

文章编号: 1001-0920(2007)08-0935-04

## 陈氏混沌系统的稳定追踪控制

谌 龙, 王德石

(海军工程大学 兵器工程系, 武汉 430033)

**摘 要:** 利用非线性反馈控制实现陈氏混沌系统在有界条件下对任意信号的追踪. 根据系统结构特点选取合适的反馈方式, 设计非线性控制律, 并由 Lyapunov 直接方法证明误差信号渐近稳定于零且所有变量满足有界条件. 数值研究表明, 受控系统可对任意形式光滑参考信号(包括其他混沌系统的输出信号)进行追踪. 该方法是一种物理可实现的稳定追踪控制方法, 也可用于不同混沌系统之间的异结构同步.

**关键词:** 陈氏混沌系统; 追踪控制; 混沌同步

**中图分类号:** TP273 **文献标识码:** A

## Stable tracking control of Chen's chaotic system

CHEN Long, WANG De-shi

(Weaponry Engineering Department, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China. Correspondent: CHEN Long, E-mail: shen77-11@163.com)

**Abstract:** Tracking to arbitrary signals in bounded Chen's chaotic system is realized by nonlinear feedback control. Proper feedback form is determined according to the characteristic of system structure, and the nonlinear controller is designed. The Lyapunov direct method is applied to prove that the error signal is asymptotically stable at zero, and all variables in controlled system are bounded. Numerical researches show that the controlled system can track reference signals in arbitrary form, including the output of other chaotic systems. The proposed method is a physically feasible tracking control strategy, and it is also can be used in the synchronization between different chaotic systems.

**Key words:** Chen's chaotic system; Tracking control; Chaos synchronization

### 1 引 言

近年来,混沌的控制与同步已在振动控制、保密通讯和生物医学等领域得到了广泛应用,各种控制和同步方法也得到了较深入的研究<sup>[1,2]</sup>.最早提出并得到实验证实的是基于驱动-响应原理的混沌同步方法<sup>[3]</sup>,可使两个具有相同结构和参数的混沌系统达到一致的状态.此后,一些改进的同步方法也可在系统结构相同而参数未知时实现同步<sup>[4,5]</sup>.最近研究<sup>[6,7]</sup>则表明,采取适当的控制策略,可使特定混沌系统的某一变量追踪任意参考信号,包括另一完全不相同的混沌系统的输出信号,即可以实现所谓的异结构同步.

在实际应用中,参考信号产生系统的结构和参数一般不同于受控系统,因此相对一般同步方法而言,追踪控制更具有实际应用价值.文献<sup>[6]</sup>提出了异结构同步的概念,实现了离散混沌系统对于参考

信号的追踪与同步.文献<sup>[7]</sup>给出一种 Rossler 混沌系统的追踪控制方案,可使某一状态变量追踪任意参考信号并实现异结构同步,但该受控系统中存在发散的状态变量,因而在物理上是不可实现的.近年来,陈氏混沌系统的控制与同步<sup>[8-11]</sup>得到广泛关注,各种控制策略相继被提出并得到实现,如参数辨识线性反馈控制<sup>[8]</sup>和自适应同步<sup>[9]</sup>等.本文以陈氏混沌系统为例,提出一种基于非线性反馈的追踪控制方法,并利用 Lyapunov 稳定性理论证明了该控制策略的有效性.此外,受控系统所有状态变量都满足有界条件,保证了控制方案的物理可实现性.数值仿真结果进一步证实了此方法的可行性.

### 2 有界追踪控制的描述

陈氏混沌系统<sup>[11]</sup>的数学模型为

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x), \\ \dot{y} = (c - a)x - xz + cy, \\ \dot{z} = xy - bz. \end{cases} \quad (1)$$

收稿日期: 2006-05-08; 修回日期: 2006-10-16.

基金项目: 国家自然科学基金项目(10272113); 海军工程大学科研项目(E370).

作者简介: 谌龙(1977 →),男,武汉人,博士生,从事混沌同步与控制的研究; 王德石(1963 →),男,山东龙口人,教授,博士生导师,从事非线性动力学与控制的研究.

