

文章编号: 1001-0920(2007)08-0841-07

均值漂移算法的研究与应用

周芳芳¹, 樊晓平¹, 叶 榛²

(1. 中南大学 信息科学与工程学院, 长沙 410075; 2. 清华大学 智能技术与系统国家重点实验室, 北京 100084)

摘 要: 对均值漂移算法的理论和应用作一全面的综述. 首先根据密度函数的非参数估计推导出均值漂移公式的一般形式, 说明了均值漂移迭代算法的步骤及收敛性; 然后重点讨论核函数的选择以及带宽矩阵的计算等关键技术; 最后归纳了均值漂移算法在模式检测、聚类、图像分割以及物体实时跟踪等方面的应用, 并展望了均值漂移算法在理论和应用中的研究方向.

关键词: 均值漂移; 非参数密度估计; 核函数; 带宽

中图分类号: TP301 **文献标识码:** A

Mean shift research and applications

ZHOU Fang-fang¹, FAN Xiaoping¹, YE Zhen²

(1. School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410075, China; 2. State Key Laboratory of Intelligent Technology and System, Tsinghua University, Beijing 100084, China. Correspondent: ZHOU Fang-fang, E-mail: zff@mail.csu.edu.cn)

Abstract: A comprehensive survey of the up-to-date research and application for mean shift are presented. A general mean shift procedure is defined by nonparametric estimation of density gradient, and the steps and convergency of the algorithm are proposed. The key techniques of the selection of kernel function and the computation of bandwidth matrix are introduced emphatically. Finally, the applications of mean shift to mode detection, clustering, image segmentation and tracking are surveyed in detail and the directions towards the future research are outlined.

Key words: Mean shift; Non-parameter density estimation; Kernel function; Bandwidth

1 引 言

均值漂移(MS)算法是一种有效的统计迭代算法^[1],是由 Fukunaga 在 1975 年首先提出的. 直到 1995 年, Cheng^[2]改进了 MS 算法中的核函数和权重函数,并将其应用于聚类和全局优化,才扩大了该算法的适用范围. 从 1997 年到 2003 年, Comaniciu^[3,4]将该方法应用到图像特征空间的分析,对图像进行平滑和分割处理,并证明了 MS 算法在满足一定条件下,可收敛到最近的一个概率密度函数的稳态点,因此,MS 算法可用来检测概率密度函数中存在的模态. 随后他又将非刚体的跟踪问题近似为一个 MS 最优化问题,使得跟踪可以实时进行^[5]. 由于 MS 算法完全依靠特征空间中的样本点进行分析,不需要任何先验知识,收敛速度快,近年来被广泛应用于图像分割^[3,4,6-9]和跟踪^[5,10,11]等计算机视觉领域.

均值漂移算法的基本思想是,通过反复迭代搜索特征空间中样本点最密集的区域,如图 1 所示,搜索点沿着样本点密度增加的方向“漂移”到局部密度极大点. 均值漂移算法原理简单、迭代效率高,但迭代过程中搜索区域大小对算法的准确性和效率有很大的影响. 为了提高搜索算法的准确度,文献[6]提出根据采样点的局部密度自适应地计算搜索区域的大小;文献[8]则采用多尺度的分析方法选择搜索区域. 然而这些方法增加了迭代算法的计算量,降低了算法的效率. 文献[12]改进了传统的 KD-Tree 数据结构,采用局部敏感的哈希表来提高算法的计算效率. 当采样点是多维变量,且混合了多种密度分布时,MS 算法仍很难高效、准确地搜索到各密度极大值点.

本文首先根据密度函数的非参数估计方法推导出均值漂移公式的一般形式,并说明了均值漂移迭

收稿日期: 2006-05-18; 修回日期: 2006-07-11.

基金项目: 国家自然科学基金项目(69975003).

作者简介: 周芳芳(1980—),女,湖南株洲人,博士生,从事虚拟现实技术、科学计算可视化等研究;樊晓平(1961—),男,浙江绍兴人,教授,博士生导师,从事智能控制、智能机器人等研究.

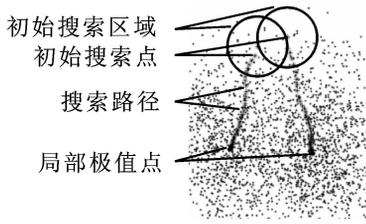


图1 均值漂移算法的路径图

代算法的一般步骤和收敛性;然后重点讨论了算法中核函数的选择和带宽矩阵的计算等关键技术;最后归纳了均值漂移算法在聚类、图像分割以及物体实时跟踪等方面的应用。

2 均值漂移算法

2.1 非参数估计

均值漂移算法是从密度函数梯度的非参数估计中推导获得,而非参数估计则是从样本集出发对密度函数进行估计,它不需要任何先验知识,对任意形状的分都有效.其中最常用的是核密度估计,它根据核函数 $K(x)$ 对样本集进行计算得到密度函数.

