar{z} \cdot y \cdot \bar{z})}$, 得到

$$e^{i(z+\bar{z})} \begin{bmatrix} e^{-i\bar{z}} \cos \phi \\ e^{i\bar{z}} \sin \phi \end{bmatrix}.$$

于是得到的么正门 U 为

$$U = e^{i(z+\bar{z} \cdot y \cdot \bar{z})} \begin{bmatrix} e^{-i\bar{z}} & 0 \\ 0 & e^{i\bar{z}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos & \sin \\ -\sin & \cos \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\bar{z}} & 0 \\ 0 & e^{-i\bar{z}} \end{bmatrix},$$

其中 $\phi = \dots$ 从而完成了任意初态 x_0 到任意终态 x 的转换.

2.4 两个定理

为了论证的需要,不加证明地给出如下两个定理.

定理1 若 $k = p + qn (n = 1, 2, \dots, +\infty)$, p, q 是常数,且记“ $[]$ ”表示向下取整符,“ $\{ \}$ ”表示向下取整后余下的小数部分,则有:

$$\begin{cases} \text{当 } \{p/q\} \geq 0.5 \text{ 时, 取 } n = -[p/q] - 1, \\ \text{可使 } |k| \text{ 达到最小;} \\ \text{当 } \{p/q\} < 0.5 \text{ 时, 取 } n = -[p/q], \\ \text{可使 } |k| \text{ 达到最小.} \end{cases}$$

定理2 $e^A x e^B = e^{A+B}$, 当且仅当 A 与 B 对易.

3 两能级量子系统及控制场的建模

3.1 两能级量子系统模型^[1]

两能级量子系统通常被认为是一种最简单的非线性量子系统. 如果一个量子系统存在一对能量非常接近且与其他能级相差较大时,通常可将其近似为一个两能级量子系统. 尤其是在外界干扰对能级的改变影响较小时,这种近似更接近实际. 最优控制操作不但可使系统的近似更加实际可行,而且还能提高其作为信息载体处理量子信息的效率,较小的控制有利于降低它对系统其他部分的干扰.

考虑一个两能级量子系统, t 时刻的状态为 $| \psi(t) \rangle$, 它的两个本征态分别为基态 $| g \rangle$ 和激发态 $| e \rangle$. 根据态叠加原理,量子态 $| \psi(t) \rangle$ 可表示为态 $| g \rangle$ 和 $| e \rangle$ 的线性组合,即

$$| \psi(t) \rangle = | g \rangle + | e \rangle.$$

其中复数 $c_g(t)$ 和 $c_e(t)$ 满足 $|c_g(t)|^2 + |c_e(t)|^2 = 1$.

对 t 时刻的状态 $| \psi(t) \rangle$, 可表示为么正演化算符 $X(t)$ 对初态 $| \psi(0) \rangle$ 的作用,即

$$| \psi(t) \rangle = X(t) | \psi(0) \rangle.$$

结合薛定谔方程 $i\hbar \dot{X}(t) = H X(t)$, 可得

$$i\hbar \dot{X}(t) = H X(t), X(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

许多情况下,系统哈密顿量 H 可表示为自由哈密顿 H_0 和与外部控制场相互作用产生的哈密顿 H_I 之和,即 $H = H_0 + H_I$.

对于一组实控制输入 $u_k(t)$ 和厄米线性算符 $H_k (k = 1, 2, \dots, n)$, 相互作用哈密顿可写为

$$H_I(t) = \sum_{k=1}^n H_k u_k(t),$$

从而可得

$$i\hbar \dot{X}(t) = (H_0 + \sum_{k=1}^n H_k u_k(t)) X(t).$$

可见,在给定初始状态 $| \psi(0) \rangle$ 情况下,若确定了演化算符 $X(t)$, 便能确定 t 时刻的量子态 $| \psi(t) \rangle$, 因而问题便转化为求 $X(t)$. 考虑到仅仅相差相位因子的两个态在物理上不可区分,可得到两能级量子系统控制问题模型为

$$\dot{X}(t) = A X(t) + \sum_{k=1}^n B_k X(t) u_k(t).$$

其中 $A, B_k (k = 1, 2, \dots, n)$ 为斜厄米矩阵, 即 $A^\dagger = -A, B_k^\dagger = -B_k, X(t) \in \text{SU}(2)$. $\text{SU}(2)$ 表示维数为 2 的特殊么正矩阵构成的李群.