其中:  $a = 35, b = 3, c = 28$  时系统处于混沌状态. 设计控制器  $u$ , 使得受控系统

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x), \\ \dot{y} = (c - a)x - xz + cy + u, \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases} \quad (2)$$

的状态变量  $x(t)$  追踪给定的二阶连续可微参考信号  $r(t)$ , 即

$$\lim_t |e(t)| = \lim_t |r(t) - x(t)| = 0, \quad (3)$$

其中  $e(t) = r(t) - x(t)$  为误差信号. 同时, 系统其他状态变量满足有界条件, 即

$$|y(t)| < M, |z(t)| < N. \quad (4)$$

### 3 控制器的设计

因为追踪控制只要求变量  $x(t)$  趋近于参考信号  $r(t)$ , 其他变量不发散即可, 所以构造受控系统 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} [k(r - x) + (\dot{r} - \dot{x})]^2, \quad (5)$$

其中  $k > 0$  为可变控制参数. 显然  $V \geq 0$ . 如果  $\dot{V} < 0$  成立, 则  $\lim_t V = 0$ . 考虑到  $e(t) = r(t) - x(t)$ , 则有  $\dot{e}(t) = -ke(t)$ , 于是  $\lim_t |e(t)| = 0$  成立, 从而实现参考信号的追踪. 根据这一原理, 可设计非线性控制器

$$u = (k + 1 - c - k/a)x + (a - k - c - 1)y + xz + kr/a + (k + 1)\dot{r}/a + \ddot{r}/a, \quad (6)$$

使得受控系统实现有界追踪控制. 于是有如下定理:

**定理 1** 当受控系统(2)采用式(6)的控制器时, 系统状态变量  $x(t)$  可追踪任意二阶连续可微参考信号  $r(t)$ , 并且系统所有状态变量满足有界条件.

**证明** 将控制器(6)代入受控系统(2), 得到

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x), \\ \dot{y} = (k + 1 - a - k/a)x + (a - k - 1)y + kr/a + (k + 1)\dot{r}/a + \ddot{r}/a, \\ \dot{z} = xy - bz. \end{cases} \quad (7)$$

对式(5)定义的 Lyapunov 函数求得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= [k(r - x) + \dot{r} - \dot{x}] \times \\ & [k(\dot{r} - \dot{x}) + \ddot{r} - \ddot{x}] = \\ & [k(r - x) + \dot{r} - \dot{x}] \times \\ & [k(\dot{r} - \dot{x}) + \ddot{r} - a(\dot{y} - \dot{x})] = \\ & [k(r - x) + \dot{r} - \dot{x}] \times \\ & [kx - kr + a(y - x) - \dot{r}] = \\ & - [k(r - x) + \dot{r} - \dot{x}]^2 = -2V. \end{aligned} \quad (8)$$

当  $V \geq 0$  时, 总可以选取适当的控制参数  $k > 0$  使得  $V > 0$  成立, 从而  $\dot{V} = -2V < 0$ , 有  $\lim_t V = 0$ , 可得

$\dot{e}(t) = -ke(t)$ , 因此  $\lim_t |e(t)| = 0$  成立, 实现了参考信号的追踪.

此外, 根据式(5)可知, 当  $V \geq 0$  时有  $\dot{x} \leq \dot{r}$ , 由受控系统(7)的第1个方程可得  $y = \dot{r}/a$ , 由第3个方程可得  $z = (r + \dot{r}/a)/b$ . 当  $r(t)$  为二阶连续可微信号时, 显然  $\exists M, N$ , 使得

$$|y(t)| < M, |z(t)| < N.$$

因而所有状态变量都满足有界条件.

### 4 数值研究

在受控系统(2)中, 取参数  $a = 35, b = 3, c = 28$ , 当不加控制器时, 系统处于混沌状态, 其状态变量  $x(t)$  的时域波形如图1所示.

