第 22 卷 第 9 期 控 制 与 决 策 2007 年 9 月
Vol. 22 No. 9 Control and Decision Sep. 2007

文章编号: 1001-0920(2007)09-1039-05

一类随机不确定线性系统鲁棒故障检测问题研究

马传峰, 钟麦英, 丁 强
(山东大学 控制科学与工程学院, 济南 250061)

摘 要: 将一类受乘性随机噪声影响线性系统的基于观测器的残差产生器设计归结为随机意义下的 H_∞滤波问题, 应用线性矩阵不等式技术, 推导问题可解的充分条件, 给出观测器增益矩阵的求解方法. 另外, 根据给定的残差评价函数和阈值, 判断故障的发生并估计故障的误报率; 或给定残差评价函数和容许故障误报率, 通过适当的选取阈值把实际的故障误报率限定在容许的范围内. 仿真算例验证了所给算法的有效性.

关键词: 误报率; 故障检测; 滤波器; 残差; 线性矩阵不等式
中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Fault detection for a class of linear systems with stochastic uncertainties

MA Chuan-feng, ZHONG Mai-ying, DING Qiang
(School of Control Science and Engineering, Shandong University, Ji'nan 250061, China. Correspondent: ZHONG Mai-ying, E-mail: myzhong@sdu.edu.cn)

Abstract: The residual generation is formulated into a problem of observer-based H_∞-filtering in the sense of stochastic. By using linear matrix inequality technique, a sufficient condition for the existence of the fault detection filter is derived and a suitable observer gain matrix can be obtained. With the given residual evaluation function and threshold, the occurrence of fault can be detected and the false alarm rate estimated. Or with the given residual evaluation function, an available false alarm rate can also be guaranteed by suitably choosing threshold. A numerical example illustrates the effectiveness of the proposed method.

Key words: False alarm rate; Fault detection; Filter; Residual; Linear matrix inequality

1 引 言

基于解析模型的故障检测与分离(FDI)技术经过 30 多年的发展已经比较成熟, 并取得了大量研究成果[1-3]. 其中基于 H_∞-滤波的 FDI 方法通过设计稳定的残差产生器可实现残差与故障信号误差的最小化, 从而将残差产生器的设计归结为 H_∞-滤波问题, 并进一步应用线性矩阵不等式(LMI)技术求解. 因此, 这类方法比较适宜于解决模型不确定系统的鲁棒故障检测问题[4-6]. 但是, 迄今对于随机不确定系统 FDI 问题的研究还刚刚起步[5,7]. 而对于受乘性随机噪声影响不确定系统故障诊断问题的研究还未见诸文献.

本文研究受乘性随机噪声影响的一类不确定线性系统的鲁棒故障检测问题, 将基于观测器的故障诊断滤波器(FDF)设计归结为一类随机 H_∞-滤波问题, 并应用 LMI 技术求解. 另外, 本文对残差评价问题也将进行研究.

符号说明: 在文中 E{ ·}表示{ ·}的数学期望值; Pr{ ·}表示事件{ ·}的概率; Sup{ ·}表示{ ·}的上确界值, diag{ …}表示对角线元素为{ …}中对应量的对角(或分块对角)矩阵.

2 问题描述

考虑如下模型不确定性离散时间系统:

$$
\begin{aligned}
x(k+1) = {} & Ax(k) + B_u u(k) + B_d d(k) + \\
& B_f f(k) + \sum_{i=1}^{L}(A_i x(k) + B_{ui} u(k) + \\
& B_{di} d(k) + B_{fi} f(k)) p_i(k),
\end{aligned}
$$

收稿日期: 2006-05-29; **修回日期**: 2007-01-22.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60374021); 教育部博士点基金项目(20050422036); 山东省博士基金项目(03BS091, 2005BS011007).
作者简介: 马传峰(1965 —), 男, 济南人, 博士生, 从事鲁棒故障诊断研究; 钟麦英(1965 —), 女, 山东博兴人, 教授, 博士生导师, 从事故障诊断、容错控制等研究.

$$y(k) = Cx(k) + D_d d(k) + D_f f(k) + \sum_{i=1}^{L}(C_i x(k) + D_{di} d(k) + D_{fi} f(k))\, p_i(k). \quad (1)$$