3.2 控制场模型

考虑核磁共振实验中用时变磁场来控制自旋 $1/2$ 粒子的量子最优控制问题. 其中 z 方向场分量 B_z 保持恒定, 自旋粒子通过 x, y 方向电磁场分量 $u_x(t), u_y(t)$ 改变自旋方向.

选择目标函数 $J(u)$ 为

$$J(u) = \frac{1}{2} \int_0^T (u_x^2(t) + u_y^2(t)) dt.$$

根据量子力学知识可知,演化算符 $U(t)$ 遵循的方程可写为

$$\dot{U} = \frac{B_z}{2} i \sigma_3 U + \frac{1}{2} i \sigma_1 U u_x + \frac{1}{2} i \sigma_2 U u_y,$$

其中: σ_i 为磁旋比; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 为 Pauli 矩阵. 令 $a_1 = a_2 = B_z/2, a_3 = B_z/2$. 简记 u_x 为 u_1, u_y 为 u_2 , 则演化算符 $U(t)$ 遵循的方程可写为

$$\dot{U} = (a_1 u_1 i \sigma_1 + a_2 u_2 i \sigma_2 + a_3 i \sigma_3) U,$$

其中 $U(0) = I$.

4 任意量子态最优制备策略

4.1 约化动力学理论^[10,11]

令 G 为一个有限维李群, 具有单位 E . 定义李群 G 上的李代数为 g . 令 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为 g 的一组基, $\{x^1, x^2, \dots, x^n\}$ 为 g^* 上对应的对偶基, 结构常数定义为

$$[x_a, x_b] = \sum_{d=1}^n c_{ab}^d x_d,$$

其中 $a, b \in \{1, 2, \dots, n\}$. 辨识 g^* 函数集上在 T^*G 上赋予 g 具有 Lie-Poisson 的右张集函数集给定为

$$\{F, G\}_{\pm}(\mu) = \pm \sum_{a,b,d=1}^n c_{ab}^d \mu_a \frac{\partial F}{\partial \mu_a} \frac{\partial G}{\partial \mu_b},$$

其中 $\mu = \sum_{i=1}^n \mu_i x^i$. 则 Lie-Poisson 约化理论为:

定理 3 令 G 是一个李群, 且令 $H: T^*G \rightarrow \mathbb{R}$ 是一个右张集哈密顿, 令 $h: g^* \rightarrow \mathbb{R}$ 是 H 对 T_e^*G 的限制. 对于一个曲线 $p(t) \in T_{U(t)}^*G$, 令 $\mu(t) = (T_e^*R_{U(t)})^{-1} \cdot p(t)$ 是 g^* 上引出的曲线. 假定 $U(t)$ 满足微分方程 $\dot{U} = T_e R_U \frac{\partial h}{\partial \mu}$, 其中 $\mu = p(0)$, 那么, $\mu(t)$ 满足 Lie-Poisson 方程

$$\dot{U} = \{\mu_i, h\}_{\pm} = \sum_{b,d=1}^n c_{ib}^d \mu_b \frac{\partial h}{\partial \mu_b}. \quad (1)$$

可以用 $SU(2)$ 通过非衰减对 $\mu_i = \text{tr}(\sigma_i \mu)$ 来辨识 $SU^*(2)$. 也很容易证实 $(i_1, i_2, i_3)^* = (-i_2, i_1, i_3)^*$, $\{(i_1)^*, (i_2)^*, (i_3)^*\}$ 形成 $SU^*(2)$ 上对应的对偶基. (\pm)Lie-Poisson 括号在 $SU^*(2)$ 上给定为

$$\{\phi, \psi\}_{\pm}(p) = \pm \left[\frac{\partial \phi}{\partial p_1}, \dots, \frac{\partial \phi}{\partial p_n} \right] \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial p_1} \\ \dots \\ \frac{\partial}{\partial p_n} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

第 ab 个 矩阵输入由 $c_{ab} = \sum_{d=1}^n c_{ab}^d p_d$ 确定, 其中 $\{(i_1), (i_2), (i_3)\}$ 是 $SU(2)$ 的基. 从而有

$$= \begin{bmatrix} 0 & -p_3 & p_2 \\ p_3 & 0 & -p_1 \\ -p_2 & p_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

很明显

$$\ker(\cdot) = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} \right\}.$$

由此得出 Casimir 函数有形式 $(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2)$, 其中 $C^1(\mathbb{R})$. 即 $p_1^2 + p_2^2 + p_3^2$ 保持沿最优轨迹为常数.