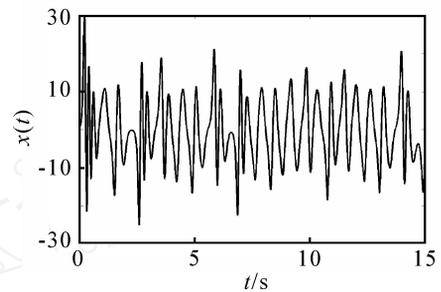


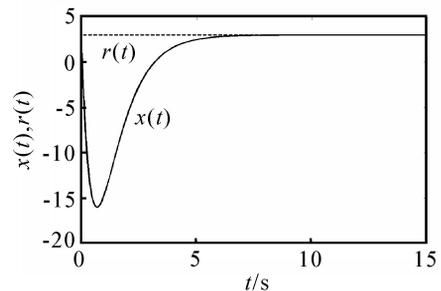
图1 未受控陈氏系统变量  $x(t)$  的波形

#### 4.1 追踪常值信号

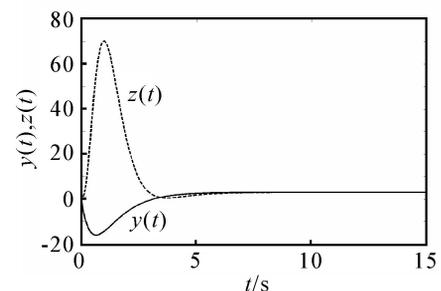
令参考信号  $r(t) = 3$ , 系统参数不变, 控制参数  $k = 2$ , 由式(6)可得控制律为

$$u = (k + 1 - c - k/a)x + (a - k - c - 1)y + xz + 3k/a.$$

取系统初值  $[x(0), y(0), z(0)] = [1, -1, 1]$ , 以受控系统(7)为仿真模型, 采用4阶 Runge-Kutta 法进



(a) 变量  $x(t)$  和  $r(t)$  随时间的变化



(b) 变量  $y(t)$  和  $z(t)$  随时间的变化

图2  $r(t) = 3$  时的追踪控制效果

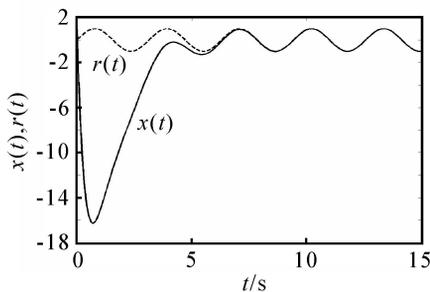
行数值计算,系统状态变量随时间的变化情况如图 2 所示.其中:图 2(a) 是变量  $x(t)$  追踪参考信号  $r(t)$  的过程,图 2(b) 是变量  $y(t)$  和  $z(t)$  的时域波形.由图可见,控制开始时  $x(t)$  波动较大,随后迅速收敛于  $r(t)$ ,当  $t = 7\text{ s}$  时两者已完全一致.在此过程中,变量  $y(t)$  和  $z(t)$  始终保持有界,并收敛于其极限值.

### 4.2 追踪正弦信号

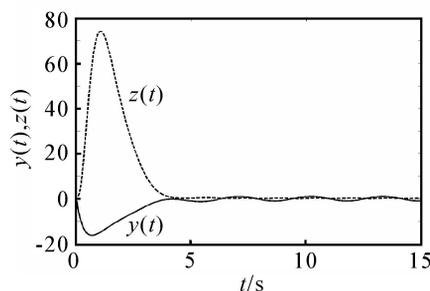
当参考信号  $r(t) = \sin(2t)$  时,系统参数和初值不变,将  $r(t)$  的各阶微分信号代入式(6) 可得控制律为

$$u = (k + 1 - c - k/a)x + (a - k - c - 1)y + xz + (k - 4)\sin(2t)/a + 2(k + 1)\cos(2t)/a.$$

取控制参数  $k = 2$ ,对受控系统(7) 仿真,结果如图 3 所示.其中:图 3(a) 是变量  $x(t)$  追踪正弦信号的过程,图 3(b) 是变量  $y(t)$  和  $z(t)$  的时域波形.可见当  $t = 7\text{ s}$  时  $x(t)$  已与正弦参考信号完全一致.在此过程中,变量  $y(t)$  和  $z(t)$  始终保持有界,且最终也成为正弦信号.