定义1 R^d 代表一个 d 维的欧氏空间, x 是该空间中的一个点,用列向量表示. x 的模为 $\|x\|^2 = x^T x$, R 表示实数域.如果一个函数 $K: R^d \rightarrow R$ 存在一个轮廓函数 $k: [0, \infty) \rightarrow R$, 即

$$K(x) = c_k k(\|x\|^2). \quad (1)$$

其中 $c_k > 0$ 为标准化常数,并且满足:1) k 是非负的; 2) k 是非增的,即如果 $a < b$, 则 $k(a) \geq k(b)$; 3) k 是分段连续的,并且 $\int_0^\infty k(r) dr < \infty$. 那么,函数 $K(x)$ 就被称为核函数^[2].

给定 R^d 空间中的 n 个采样点 $\{x_i, 1 \leq i \leq n\}$, 利用核函数 $K(x)$ 及正定的 $d \times d$ 带宽矩阵 H_i , 密度函数的核密度估计公式为^[7]

$$\hat{f}(x) = \frac{\sum_{i=1}^n w(x_i) |H_i|^{-\frac{d}{2}} K(|H_i|^{-\frac{1}{2}}(x - x_i))}{\sum_{i=1}^n c_k w_i |H_i|^{-\frac{d}{2}} k(\|x - x_i\|_{H_i}^2)}. \quad (2)$$

其中 $w(x_i)$ 是采样点 x_i 的权重,满足 $\sum_{i=1}^n w(x_i) = 1$, 简记为 w_i . 核函数 $K(x)$ 决定了采样点 x_i 与核中心点 x 之间的相似性度量,带宽矩阵 H_i 决定了核函数的影响范围. $\|x - x_i\|_{H_i}^2 = (x - x_i)^T H_i^{-1} (x - x_i)$ 称作马哈拉诺比斯(Mahalanobis)距离. 直观地说,密度估计 $\hat{f}(x)$ 是每个采样点处的核函数加权求和的结果.

2.2 均值漂移公式

密度函数梯度估计等于密度函数估计的梯度,即

$$\begin{aligned} \nabla \hat{f}(x) &= \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{2c_k w_i |H_i|^{-\frac{d}{2}} k'(\|x - x_i\|_{H_i}^2) H_i^{-1} (x - x_i)}{\sum_{i=1}^n c_k w_i |H_i|^{-\frac{d}{2}} k(\|x - x_i\|_{H_i}^2)} \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{w_i |H_i|^{-\frac{d}{2}} H_i^{-1} g(\|x - x_i\|_{H_i}^2)}{\sum_{i=1}^n w_i |H_i|^{-\frac{d}{2}} k(\|x - x_i\|_{H_i}^2)} (m_{H_i}(x) - x). \end{aligned} \quad (3)$$

其中: $g(x) = -k'(x)$, $G(x) = c_k g(\|x\|^2)$, 核函数 $G(x)$ 称为 $K(x)$ 的阴影函数^[2]. 第2个等式中的第2个括号记为 $M_{H_i}(x) = m_{H_i}(x) - x$, 称为均值漂移向量. $m_{H_i}(x)$ 为均值漂移迭代公式,即

$$m_{H_i}(x) = \frac{\sum_{i=1}^n w_i |H_i|^{-\frac{d}{2}} H_i^{-1} g(\|x - x_i\|_{H_i}^2) x_i}{\sum_{i=1}^n w_i |H_i|^{-\frac{d}{2}} H_i^{-1} g(\|x - x_i\|_{H_i}^2)}, \quad (4)$$

它表示采样点的加权平均值,类似于“重心”的概念.一般 $m_{H_i}(x)$ 处的密度大于 x 处的密度,因此均值漂移向量 $M_{H_i}(x)$ 总是指向密度大的方向,即密度梯度增加的方向. 均值漂移算法的收敛点为局部密度极大值点.