4.2 由约化动力学获得最优控制

控制场中的演化算符为

$$\dot{U} = (a_1 u_1 i_1 + a_2 u_2 i_2 + a_3 i_3) U, U(0) = I.$$

令哈密顿函数为

$$H = a_1 p_1 u_1 + a_2 p_2 u_2 + a_3 p_3 + \frac{1}{2} u_1^2 + \frac{1}{2} u_2^2,$$

则有

$$\frac{\partial H}{\partial u_1} = a_1 p_1 + u_1 = 0, \text{ 有 } u_1^* = -a_1 p_1;$$

$$\frac{\partial H}{\partial u_2} = a_2 p_2 + u_2 = 0, \text{ 有 } u_2^* = -a_2 p_2.$$

从而可得到哈密顿量为

$$H^* = -\frac{1}{2} (a_1^2 p_1^2 + a_2^2 p_2^2) + a_3 p_3.$$

由定理 3 知, 约化动力学为

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_1 \\ \dot{p}_2 \\ \dot{p}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_2^2 p_2 p_3 - a_3 p_2 \\ -a_1^2 p_1 p_3 - a_3 p_1 \\ (a_1^2 - a_2^2) p_1 p_2 \end{bmatrix}.$$

由 $a_1 = a_2$ 知, p_3 为常数, 从而最优控制可写为

$$\begin{cases} u_1^* = -a_1 l \cos(t + \cdot), \\ u_2^* = -a_2 l \sin(t + \cdot). \end{cases}$$

这时的 $U(t)$ 可以解出为

$$U(t) = e^{-(t+\cdot)i_3} e^{l(a_3+\cdot)i_3} a_1^2 i_1^l e^{i_3}.$$

由 $U_T \in SU(2)$ 的 Cartan 分解^[12] 知, 存在实数 \cdot, \cdot , 使得 $U_T = e^{i_3} e^{i_1} e^{i_3}$.

将式(1)中 t 取 T 后, 对比式(2) 可得

$$\begin{cases} \cdot = \cdot, \\ \cdot = -a_3, \\ T = \frac{\cdot + 4m}{a_3}, m = 1, 2, \dots, \cdot, \\ l = -\frac{\cdot + 4n}{a_1^2 T}, n = 1, 2, \dots, \cdot. \end{cases} \quad (3)$$

则最优控制量为

$$\begin{cases} u_1^* = -a_1 l \cos(t + \cdot) = \\ \frac{\cdot + 4n}{a_1 T} \cos(\cdot - a_3 t), \\ u_2^* = -a_2 l \sin(t + \cdot) = \\ \frac{\cdot + 4n}{a_2 T} \sin(\cdot - a_3 t), \end{cases}$$

而

$$J(u_1, u_2) = \frac{(\cdot + 4n)^2}{2a_1^2}.$$

可见, 要使 $J(u_1, u_2)$ 达到最小, 还必须使 $\cdot + 4n /$ 达到最小. 由定理 1 知

$$\begin{cases} \text{当 } \{\frac{\cdot}{4}\} \geq 0.5 \text{ 时, 取 } n = -[\frac{\cdot}{4}] - 1, \\ \text{可使 } J \text{ 达到最小;} \\ \text{当 } \{\frac{\cdot}{4}\} < 0.5 \text{ 时, 取 } n = -[\frac{\cdot}{4}], \\ \text{可使 } J \text{ 达到最小.} \end{cases}$$

虽然该系统可驱动任意初态到达任意终态,但由于式(3)对 T 的限制,使系统只能在某些特定的时间获得结果.

5 仿真研究

量子态最优制备的全过程可简单地描述如下:
观察 获得初态(一般通过一次测量获得某个基态)
最优控制过程 相位门 $P(\frac{\pi}{2})$ 操作 目标态.