(a) 变量  $x(t)$  和  $r(t)$  随时间的变化



(b) 变量  $y(t)$  和  $z(t)$  随时间的变化

图 3  $r(t) = \sin(2t)$  时的追踪控制效果

### 4.3 与 Rossler 系统的异结构同步

Rossler 系统<sup>[5]</sup> 是一种结构简单的混沌系统,其系统方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -y_1 - z_1, \\ \dot{y}_1 = x_1 + y_1, \\ \dot{z}_1 = x_1 + z_1(x_1 - 1). \end{cases} \quad (9)$$

当参数  $a = 0.2, b = 5.7$  时系统处于混沌状态.

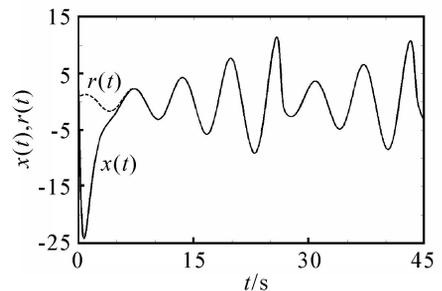
取参考信号  $r(t) = x_1(t)$ ,根据系统(9) 的变量关系可得  $r(t)$  的各阶微分信号为

$$\begin{aligned} \dot{r} &= \dot{x}_1 = -(y_1 + z_1), \\ \ddot{r} &= -(\dot{y}_1 + \dot{z}_1) = \\ &= -(x_1 + y_1 + x_1 z_1 - z_1). \end{aligned} \quad (10)$$

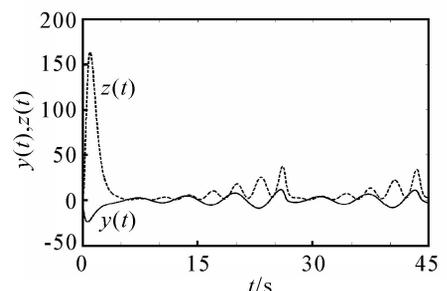
将式(10) 代入(6) 可得控制律为

$$u = (k + 1 - c - k/a)x + (a - k - c - 1)y + xz + (k - 1)x_1/a - (k + 1 + a) y_1/a - (k + 1 + x_1 - a) z_1/a - \ddot{r}/a.$$

令系统(9) 的初值为  $[x_1(0), y_1(0), z_1(0)] = [2, -1, 1]$ ,系统(7) 的初值和参数不变,控制参数  $k = 2$ ,数值仿真结果如图 4 所示.其中:图 4(a) 是陈氏混沌系统变量  $x(t)$  追踪 Rossler 混沌系统变量  $x_1(t)$  的过程,图 4(b) 是陈氏系统变量  $y(t)$  和  $z(t)$  的时域波形.可见  $x(t)$  与  $x_1(t)$  很快就达成同步,同时变量  $y(t)$  和  $z(t)$  始终保持有界,其状态与  $x_1(t)$  相关联.



(a) 变量  $x(t)$  和  $r(t) = x_1(t)$  随时间的变化



(b) 变量  $y(t)$  和  $z(t)$  随时间的变化

图 4 与 Rossler 混沌系统的异结构同步

## 5 结 语

本文以 Lyapunov 稳定性理论为基础,通过非线性反馈方式实现陈氏混沌系统的某一状态变量对任意二阶可微参考信号的追踪,同时系统其他状态变量满足有界条件.利用 Lyapunov 直接方法证明了相关定理,数值研究结果与理论分析相符合.在控制过程中,系统所有状态变量保持有界,并且均为参考信号的函数,因此控制方案是物理可实现的.通过选取不同的参考信号,此方法既可实现混沌的控制