其中: $x(k) \in R^n$, $y(k) \in R^m$, $u(k) \in R^p$, $d(k) \in R^q$, $f(k) \in R^l$ 分别表示状态、测量输出、控制输入、未知输入和故障信号; $p_i(0)$, $p_i(1)$, $\cdots$是具有相同概率分布的独立随机变量,且

$$\mathrm{E}\{p_i(k)\} = 0,\ i = 1,2,\cdots,L,$$

$$\mathrm{E}\left\{\begin{bmatrix} p_1(k) \\ \cdots \\ p_L(k) \end{bmatrix}[p_1(k) \ \cdots \ p_L(k)]\right\} = \mathrm{diag}\{\sigma_1, \cdots, \sigma_L\}.$$

初始状态 $x(0)$, $u(k)$, $d(k)$ 和 $f(k)$ 均独立于随机变量 $p_i(k)$ $(i = 1,2,\cdots,L;\ k = 0,1,\cdots)$. 系统(1) 中的参数矩阵均为适当维数的已知矩阵. 假设系统的控制输入 $u(k)$,未知输入 $d(k)$,故障 $f(k)$ 均为 l_2 范数有界,系统(1) 为均方稳定.

定义 1[8] 在 $u(k) = 0$, $d(k) = 0$, $f(k) = 0$ 条件下,如果对于任意初始状态 $x(0)$,系统(1) 均满足 $\lim\limits_{k\to\infty}\mathrm{E}\{\|x(k)\|\} = 0$,则称系统(1) 为均方稳定.

故障检测的主要任务包括残差产生与评价,本文将要研究的主要问题包括:

问题 1 设计系统(1) 的基于观测器的 FDF,使在零初始条件下残差信号 r 满足

$$\sup_{w\in l_2,\ \|w\|_2\neq 0}\frac{\mathrm{E}\{\|r - W_f(z)f\|_2\}}{\|w\|_2} < \gamma. \quad (2)$$

其中: $\gamma > 0$, $w(k) = [u^{\mathrm{T}}(k) \quad d^{\mathrm{T}}(k) \quad f^{\mathrm{T}}(k)]^{\mathrm{T}}$, $W_f(z)$ 为稳定的加权矩阵.

问题 2 残差评价.

1) 根据确定的残差评价函数 $J(r)$ 和阈值 J_{th},通过如下假设检验判断是否发生故障:

$$\begin{aligned} &H_1: J(r) > J_{th} \Rightarrow \text{故障警报}, \\ &H_2: J(r) \le J_{th} \Rightarrow \text{无故障}, \end{aligned} \quad (3)$$

并估计故障误报率

$$\mathrm{FAR} = \Pr\{J(r) > J_{th} \mid f = 0\}; \quad (4)$$

2) 根据选定的 $J(r)$ 和容许的 FAR,即 FAR_a,通过选择适当的阈值 J_{th} 使实际的 FAR 满足

$$\mathrm{FAR} = \Pr\{J(r) > J_{th} \mid f = 0\} \le \mathrm{FAR}_a.$$

3 主要结论

引理 1[8] 考虑如下随机不确定系统:

$$x(k+1) = Ax(k) + B_d d(k) + \sum_{i=1}^{L}(A_i x(k) + B_{di} d(k))\, p_i(k),$$

$$y(k) = Cx(k) + D_d d(k) + \sum_{i=1}^{L}(C_i x(k) + D_{di} d(k))\, p_i(k).$$

其中: $x(k)$, $y(k)$, $d(k)$, $p_i(k)$, A, B_d, C, D_d, A_i, B_{di} 和 D_{di} 如系统(1) 所述. 当且仅当存在正定矩阵 P 满足如下 LMI:

$$\begin{bmatrix} A & B_d \\ C & D_d \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A & B_d \\ C & D_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & \gamma^2 I \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^{L}\sigma_i^2\begin{bmatrix} A_i & B_{di} \\ C_i & D_{di} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A_i & B_{di} \\ C_i & D_{di} \end{bmatrix} < 0$$

时,系统均方稳定且对于给定的 $\gamma > 0$ 满足

$$\sup_{\|d\|_2\neq 0}\frac{\mathrm{E}\{\|y\|_2\}}{\|d\|_2} < \gamma.$$

引理 2[9] 考虑如下线性时变系统:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_k x(k) + B_k d(k), \\ y(k) = C_k x(k) + D_k d(k), \\ x(0) = x_0. \end{cases}$$