2.3 均值漂移算法

为了更直观地说明均值漂移算法,设采样点的权重相等,即 $w(x_i) = 1/n$, 带宽矩阵与单位矩阵成正比 $H_i = h^2 I$, 那么均值漂移迭代公式为^[7]

$$x_{i+1} = m_h(x) = \frac{\sum_{i=1}^n g(\|x - x_i\|_{h^2}^2) x_i}{\sum_{i=1}^n g(\|x - x_i\|_{h^2}^2)}. \quad (5)$$

对于二维的特征空间中的采样点,给定核函数 $G(x)$ 和容许误差 ϵ , 则均值漂移算法的步骤如下:

- 1) 在特征空间中任意选择初始搜索区域圆 O , 其半径为带宽 h , 如图 2(a) 所示;
- 2) 根据式 (5) 计算圆 O 中采样点的均值 $m_h(x)$, $m_h(x)$ 处的密度大于圆心 O 处的密度, 如图 2(b) 所示;
- 3) 计算圆心 O 与均值 $m_h(x)$ 之差, 它表示均值

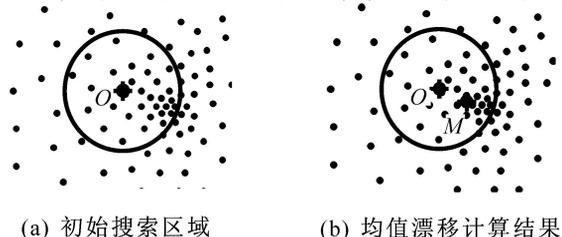


图2 均值漂移算法

漂移向量 $M_h(x)$, 该向量总是指向密度增加的方向;

- 4) 如果均值漂移向量的模小于容许误差, $M_h(x) < \epsilon$, 迭代算法结束; 否则执行步 5);
- 5) 将均值 $m_h(x)$ 赋给圆心 O , 执行步 2).

最后利用均值漂移算法搜索到密度极大值点.

上述均值漂移算法的带宽矩阵 h 和核函数 $G(x)$ 始终保持不变. 而由式 (4) 可知, 迭代过程中带宽矩阵 H_i 和核函数可根据采样点的密度不断变化, 在密度大、接近概率密度的峰值处, 缩小带宽; 在密度小的地方, 则增大带宽.

2.4 收敛性分析

均值漂移算法是一种迭代算法, 其收敛性非常重要. 如前所述, 均值漂移序列向着密度值升高的方向移动, 而且带宽可以是固定的, 也可以是自适应变化的. 文献 [2, 7, 13] 通过不同的方法分别证明了均值漂移算法的收敛性质只与核函数有关, 而带宽的大小仅影响收敛的速度和准确性.

将均值漂移点序列记为 $\{m_j\}$, 它们所对应的估计密度为 $\{f(m_j)\}$. 于是均值漂移算法的收敛条件是: 如果核函数 $K(x)$ 有一个凸的、单调非增的轮廓函数 $k(x)$, 则序列 $\{m_j\}$ 和 $\{f(m_j)\}$ 是收敛的, 并且 $\{f(m_j)\}$ 单调递增. 文献 [2] 通过均值漂移公式的梯度上升特征证明了均值漂移算法的收敛性; 而文献 [7] 则根据轮廓函数 $k(x)$ 的阴影函数 $g(x)$ 的性质进行了证明.

3 均值漂移算法的关键技术

均值漂移算法虽然不需要任何先验知识, 但需要为每个采样点指定核函数和带宽矩阵, 它们对算法的收敛速度和准确性有很大的影响.

3.1 核函数的选择

3.1.1 基本核函数

根据核密度估计公式 (2) 知, 密度函数 $f(x)$ 是采样点处核函数加权求和的结果, 因此密度函数 $f(x)$ 与核函数 $K(x)$ 有相似的属性, 即核函数必须满足非负、积分为 1 的要求. 另外, 密度估计还必须保证渐近无偏性、一致性和有效性. 因此核函数必须是有界紧支撑函数 [14]. 为简化多变量核函数 $K(x)$ 的计算, 可用单变量核函数 $K_i(x_i)$ 相乘获得, 即

$$K(x) = \prod_{i=1}^d K_i(x_i), \quad (6)$$

其中 x_i 是 d 维变量 x 的分量, 不同分量可采用不同的核函数. 另一种简化计算则是以采样点的范数为自变量, 由单变量核函数 $K_1(x)$ 在 R^d 空间中旋转获得, 即

$$K(x) = aK_1(\|x\|), \quad (7)$$

其中常数 a 保证了核函数的归一化条件. 此时, $K(x)$ 是径向对称的核函数, 适合估计同质分布的采样点.