和镇定,也可作为一种异结构混沌同步手段。

### 参考文献(References)

- [1] 刘延柱,陈立群. 非线性振动[M]. 北京:高等教育出版社,2001.  
(Liu Yan-zhu, Chen Li-qun. Nonlinear vibrations[M]. Beijing: High Education Press, 2001.)
- [2] 王光瑞,于熙龄,陈式刚. 混沌的控制、同步与利用[M]. 北京:国防工业出版社,2001.  
(Wang Guang-rui, Yu Xi-ling, Chen Shi-gang. Chaos control, synchronization and application[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2001.)
- [3] Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic circuits[J]. Physical Review Letters, 1990, 64(8): 821-824.
- [4] Liao T L. Adaptive synchronization of two Lorenz systems[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 1998, 9(9): 1555-1561.
- [5] El-Gohary A. Optimal synchronization of Rossler system with complete uncertain parameters[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2006, 27(2): 345-355.
- [6] 李丽香,彭海朋,卢辉斌. Henon混沌系统的追踪控制与同步[J]. 物理学报,2001,50(4): 629-632.  
(Li Li-xiang, Peng Hai-peng, Lu Hui-bin. Control and synchronization of the Henon chaotic system[J]. Acta Physica Sinica, 2001, 50(4): 629-632.)
- [7] 王兴元,石其江. Rossler系统的追踪控制[J],物理学报,2005,54(12): 5591-5596.  
(Wang Xing-yuan, Shi Qi-jiang. Tracking control and synchronization of the Rossler's chaotic system[J]. Acta Physica Sinica, 2005, 54(12): 5591-5596.)
- [8] Lü H, Zhou T S, Zhang S C. Controlling the Chen attractor using linear feedback based on parametric identification[J]. Chinese Physics, 2002, 11(1): 12-16.
- [9] Li Z, Han C Z. Adaptive synchronization of Rossler and Chen chaotic system[J]. Chinese Physics, 2002, 11(7): 666-669.
- [10] 宁娣,陆君安. 一个临界系统与Lorenz系统和Chen系统的异结构同步[J]. 物理学报,2005,54(10): 4590-4595.  
(Ning Di, Lu Jun-an. Synchronization of a critical system with Lorenz system and Chen system[J]. Acta Physica Sinica, 2005, 54(10): 4590-4595.)
- [11] Chen G R, Ueta T. Yet another chaotic attractor[J]. Int J of Bifurcation and Chaos, 1999, 9(3): 1465-1466.

(上接第934页)

### 参考文献(References)

- [1] Martinez M T, Fouletier P, Park K H, et al. Virtual enterprise — Organization, evolution and control [J]. Int J Production Economics, 2001, 74(1-3): 225-238.
- [2] Rajiv Kishore, Ephraim R McLean. The next generation enterprise a CIO perspective on the vision, its impacts, and implementation challenges[J]. Information Systems Frontiers, 2002, 4(1): 121-138.
- [3] David Walters. Performance planning and control in virtual business structures[J]. Production Planning and Control, 2005, 16(2): 226-239.
- [4] Wu N Q, Sun J. Grouping the activities in virtual enterprise paradigm [J]. Production Planning and Control, 2002, 13(4): 407-415.
- [5] Duncan C McFarlane, Stefan Bussmann. Developments in holon production planning and control[J]. Production Planning and Control, 2000, 11(6): 522-536.
- [6] Huang B Q, Gou H M, Liu W H. A framework for virtual enterprise control with the holonic manufacturing paradigm[J]. Computers in Industry, 2002, 49(3): 299-310.
- [7] Hsieh Fur-Shiung. Model and control holonic manufacturing systems based on fusion of contract nets and Petri nets[J]. Automatica, 2004, 40(1): 51-57.
- [8] 苏平,伍乃骥. 一种可重构制造系统的生产计划方法[J]. 计算机集成制造系统,2003,9(3): 189-193.  
(Su Ping, Wu Nai-qi. A method for production scheduling in reconfigurable manufacturing systems [J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2003, 9(3): 189-193.)
- [9] 王凌. 车间调度及其遗传算法[M]. 北京:清华大学出版社,2003.  
(Wang Ling. Shop scheduling with genetic algorithms [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000.)
- [10] 陈国良,王煦法,庄镇泉,等. 遗传算法及其应用[M]. 北京:人民邮电出版社,2001.  
(Chen Guo-liang, Wang Xu-fa, Zhuang Zhen-quan, et al. Genetic algorithm and its application [M]. Beijing: Posts and Telecommunications Publishing House, 2001.)