其中: $x(k)$, $y(k)$, $d(k)$ 如系统(1) 所述; A_k, B_k, C_k, D_k 为适当维数的时变参数矩阵. 如果存在非负定矩阵 P_k 使得

$$\begin{aligned} P_k = {} & A_k^{\mathrm{T}}P_{k+1}A_k + C_k^{\mathrm{T}}C_k + (B_k^{\mathrm{T}}P_{k+1}A_k + \\ & D_k^{\mathrm{T}}C_k)^{\mathrm{T}}(\gamma^2 I - B_k^{\mathrm{T}}P_{k+1}B_k - \\ & D_k^{\mathrm{T}}D_k)^{-1}(B_k^{\mathrm{T}}P_{k+1}A_k + D_k^{\mathrm{T}}C_k), \\ & P_k = 0,\ k = 0,1,\cdots,M-1 \end{aligned}$$

成立,其中 M 为已知正整数,则该系统渐近稳定且对于给定 $\gamma > 0$ 满足

$$\sum_{k=0}^{M} z^{\mathrm{T}}(k)z(k) < \gamma^2\sum_{k=0}^{M} d^{\mathrm{T}}(k)d(k).$$

3.1 残差产生器设计

假设 $\hat{f}(z) = W_f(z)f(x)$ 可描述如下:

$$\begin{aligned} &x_f(k+1) = A_{Wf}x_f(k) + B_{Wf}f(k), \\ &\hat{f}(k) = C_{Wf}x_f(k) + D_{Wf}f(k), \\ &x_f(0) = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

其中: $x_f(k) \in R^{n_f}$; A_{Wf}, B_{Wf}, C_{Wf}, D_{Wf} 为已知矩阵. 由式(1) 和(5) 可得

$$\begin{aligned} &\xi(k+1) = A_\xi\xi(k) + B_{\xi w}w(k) + \sum_{i=1}^{L}(A_{\xi i}\xi(k) + B_{\xi wi}w(k))\, p_i(k), \\ &y(k) = C_\xi\xi(k) + D_w w(k) + \sum_{i=1}^{L}(C_{\xi i}\xi(k) + D_{wi}w(k))\, p_i(k), \\ &\hat{f}(k) = C_{\xi f}\xi(k) + D_{\xi w}w(k). \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$\xi(k) = [x^{\mathrm{T}}(k) \quad x_f^{\mathrm{T}}(k)]^{\mathrm{T}},$$

$$A_\xi = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A_{Wf} \end{bmatrix},\ A_{\xi i} = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_{\xi w} = \begin{bmatrix} B_w \\ \hat{B}_{Wf} \end{bmatrix},\ B_{\xi wi} = \begin{bmatrix} B_{wi} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{B}_{Wf} = [0 \quad 0 \quad B_{Wf}],$$
$$B_w = [B_u \quad B_d \quad B_f],$$
$$B_{wi} = [B_{ui} \quad B_{di} \quad B_{fi}],$$
$$C_\xi = [C \quad 0],\ D_w = [0 \quad D_d \quad D_f],$$
$$C_{\xi i} = [C_i \quad 0],\ C_{\xi f} = [0 \quad C_{Wf}],$$
$$D_{wi} = [0 \quad D_{di} \quad D_{fi}],$$
$$D_{\xi w} = [0 \quad 0 \quad D_{Wf}].$$

构造如下基于观测器的 FDF 作为残差产生器：

$$\begin{cases} \hat{\xi}(k+1) = A_\xi \hat{\xi}(k) + B_{u\xi} u(k) + \\ \qquad H(y(k) - C_\xi \hat{\xi}(k)), \\ r(k) = C_{\xi f} \hat{\xi}(k). \end{cases} \tag{7}$$