核函数不仅影响密度估计函数的属性, 而且对均值漂移算法的收敛性和计算性能有很大的影响. 它定义了采样点 x_i 与核中心 x 之间的距离度量, 反映了它们之间的相似程度, 因此核函数的选择非常重要. 最简单的核函数是均匀核函数

$$K_U(x) = \begin{cases} c, & \|x\| \leq 1; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (8)$$

均匀核函数的特点是搜索区域中所有的采样点 x_i 与核中心 x 的相似度相同, 因此计算简单, 收敛速度快. 然而一般情况下, 离核中心越近的采样点对估计 x 周围的统计特性越有效. 高斯函数

$$K_N(x) = c \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \|x\|^2\right) \quad (9)$$

是满足此特征的核函数, 它比均值核函数估计得更准确, 其收敛路径更平滑, 但收敛速度较慢. Epanechnikov 核函数 $K_E(x)$ 是积分均方差 (MISE) 准则下的最优核函数

$$K_E(x) = \begin{cases} c(1 - \|x\|^2), & \|x\| \leq 1; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (10)$$

Biweight 核函数 $K_B(x)$ 也是一种常用的核函数

$$K_B(x) = \begin{cases} c(1 - \|x\|^2)^2, & \|x\| \leq 1; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (11)$$

由 2.2 中阴影函数的定义可知, Epanechnikov 核函数是均匀核函数的阴影函数, Biweight 核函数是 Epanechnikov 的阴影函数, 而高斯核函数的阴影函数则仍然是高斯函数. 另外, 核函数可与均匀核函数相乘而截尾获得. 注意到上述 4 种常用核函数都是以 $\|x\|$ 为自变量, 因此它们都是径向对称的核函数, 适合于采样点在各个方向上分布一致的情况.

3.1.2 各向异性的核函数

在实际应用中, 采样点的分布在方向上常常是不对称的. 例如处理斑马条纹状分布的采样点时, 若采用径向对称核函数进行估计, 将会严重影响均值漂移算法的结果.

文献 [15] 提出利用启发式规则构造各向异性的椭圆核函数. 为提高全参数带宽矩阵 H_i 的计算效率, 将 H_i 矩阵分解为 $H_i = DAD^T$. 其中: D 是尺度因子, 表示核函数的体积; D 为特征向量, 决定核函数的方向; A 是正规化对角矩阵, 对角线元素等于矩阵 H_i 的特征值. 矩阵 A 定义了各个轴的相对长度, 通过调节矩阵 A , 可得到各向异性核函数. 例如对斑马条纹状分布的采样点进行处理时, 可以排除矩阵 A 中较小的特征值, 从而构造出椭圆核函数. 但该方

法的计算量大,降低了均值漂移算法的效率.文献[13]则提出了用近邻方法和超球方法计算核函数的形状和相对尺度,因为计算简单,所以提高了算法的计算效率和实用性.

3.2 带宽的计算

带宽矩阵 H_i 是均值漂移算法的另一个重要参数,它不但决定了参与迭代的采样点数量,而且还会影响算法的收敛速度和准确性,因此比核函数的选择更加重要.目前主要有两种带宽矩阵计算方法:自动计算方法^[16]和自适应计算方法^[8].

3.2.1 自动计算带宽

自动带宽计算方法,又称固定带宽法,迭代过程中,带宽始终保持不变.因此该方法的关键是根据采样点的整体情况计算出全局最优的带宽.

为了计算最优带宽 h ,首先需要定义最优带宽的评价规则.在非参数密度估计中,估计密度与真实密度之间的误差评价规则可作为最优带宽的计算公式.常用的误差度量公式有:均方差(MSE)^[8],积分平方差(ISE),积分均方差(MISE),渐近积分均方差(AMISE)^[16],它们均可表示为偏差和方差之和的形式.通过分析发现带宽越小,估计的偏差越小,而估计的方差越大.因此,必须在整个采样点空间上选择一个最优 h ,使估计误差在方差与偏差之间进行折衷,以保证估计误差最小.常用的带宽计算方法有:快速算法、交叉验证法和插入规则法.

1) 快速算法

Thumb 规则和最大化平滑规则都是基于 AMISE 误差度量公式的快速计算带宽的方法,其计算公式为

$$h = \left(\frac{R(K)}{\mu_2^2(K) R(f)} \right)^{\frac{1}{5}} n^{-\frac{1}{5}}. \quad (12)$$

其中: $R(K) = \int K^2(x) dx$, $\mu_2(K) = \int x^2 K(x) dx$, 只有 $R(f)$ 未知. Thumb 规则用参考分布函数代替了未知的概率密度函数^[17]. 最大化平滑规则给出了函数 $R(f)$ 的下界,可得到 h 的上界,并利用 h 的上界进行计算^[18]. 在单模情况下,这两种计算方法速度快且效果好.然而在多模情况下,求得的带宽太大,易产生过平滑现象,会隐藏概率密度的特征值.

2) 交叉验证法

交叉验证方法是计算最优带宽的第1代方法.该方法通过估计误差度量公式中的某一项,求得全局最优的带宽.其中常用的是最小平方交叉验证法(LSCV)和有偏交叉验证法(BCV)^[19].