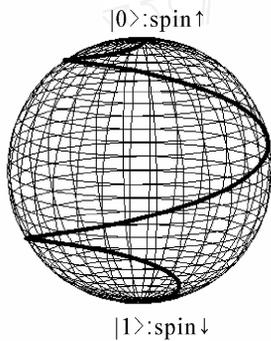
系统的频率 ω_0 是人为给出的,也就是控制场的频率.由 $T_{\min} = 4 / \omega_0$ 可知,共振频率越大,控制时间越短,即制备的时间也越短、越快.仿真程序中假定 $\omega_0 = 6$,于是得到如下仿真结果.

1) 在观察到初态为自旋向上时 $|0\rangle$ (),制备态 $|1\rangle$ () 的仿真结果如下:

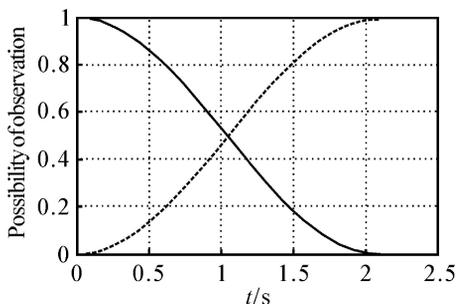
初态为 $|0\rangle$,共振频率 $\omega_0 = 6$,输入最优控制量 $u = -1.5$.获得终态为

$$\begin{aligned} & (-0.00043318543780 + \\ & 0.00033729010487i) / 0 + \\ & (-0.00070634625764 - \\ & 0.99674645495657i) / 1. \end{aligned}$$

制备过程在 Bloch 图上的显示如图 2(a) 所示,其概率幅的模平方变化曲线如图 2(b) 所示.



(a) Bloch球上的状态轨迹



(b) 概率曲线

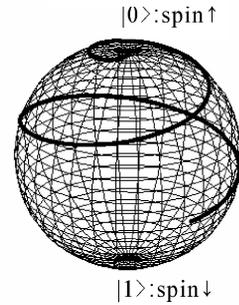
图 2 从 $|0\rangle$ 到 $|1\rangle$ 的仿真结果

2) 在观察到初态为自旋向上时 $|0\rangle$ (),制备态 $0.6|0\rangle + e^i 0.8|1\rangle$ 的仿真结果如下:

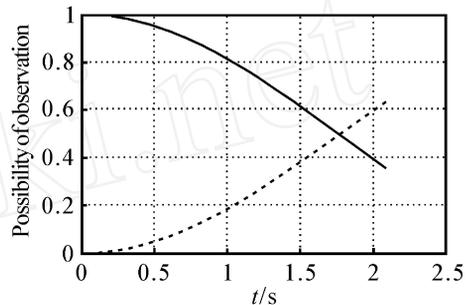
初态为 $|0\rangle$,共振频率 $\omega_0 = 6$,输入最优控制量 $u = -0.88550170590260$.获得终态为

$$\begin{aligned} & (0.59729720474770 + \\ & 0.00035085645274i) / 0 + \\ & (-0.00077573811840 - \\ & 0.79704040008830i) / 1. \end{aligned}$$

制备过程在 Bloch 图上的显示如图 3(a) 所示,其概率幅的模平方变化曲线如图 3(b) 所示.



(a) Bloch球上的状态轨迹



(b) 概率曲线

图 3 从 $|0\rangle$ 到 $0.6|0\rangle + e^i 0.8|1\rangle$ 的仿真结果

6 结论

本文给出了将观察后得到的自旋向上或自旋向下的量子态,最优控制到任意指定的中间态,再通过相位门,实现任意量子态的最优制备.控制输入量达到最优,使性能指标达到最小.由于最优控制量的输入与控制时间有关,控制时间可以很短,但在规定了控制时间的情况下,最优控制量会随着控制时间的缩短而变大.为减少退相干和环境的影响,控制时间不应过大,表现出高速性.从实验结果来看,由于没有考虑外部干扰因素,精度高达 99.99%.在 Bloch 球上仿真的优美弧线,也表明了该最优制备策略的优越性.