其中：$B_{u\xi} = [B_0^{\mathrm{T}} \quad 0]^{\mathrm{T}}$，$r(k)$ 为残差，H 为要设计的观测器增益矩阵。令

$$e(k) = \xi(k) - \hat{\xi}(k),$$
$$r_e(z) = r(z) - W_f(z) f(z).$$

由式(1)，(5) ～ (7) 可得

$$x(k+1) = Ax(k) + B_w w(k) + \sum_{i=1}^{L} (A_i x(k) + B_{wi} w(k)) p_i(k),$$

$$e(k+1) = (A_\xi - HC_\xi) e(k) + (\hat{B}_w - HD_w) w(k) + \sum_{i=1}^{L} ((\hat{A}_i - HC_i) x(k) + (B_{\xi wi} - HD_{wi}) w(k)) p_i(k),$$

$$r_e(k) = C_{\xi f} e(k) - D_{\xi w} w(k). \tag{8}$$

其中

$$\hat{A}_i = \begin{bmatrix} A_i \\ 0 \end{bmatrix},\ \hat{B}_w = \begin{bmatrix} 0 & B_d & B_f \\ 0 & 0 & B_{Wf} \end{bmatrix}.$$

从而可将鲁棒 FDF 设计问题归结为：求 H 使得系统(8) 在 $w(k) = 0$ 情况下为均方稳定，且对所有 $w(k) \in l_2[0, \infty)$，满足

$$\sup_{w \in l_2,\ \|w\|_2 \neq 0} \frac{\mathrm{E}\{\|r_e\|_2\}}{\|w\|_2} < \gamma. \tag{9}$$

下面的定理 1 给出了 FDF 问题可解的充分条件以及矩阵 H 的求解方法。

定理 1　给定 $\gamma > 0$，如果存在矩阵 $P_1 > 0$，$P_2 > 0$ 和矩阵 Y 满足如下 LMI：

$$\begin{bmatrix} \Omega_{1,1} & \Omega_{2,1}^{\mathrm{T}} & \Omega_{3,1}^{\mathrm{T}} & \cdots & \Omega_{(L+2),1}^{\mathrm{T}} \\ \Omega_{2,1} & \Omega_{2,2} & 0 & \cdots & 0 \\ \Omega_{3,1} & 0 & \ddots & \ddots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \Omega_{(L+2),1} & 0 & \cdots & 0 & \Omega_{(L+2),(L+2)} \end{bmatrix} < 0, \tag{10}$$

则系统(1) 的鲁棒 FDF 设计问题有解且 $H = P^{-1} Y$。其中

$$\Omega_{2,1} = \begin{bmatrix} P_1 A & 0 & P_1 B_w \\ 0 & P_2 A_\xi - YC_\xi & P_2 \hat{B}_w - YD_w \\ 0 & C_{\xi f} & D_{\xi w} \end{bmatrix},$$

$$\Omega_{(i+2),1} = \sigma_i \begin{bmatrix} P_1 A_i & 0 & P_1 B_{wi} \\ P_2 \hat{A}_i - YC_{\xi i} & 0 & P_2 B_{wi} - YD_{wi} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Omega_{1,1} = -\mathrm{diag}\{P_1, P_2, \gamma^2 I\},$$
$$\Omega_{j,j} = -\mathrm{diag}\{P_1, P_2, I\},$$
$$i = 1, 2, \cdots, L,\ j = 2, 3, \cdots, L+2.$$

证明　记

$$\tilde{e}(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ e(k) \end{bmatrix},\ \overline{A_e} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A_\xi \end{bmatrix},$$

$$\tilde{B}_w = \begin{bmatrix} B_w \\ \hat{B}_w \end{bmatrix},\ \overline{A_{ei}} = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ \hat{A}_i & 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{B}_{wi} = \begin{bmatrix} B_{wi} \\ B_{\xi wi} \end{bmatrix},\ \tilde{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ H \end{bmatrix},$$

$$\tilde{C}_e = [0 \quad C_\xi],\ \tilde{C}_{ef} = [0 \quad C_{\xi f}],$$
$$\tilde{C}_{ei} = [C_i \quad 0],$$

则系统(8) 可表示为

$$\tilde{e}(k+1) = (\overline{A_e} - \tilde{H}\tilde{C}_e)\tilde{e}(k) + (\tilde{B}_w - \tilde{H}D_w) w(k) + \sum_{i=1}^{L} (\overline{A_{ei}} - \tilde{H}\tilde{C}_{ei})\tilde{e}(k) + (\tilde{B}_{wi} - \tilde{H}D_{wi}) w(k) p_i(k),$$
$$r_e(k) = \tilde{C}_{ef}\tilde{e}(k) - D_{\xi w} w(k).$$