最小平方交叉验证法通过构造函数 LSCV(h), 求使误差 ISE 最小化的带宽 h_{LSCV} . 然而 LSCV 方法

受采样的影响较大,即相同分布的情况下,采用不同的采样方法计算得到的带宽不同.另外该方法有时会计算出多个极小值,其中最大的带宽计算性能最好.有偏交叉验证法与快速算法类似^[16],也是根据 AMISE 进行计算.但与快速算法不同的是,它不是利用参考分布估计 $R(f)$,而是构造 BCV(h) 函数,求使该函数最小化的带宽 h_{BCV} . 通过比较发现,BCV 计算的 h_{BCV} 和 LSCV 计算的 h_{LSCV} 的收敛速度相同,而且 BCV 计算得到的极小值数目比 LSCV 少.此外,还有平滑交叉验证法和带宽分解的平滑交叉验证法^[20],它们是通过最小化 MISE 计算最优带宽的.

3) 插入规则法

插入规则法是自动计算带宽的第2代方法,它们也是基于 AMISE 误差度量公式^[21]. 该方法的基本思路是:根据初始带宽 h_1 计算概率密度估计 $f_{h_1}(x)$;然后将 $f_{h_1}(x)$ 带入带宽计算公式(12),得到 h_2 . 按此过程迭代,直到带宽 h_i 收敛,得到最优带宽 h .

插入规则法和有偏交叉验证法的差别是,有偏交叉验证法首先估计公式 AMISE(h) 中的 $R(f)$, 然后求使函数 BCV(h) 取最小值的 h 作为带宽;而插入规则法则是先根据 AMISE(h) 计算最小化 h , 然后将 h 插入到估计 $R(f)$ 中计算出 f . 另外,有偏交叉验证不考虑对角线元素,而插入规则则考虑对角线元素^[22]. 文献[6]证明了插入规则法的计算效果和计算速度都优于交叉验证法.

自动计算带宽实质是求使估计密度和实际密度误差最小的带宽,其计算步骤是:先选择误差度量标准 ISE 或 MISE 或 AMISE; 然后对计算公式的某几项进行估计,求得最优带宽.目前还没有一致的观点认为由哪种误差度量公式计算获得的带宽最优.

3.2.2 自适应计算带宽

当采样点包含多种模态时,一般很难计算出全局的最优带宽.因此,必须根据采样点的局部结构,采用自适应的带宽计算方法,即对密度大的区域采用小的带宽进行计算,而对于密度小的区域则采用大的带宽.目前主要有两种自适应带宽计算方法^[6]:球形估计法和采样点估计法.球形估计法对固定带宽法的性能改善不明显,而采样点估计法能在保持方差不变的情况下减少估计的偏差,式(2)即为采样点估计.

文献[6]提出用 $f(x_i)$ 平方根的倒数计算自适应带宽,即

$$h(x_i) = h_0 [f(x_i)]^{1/2}, \quad (13)$$

其中固定带宽 h_0 和初始密度 $f(x_i)$ 可采用插入规则

法计算.该方法对初始估计 f 不敏感.比例常数的选择非常关键,目前还没有较好的计算方法.

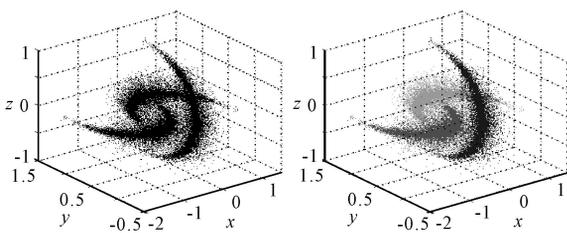
文献[6]证明了当采样点满足正态分布 $f \sim N(\mu, \sigma^2)$ 时,采用正态核函数进行均值漂移,当带宽 $H = \sigma$ 时,均值漂移向量的模取最大值.利用该定理,文献[8]提出了多尺度的带宽计算方法对多模式、多变量采样点进行均值漂移.但该方法必须知道尺度的取值范围.因此,未来的研究是自动确定尺度的范围,进行高效的均值漂移.

4 均值漂移算法的应用

均值漂移算法本质上是一个自适应的梯度上升搜索峰值的方法,因此它至少有以下两方面的应用:1) 模态的检测:概率密度函数中的一个峰值就是一个模态,MS 算法在峰值处收敛,自然可以找到模态,文献[23]提出对均值漂移算法的权值 $w(x)$ 进行设计,利用协方差表示不确定信息,以提高模态检测的准确性;2) 最优化:MS 算法可以找到峰值,自然可以作为最优化的方法,MS 算法进行最优化的关键是要把最优化的目标转化成 MS 算法隐含估计的概率密度函数^[24].下面对 MS 算法在聚类、图像分割、跟踪等应用领域作详细介绍.