参考文献(References)

[1] 陈宗海,董道毅,张陈斌.量子控制导论[M].合肥:中国科学技术大学出版社,2005.
(Chen Zong-hai, Dong Dao-yi, Zhang Chen-bin. Introduction to quantum control [M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 2005.)
[2] Peirce A P, Dahleh M, Rabitz H. Optimal control of quantum mechanical systems: Existence, numerical approximation, and applications [J]. Physical Review

- A, 1988, 37(12): 4950-4964.
- [3] 董道毅, 陈宗海. 电子自旋的时间量子控制[J]. 控制与决策, 2006, 21(1): 38-41.
(Dong Dao-yi, Chen Zong-hai. Time quantum control of electron spin[J]. Control and Decision, 2006, 21(1): 38-41.)
- [4] James M R. Risk-sensitive optimal control of quantum systems[J]. Physical Review A, 2004, 69(3): 032108-(1-14).
- [5] Xu R X, Yan Y J, Ohtsuki Y, et al. Optimal control of quantum non-Markovian dissipation: Reduced Liouville-space theory[J]. J of Chemical Physics, 2004, 120(4): 6600-6608.
- [6] 李承祖, 黄明球, 陈平形, 等. 量子通信和量子计算[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2000.
(Li Cheng-zu, Huang Ming-qiu, Chen Ping-xing, et al. Quantum communication and quantum computation[M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 2000.)
- [7] Ian Glendinning. The Bloch sphere[C]. QIA Meeting. Vienna, 2005.
- [8] <http://www.lboro.ac.uk/departments/ph/QIC/Fig%202.1%20Bloch.pdf>.
- [9] Michael A Nielsen, Isaac L Chuang. Quantum computation and quantum information[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [10] Walsh G C, Montgomery R, Sastry S. Optimal path planning on matrix Lie groups [R]. Berkeley: Electronics Research Laboratory, 1994.
- [11] 丛爽. 量子力学控制系统导论[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
(Cong Shuang. Introduction to quantum mechanical system control[M]. Beijing: Science Publishing House Press, 2005.)
- [12] Khaneja N, Glaser S J. Cartan decomposition of $SU(2^n)$ [C]. Constructive Controllability of Spin Systems and Universal Quantum Computing. Cambridge, 2000.

2007 中国控制与决策学术年会在无锡召开

本刊讯 2007 中国控制与决策学术年会(19th CDC), 于 7 月 4 日至 6 日在江苏省无锡市召开。来自国内部分高等院校和科研院所的 140 多位代表参加了本届年会。

7 月 4 日上午举行了大会开幕式。CDC 年会程序委员会主席王福利教授致开幕辞, 江南大学校长陈坚教授致欢迎辞, 无锡市副市长张大良同志到会讲话。中国航空学会自动控制分会等单位向大会发来贺信。

大会开幕式后举行了大会学术报告会。本届年会邀请了 5 位著名学者作大会学术报告。大会报告人和报告题目分别是: 东南大学冯纯伯院士: 应用无源性分析研究动态系统的稳定性; 中科院系统科学与数学研究院程代展研究员: 多自主体的趋同; 哈尔滨工业大学孙立宁教授: 国家 863 计划“十一五”先进制造技术领域战略研究报告; 东北大学杨光红教授: 容错线性控制系统的优化设计方法; 江南大学丁

锋教授: 辅助模型辨识思想及其在系统与控制中的应用。这些报告对当前前沿学科的一些热点问题进行了阐述和评论, 受到代表们的普遍欢迎。

会议分为 8 个专题组进行学术交流。代表们分别宣读了论文, 并就共同关心的问题进行了广泛的研讨。经过民主评议和投票, 并经年会评优领导小组审核, 本届会议共评选出 11 篇优秀学术论文。

年会期间发行了《2007 中国控制与决策学术年会论文集》, 本年度论文集共收入各方面论文 297 篇。本会 2004~2006 年会议论文集已进入 ISTP 国际检索系统, 所有论文全部被检索。本年度论文集已寄往美国, 正在办理 ISTP 检索手续。

7 月 5 日上午举行了大会闭幕式。第 20 届 CDC 年会承办单位——鲁东大学的代表介绍了烟台地区的情况, 并邀请代表们参加明年的 CDC 年会。从 2008 年起, CDC 年会将由东北大学与国际学术组织联合主办, 会议论文集将进入 Ei 国际检索系统。