应用引理 1，如果存在矩阵 $P = \mathrm{diag}\{P_1, P_2\} > 0$ 使得如下矩阵不等式：

$$\begin{bmatrix} \overline{A_e} - H\tilde{C}_e & \tilde{B}_w - \tilde{H}D_w \\ \tilde{C}_{ef} & -D_{\xi w} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \overline{A_e} - H\tilde{C}_e & \tilde{B}_w - \tilde{H}D_w \\ \tilde{C}_{ef} & -D_{\xi w} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & \gamma^2 I \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^{L} \sigma_i^2 \begin{bmatrix} \overline{A_{ei}} - \tilde{H}\tilde{C}_{ei} & \tilde{B}_{wi} - \tilde{H}D_{wi} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \times \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{A_{ei}} - \tilde{H}\tilde{C}_{ei} & \tilde{B}_{wi} - \tilde{H}D_{wi} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} < 0 \tag{11}$$

成立,则系统(8)在 $w(k)=0$ 条件下均方稳定且对所有 $w(k)\in l_2[0,\infty)$ 满足性能指标(9),即上述的鲁棒 FDF 问题可解. 应用 Schur 补引理,矩阵不等式(11)等价于

$$\begin{bmatrix} \phi_{1,1} & \phi_{2,1}^{\mathrm T} & \phi_{3,1}^{\mathrm T} & \cdots & \phi_{(L+2),1}^{\mathrm T} \\ \phi_{2,1} & \phi_{2,2} & 0 & \cdots & 0 \\ \phi_{3,1} & 0 & \ddots & \ddots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \phi_{(L+2),1} & 0 & \cdots & 0 & \phi_{(L+2),(L+2)} \end{bmatrix} < 0. \tag{12}$$

其中

$$\phi_{1,1}=\begin{bmatrix} -P & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix},\ \phi_{j,j}=\begin{bmatrix} -P & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix},$$

$$\phi_{2,1}=\begin{bmatrix} \overline{A}_e-\widetilde{H}\widetilde{C}_e & \widetilde{B}_w-\widetilde{H}D_w \\ \widetilde{C}_{ef} & D_{\xi w} \end{bmatrix},$$

$$\phi_{(i+2),1}=\sigma_i\begin{bmatrix} P(\overline{A}_{ei}-\widetilde{H}\widetilde{C}_{ei}) & P(\widetilde{B}_{wi}-\widetilde{H}D_{wi}) \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$i=1,2,\cdots,L,\ j=2,3,\cdots,L+2.$$

令 $P_2H=Y$,则矩阵不等式(12)可进一步表示成 LMI(10),并且 $H=P_2^{-1}Y$. □

3.2　残差评估

选择有限时间移动窗口 $k\in[k_0,k_0+K]$,定义如下残差评价函数:

$$J(r)=\|r\|_{2,K}=\Big[\sum_{k=k_0}^{k_0+K} r^{\mathrm T}(k)r(k)\Big]^{1/2}.$$

其中:k_0 表示初始时刻,正整数 K 表示有限步长. 对于选定的阈值 $J_{th}>0$,基于假设检验(3)可以判断系统(1)是否有故障发生,且故障误报率为

$$\begin{aligned}\mathrm{FAR}&=\Pr\{J(r)>J_{th}\mid f=0\}=\\ &1-\Pr\{J(r)\le J_{th}\mid f=0\}\le\\ &1-\Pr\{\sup_{d\in l_2}J(r)\le J_{th}\mid f=0\}.\end{aligned}$$

对于随机变量 p_i 的第 j 个样本 $p_i^{(j)}$ $(i=1,2,\cdots,L,\ j=1,2,\cdots,N)$,其中 N 为充分大正整数,无故障发生时 FDF 为如下线性时变系统:

$$\begin{aligned}x(k+1)&=\Big(A+\sum_{i=1}^{L}A_ip_i^{(j)}(k)\Big)x(k)+\\ &\Big(B_u+\sum_{i=1}^{L}B_{u,i}p_i^{(j)}(k)\Big)u(k)+\\ &\Big(B_d+\sum_{i=1}^{L}B_{d,i}p_i^{(j)}(k)\Big)d(k),\\ \hat{\xi}(k+1)&=H\Big(C+\sum_{i=1}^{L}C_i\Big)x(k)+\\ &(A_\xi-HC_\xi)\hat{\xi}(k)+B_{u\xi}u(k)+\\ &H\Big(D_d+\sum_{i=1}^{L}D_{di}\Big)d(k),\\ r(k)&=C_{\xi f}\hat{\xi}(k).\end{aligned}\tag{13}$$