4.1 聚类

目前大多数聚类算法依赖于聚类数目这一先验知识,并且在特征空间的分析时加入了人为的假设条件.如: K 均值聚类算法需要指定聚类的类别数,模糊 C 均值聚类则需要事先定义模糊隶属度函数.而均值偏移算法不需要任何先验条件,数据集中的每一点都可作为初始点,分别执行 MS 算法,收敛到同一个点算作一类.它能对任何维度、任何分布的采样点进行聚类^[3,4].例如:对包含 32,640 采样点的 3 维空间,采样点分布成 3 组非线性簇,如图 3 所示,通常的 K 均值和 ISODATA 等聚类算法无法对该组数据进行正确聚类,而均值漂移算法则可在较短的时间内成功聚类. Comaniciu 提出利用均值漂移算法的逆过程搜索采样点的极小值,以改善聚类的边界问题^[25,26].



(a) 初始的采样点 (b) 均值漂移聚类算法

图 3 均值漂移聚类算法^[4]

4.2 图像的分割

传统的图像分割方法有:阈值法、区域增长法和边缘法.但阈值分割法仅考虑图像的灰度,不能很好反映图像中的结构信息,且易受噪声干扰;区域增长分割方法的性能依赖于初始种子的选择,其参数选择比较困难;边缘分割方法可以获得边界线段,但是轮廓需要后续操作才能保持连续,在边界不明显的地方很难确定区域^[10].

均值漂移算法是一种统计聚类方法,可以克服传统分割方法的弱点.在图像分割时,首先将图像像素转换成特征空间的采样点;然后对采样点进行均值漂移聚类,特征空间中的聚类对应于图像空间的分割.例如:对一幅彩色图像,统一考虑图像的空间信息和色彩信息,特征空间可由 2 维的位置空间和 3 维的色度空间组成,图像像素转换成特征空间中的一个 5 维采样点 $x = (x^s, x^r) = (x, y, L, u, v)$.其中: x^s 表示像素的图像坐标, x^r 表示该像素的 3 维色彩特征^[7].因为位置空间和色彩空间互相独立,所以根据式(6),核函数可分解为两个空间的核函数之积,即

$$K(x) = K^s(x^s) K^r(x^r), \quad (14)$$

其中 $K^s(x)$ 和 $K^r(x)$ 可以是不同的核函数.最后,通过均值漂移算法在位置 - 色彩关联的特征空间中实现图像分割.文献[7]通过实验证明了空间核函数 K^r 和空间带宽矩阵对分割的效果比色彩空间的影响更大.文献[27]提出了用图像的梯度向量^[28]设计均值漂移算法中的权值函数,对边界处采样点进行加权,提高分割边界的准确性.文献[29]采用分层的均值漂移分析算法,对图像进行多分辨率的分析.

4.3 对象轮廓检测

活动轮廓法是图像处理中一种常用的边界提取算法. Snake 算法^[30]利用能量最小化方法来控制样条曲线的变化,提取物体的轮廓线.但该方法依赖初始点的选择,且不能处理拓扑结构变化的情况.水平集方法^[31]则不依赖初始点,可以提取图像中任意拓扑结构的轮廓.但该算法计算量大,即使采用窄带法进行加速^[32],仍不能实时地提取轮廓线.

Tek 等^[33,34]提出了基于均值漂移的光线传播算法以快速、鲁棒地提取图像边界轮廓.该方法首先在感兴趣的对象中心设置种子点;然后由该点发射光线,在每一条光线上利用均值漂移公式得到均值漂移向量;最后用该向量的模构造速度函数,作为光线传播的停止条件.均值漂移算法是一种概率计算方法,它降低了噪声的影响,而且计算简单,因此提取图像的边界时速度快、鲁棒性强.