根据引理 2 知,一定存在 $\gamma_u^{(j)}>0,\gamma_d^{(j)}>0$,使得

$$\|r\|_{2,K}^{(j)}<\gamma_u^{(j)}\|u\|_{2,K}+\gamma_d^{(j)}\|d\|_{2,K}.\tag{14}$$

取

$$J_s^{(j)}(r)=\sup_d\{\gamma_{u,\inf}^{(j)}\|u\|_{2,K}+\gamma_{d,\inf}^{(j)}\|d\|_{2,K}\},$$

其中 $\gamma_{u,\inf}^{(j)}$ 和 $\gamma_{d,\inf}^{(j)}$ 分别为满足约束条件(14)的 $\gamma_u^{(j)}$ 和 $\gamma_d^{(j)}$ 下确界. 很显然,当 $J_s^{(j)}(r)\le J_{th}$ 时对应的 FAR 为 $\mathrm{FAR}^{(j)}=0$. 定义

$$\mu^{(j)}=\begin{cases}0,\ J_s^{(j)}(r)>J_{th},\\ 1,\ J_s^{(j)}(r)\le J_{th},\end{cases}\tag{15}$$

$$\mathrm{FAR}_s=\sup_{p_i(k)}\mathrm{FAR},\tag{16}$$

则系统 FAR_s 的估计值 FAR_e 可取为

$$\mathrm{FAR}_e=1-\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\mu^{(j)}.\tag{17}$$

由以上分析,本文给出如下的故障误报率 FAR_s 估计算法:

算法 1

Step1: 对给定 $\delta>0$ 和 $\varepsilon>0$,随机产生 $\{p_1,\cdots,p_L\}$ 的 N 个样本(参见文献[7]),其中样本个数 N 满足 $N\ge\dfrac{\log\frac{2}{\delta}}{2\varepsilon^2}$;

Step2: 对 $p_i(k)$ 的第 j 个样本,计算

$$J_s^{(j)}(r)=\gamma_{u,\inf}^{(j)}\|u\|_2+\gamma_{d,\inf}^{(j)}M_d,$$

其中 M_d 为满足 $\|d\|_2\le M_d$ 的某常数;

Step3: 如式(15)定义 $\mu^{(j)}$,则故障误报率估计值 FAR_e 可由式(17)计算,且计算的故障误报率 FAR_e 与实际 FAR_s 之间的误差满足[7]

$$\Pr\{|\mathrm{FAR}_s-\mathrm{FAR}_e|<\varepsilon\}\ge1-\delta.\tag{18}$$

另外,假设容许的故障误报率为 FAR_a,基于如下算法可确定合适阈值 J_{th} 使实际的故障误报率满足 $\mathrm{FAR}=\Pr\{J(r)>J_{th}\mid f=0\}\le\mathrm{FAR}_d$.

算法 2

Step1: 产生随机序列 $\{p_1,\cdots,p_L\}$ 的 N 个样本;

Step2: 对 p_i 的第 j 个样本 $p_i^{(j)}(k_0),p_i^{(j)}(k_0+1),\cdots,p_i^{(j)}(k_0+K)$,计算 $J_s^{(j)}(r)$;

Step3: 选取一个阈值使得 $\dfrac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\mu^{(j)}\ge1-\mathrm{FAR}_a$,其中 $\mu^{(j)}$ 根据式(15)计算,误报率 FAR 满足式(18).

4　仿真算例

考虑如下系统:

$$x(k+1)=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -0.1 & -0.3\end{bmatrix}x(k)+$$

$$\begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.3 \end{bmatrix} d(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} f(k) + p_1(k) \begin{bmatrix} -0.1 & 0 \\ 0 & -0.2 \end{bmatrix} x(k),$$

$$y(k) = [1 \quad 0] x(k),$$

其中 $p_1(k)$ 在 $[-0.5, 0.5]$ 上服从均匀分布,即均值为 0,方差为 0.288 7.