4.4 跟踪

利用均值漂移算法进行物体跟踪的实质是求解最优化的Bhattacharyya系数函数^[24]。该函数表示的是目标对象和候选对象之间的相似度,通过泰勒展开后,可转化为隐含估计的概率密度函数,因此可用均值漂移算法求解。

在均值漂移跟踪算法中,带宽的大小起着非常重要的作用。当目标存在明显尺度变化时,需要自适应计算带宽。文献[9]采用正负10%的增量分别对带宽进行修正。当目标逐渐缩小尺寸时,该方法可以得到较好的效果。但当目标逐渐增大尺寸时,带宽很难被扩大^[35]。Collins^[36]提出通过增加一个额外的尺度核,在定义的非离散尺度空间中进行Mean-Shift迭代,从而找到最佳的带宽。

5 未来的研究方向

均值漂移算法以计算简单、收敛速度快和对噪声的鲁棒性强等优点得到了广泛的应用。然而该算法的计算复杂度依赖于均值漂移公式中核函数的选择和带宽的计算,尤其是对多变量多模态数据的处理速度和效果仍有待提高。下面几个问题将成为该算法未来的主要研究方向:

1) 对多模态数据的处理:对多模态、分布不对称的数据点,需在计算过程中自适应地选择核函数,自适应地计算带宽矩阵。这将会大大降低迭代算法的计算效率。尽管文献[6,8]提出了一些自适应的计算方法,但很难做到实时的处理。因此,需要研究更加有效的自适应核函数和带宽的计算方法。

2) 对多变量数据的处理:本文综述的均值漂移算法的应用主要在图像领域,数据分布在二维空间上。文献[37]提出将均值漂移算法应用到三维数据场,如:对医学断层扫描图像序列进行处理,提取感兴趣的对象,并进行三维重建。文献[38]提出对三维模型三角面片的法向量进行均值漂移聚类,以化简复杂的三维模型。对多变量数据进行处理时,均值漂移算法的复杂度随着维数的增加而增加。因此,需要在均值漂移之前对多维数据进行预处理。

另外,均值漂移算法与双边滤波器、各向异性的扩散算法非常类似,因此研究这些算法之间的统一性,也将成为未来的研究方向之一。

6 结语

均值漂移算法作为一种高效的统计迭代算法,在很多领域都得到了广泛的应用。本文首先回顾了该算法的发展历史,介绍了算法的基本思想,并根据密度函数的梯度估计公式推导获得均值漂移公式,说明了它与梯度上升搜索法的联系,给出了算法的具体步骤和收敛性分析;然后重点讨论了均值漂移

算法核函数的选择和带宽的计算方法,通过分析可知,均值漂移算法的带宽选择比核函数的选择更加重要;最后综述了均值漂移算法在模式点检测、聚类、图像分割以及视频跟踪中的具体应用,显示出均值漂移算法强大的生命力。

参考文献(References)

- [1] Fukunaga K, Hostetler L D. The estimation of the gradient of a density function with applications in pattern recognition [J]. IEEE Trans on Information Theory, 1975, 21(1): 32-40.
- [2] Cheng Y Z. Mean shift, mode seeking, and clustering [J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1995, 17(8): 790-799.
- [3] Comaniciu D, Meer P. Mean shift analysis and applications [C]. Proc of the IEEE Int Conf on Computer Vision. Kerkyra, 1999: 1197-1203.
- [4] Comaniciu D, Meer P. Distribution free decomposition of multivariate data [J]. Pattern Analysis and Applications, 1999, 2(1): 22-30.
- [5] Comaniciu D, Ramesh V, Meer P. Real-time tracking of non-rigid objects using mean shift [C]. Proc of the IEEE Conf on Computer Vision and Pattern Recognition. Hilton Head Island, 2000: 142-149.
- [6] Comaniciu D, Ramesh V, Meer P. The variable bandwidth mean shift and data-driven scale selection [C]. Proc of the IEEE Int Conf on Computer Vision. Vancouver, 2001: 438-445.
- [7] Comaniciu D, Meer P. Mean shift: A robust approach toward feature space analysis [J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(5): 603-619.
- [8] Comaniciu D. An algorithm for data-driven bandwidth selection [J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2003, 25(2): 281-288.
- [9] 王兆虎, 刘芳, 焦李成. 一种基于视觉特性的遥感图像分割[J]. 计算机学报, 2005, 28(10): 1687-1691.
(Wang Zhao-hu, Liu Fang, Jiao Li-cheng. A remote sensing image segmentation algorithm based on vision information [J]. Chinese J of Computers, 2005, 28(10): 1687-1691.)
- [10] Comaniciu D, Ramesh V, Meer P. Kernel-based object tracking [J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2003, 25(5): 564-575.
- [11] 彭宁嵩, 杨杰, 刘志, 等. Mean-Shift跟踪算法中核函数窗宽的自动选取[J]. 软件学报, 2005, 16(9): 1542-1550.
(Peng Ning-song, Yang Jie, Liu Zhi, et al. Automatic selection of kernel-bandwidth for Mean-Shift object tracking [J]. J of Software, 2005, 16(9): 1542-1550.)
- [12] Georgescu B, Shimshoni I, Meer P. Mean shift based

- clustering in high dimensions: A texture classification example[C]. Proc of Conf on Computer Vision. 2003: 456-463.
- [13] 李乡儒, 吴福朝, 胡占义. 均值漂移算法的收敛性[J]. 软件学报, 2005, 16(3): 365-374.
(Li Xiang-ru, Wu Furchao, Hu Zhan-ryi. Convergence of a mean shift algorithm[J]. J of Software, 2005, 16(3): 365-374.)
- [14] Wand M P, Jones M. Kernel smoothing[M]. London: Chapman and Hall, 1995.
- [15] Wang J, Thieson B, Xu Y. Image and video segmentation by anisotropic kernel mean shift [C]. Proc of European Conf on Computer Vision. New York, 2004: 574-583.
- [16] Berwin Turlach. Bandwidth selection in kernel density estimation: A review [Z]. 1993. <http://citeseer.ist.psu.edu/214125>.
- [17] Hardle W. Smoothing techniques with implementation in S[M]. New York: Springer, 1991.
- [18] Terrell G R. The maximal smoothing principle in density estimation [J]. J of American Statistical Association, 1990, 85(3): 470-477.
- [19] Scott D W, Terrell G R. Biased and unbiased cross-validation in density estimation[J]. J of the American Statistical Association, 1987, (82): 1131-1146.
- [20] Hall P, Marron J S, Park B U. Smoothed cross-validation[J]. Probability Theory and Related Fields, 1992, 92(1): 1-20.
- [21] Park B, Marron J S. Comparison of data-driven bandwidth selectors[J]. J of the American Statistical Association, 1990, 85(409): 66-72.
- [22] Hall P, Hui T C, Marron J S. Improved variable window kernel estimates of probability densities [J]. The Annals of Statistics, 1995, 23(1): 1-10.
- [23] Chen Hai-feng, Peter Meer. Robust fusion of uncertain information [J]. IEEE Trans on System, Man and Cybernetics—Part B: Cybernetics, 2005, 35(3): 578-586.
- [24] Mark Fashing, Carlo Tomasi. Mean shift is a bound optimization[J]. IEEE Trans on Patten Analysis and Intelligence, 2005, 27(3): 471-474.
- [25] Comaniciu D. Image segmentation using clustering with saddle point detection [C]. Int Conf on Image Processing. New York, 2002: 297-300.
- [26] Comaniciu D. Multivariate saddle point detection for statistical clustering [C]. Proc of the 7th European Conf on Computer Vision. London, 2002: 561-576.
- [27] Jim énez Alaniz J R, Medina-Banuelos V, Y áñez-Su árez O. Data-driven brain MRI segmentation supported on edge confidence and a priori tissue information [J]. IEEE Trans on Medical Imaging, 2006, 25(1): 74-83.
- [28] Meer P, Georgescu B. Edge detection with embedded confidence [J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2001, 23(12): 1351-1365.
- [29] Dementhon D. Spatio-temporal segmentation of video by hierarchical mean shift analysis [C]. Proc of Statistical Methods in Video Processing Workshop. Copenhagen, 2002: 1-10.
- [30] Kass M, Witkin A, Terzopoulos D. Snakes: Active contour models[J]. Int J of Computer Vision, 1988, 1(4): 321-331.
- [31] Osher S, Sethian J A. Fronts propagating with curvature dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations [J]. J of Computational Physics, 1988, 79(1): 12-49.
- [32] Sethian J A. A fast marching level set method for monotonically advancing front [C]. Proc of the Nation Academy Sciences. New York, 1995, 93: 1591-1595.
- [33] Tek H, Comaniciu D, Williams J. Vessel detection by mean shift based ray propagation [C]. Work on Math Models in Biomedical Image Analysis. Hawaii, 2001: 228-235.
- [34] Wink O, Niessen W, Viergever M A. Fast delineation and visualization of vessels in 3-D angiographic images [J]. IEEE Trans on Medical Imaging, 2000, 19(4): 337-345.
- [35] Lindeberg T. Edge detection and ridge detection with automatic scale selection [J]. Int J of Computer Vision, 1998, 30(2): 117-154.
- [36] Collins R T. Mean-shift blob tracking through scale space [C]. IEEE Int Conf on Computer Vision and Pattern Recognition. Baltimore: Victor Graphics, 2003: 234-240.
- [37] Shamir A. Feature-space analysis of unstructured meshes [C]. Proc of IEEE Visualization 2003. Washington, 2003: 185-192.
- [38] Hitoshi Yamauchi, Seungyong Lee, Yunjin Lee. Feature sensitive mesh segmentation with mean shift [C]. 2005 Int Conf. Saarbrücken, 2005, (6): 236-243.