应用定理 1 设计如式(7) 所示的残差产生器可得

$$H = [-1.025\,1 \quad 0.206\,2 \quad 0.305\,9]^{\mathrm{T}},$$

进一步,取 $N = 100$,在 $\|d\|_{2,K} = 1$ 的假设条件下可计算对应于 100 个 $p_1(k)$ 样本的残差评价函数值 $J_s^{(j)}(r)$, $j = 1, 2, \cdots, 100$. 分别应用算法 1 和算法 2 计算得:如果取 $J_{th} = 0.465\,1$,则按照式(17) 计算的 FAR_e 为 10 %;如果 FAR_a 设置为 15 %,则 J_{th} 可选取为 0.462 1.

5　结　　语

本文提出了一种解决受乘性随机噪声影响的一类线性不确定离散时间系统鲁棒故障检测问题的 LMI 方法. 选用基于观测器的 FDF 作为残差产生系统,把故障估计用作残差信号,将 FDF 设计归结为 H_∞-滤波问题. 设计均方稳定的 FDF,使残差与故障之间的误差在均方意义下能量最小. 应用 LMI 方法推导证明了问题可解的充分条件,通过求解 LMI 得到观测器增益矩阵的解. 另外,对于残差评价问题也进行了研究. 研究表明,给定残差评价函数和阈值,通过对两者的比较可判断故障的发生,并可进一步估计系统的实际故障误报率;通过选择合适的阈值,可确保系统的实际故障误报率低于指定的容许误报率 FAR_a.

参考文献(References)

[1] Chen J, Patton R J. Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1999.

[2] Frank P M, Ding S X, Koppen-Seliger B. Current developments in the theory of FDI[C]. Proc of the SAFEPROCESS 2000. Budapest: Elsevier Science, 2000: 16-27.

[3] Isermann R. Model-based fault-detection and diagnosis-status and applications[J]. Annual Reviews in Control, 2005, 29(1): 71-85.

[4] Chen J, Patton R J. Standard H_∞ filtering formulation of robust fault detection [C]. Proc of the SAFEPROCESS 2000. Budapest: Elsevier Science, 2000: 256-261.

[5] Zhong M, Ye H, Shi P, et al. Fault detection for Markovian jump systems[J]. IEE Proc Control Theory and Application, 2005, 152(4): 397-402.

[6] Zhong M, Ding S X, Lam J, et al. LMI approach to design robust fault detection filter for uncertain LTI systems[J]. Automatica, 2003, 39(3): 543-550.

[7] Ding S X, Zhang P, Frank P M. Application of probabilistic robustness technique to the fault detection system design [C]. Proc of the 42th IEEE CDC. Hawaii: IEEE Press, 2003: 972-977.

[8] Boyd S, Ghaoyi L El, Feron E, et al. Linear matrix inequalities in systems and control theory [M]. Philadelphia: SIAM, 1994.

[9] Kailath T, Sayed A H, Hassibi B. Linear estimation [M]. Englewood: Prentice-Hall, 2000.

(上接第 1031 页)

[5] Zou Xiufen, Wang Minting, Zhou Anmin, et al. Evolutionary optimization based on chaotic sequence in dynamic environments[C]. Proc of IEEE Int Conf on Networking, Sensing &Control. Taiwan, 2004: 1364-1369.

[6] Wang L, Smith K. On chaotic simulated annealing[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1998, 9(4): 716-718.

[7] Kwok T, Smith K A. An unified framework for chaotic neural-network approaches to combinatorial optimization [J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1999, 10(4): 978-981.

[8] Chen Luonan, Aihara Kazuyuki. Global searching ability of chaotic neural networks[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems-I, 1999, 46(8): 974-993.

[9] Di He, Chen He, Ling-ge Jiang, et al. Chaotic characteristics of a one-dimensional iterative map with infinite collapses [J]. IEEE Trans on Circuits and Systems-Ⅰ, 2001, 48(7): 900-906.

[10] Guo Guanqi, Yu Shouyi. Evolutionary parallel local search for function optimization[J]. IEEE Trans on Systems, Man & Cybernetics, 2003, 33(6): 864-876.