

文章编号: 1001-0920(2007)09-0983-06

非线性系统具有圆盘极点约束的鲁棒模糊控制

陈 珺, 刘 飞

(江南大学 自动化研究所, 江苏 无锡 214122)

摘 要: 针对一类具有范数有界时变参数不确定性的离散非线性系统, 研究其具有圆盘极点约束的鲁棒模糊控制问题. 采用 T-S 模糊模型逼近实际的离散非线性系统, 结合并行分布补偿法和二次型性能指标, 导出了保证闭环系统鲁棒稳定且所有极点配置在预先指定圆盘中的二次圆域稳定保性能控制器的存在条件, 并将最优保性能控制器的设计问题归结为求解一个线性矩阵不等式的凸优化问题. 最后的仿真结果验证了设计方法的有效性.

关键词: 离散非线性系统; T-S 模糊模型; 圆盘极点约束; 鲁棒保性能控制; 并行分布补偿法; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP13

文献标识码: A

Robust fuzzy control for nonlinear system with disk pole constraints

CHEN Jun, LIU Fei

(Institute of Automation, Southern Yangtze University, Wuxi 214122, China. Correspondent: CHEN Jun, E-mail: chenjun1860@126.com)

Abstract: For a class of discrete-time nonlinear systems with norm bounded and time-varying parameter uncertainties, the problem of robust fuzzy control with disk pole constraints is studied. The T-S fuzzy models are employed to approximate the uncertain discrete-time nonlinear systems. By using the parallel distributed compensation (PDC) approach and a given quadratic cost function, a sufficient condition for the existence of quadratic disk-stable guaranteed cost controller which ensures the closed-loop systems robust stability and assigns all the closed-loop poles in a pre-specified disk is derived. Moreover, the design procedure of optimal quadratic disk-stable guaranteed cost controller can be formulated as a convex optimization problem involving linear matrix inequalities (LMIs). Finally, the simulation results demonstrate the effectiveness of the design procedure.

Key words: Discrete-time nonlinear systems; T-S fuzzy model; Disk pole constraints; Robust guaranteed cost control; Parallel distributed compensation (PDC) approach; Linear matrix inequalities (LMIs)

1 引 言

在实际工业中,许多控制对象都存在不同程度的非线性和不确定性,因此对这类系统的鲁棒模糊控制问题引起了人们的广泛关注.但是,从控制系统的分析和设计角度看,一般的模糊控制技术尚缺乏系统化的设计方法. T-S 模糊模型^[1]的出现,为解决这类不确定非线性系统的分析和控制问题提供了一条出路,并且近几年来针对该模型的鲁棒稳定问题的研究也取得了不少有益的成果^[2-4]. 另一方面,在实际控制中,为了达到满意的控制效果,不仅要使控制系统具有良好的稳态性能,同时也要使控制系统的动态性能满足一定的要求. 为此,文献[5]通过引进一类可用线性矩阵不等式刻画区域,给出了使

得模糊系统全局稳定的鲁棒 D 镇定控制器的存在条件和设计方法. 在文献[5]的基础上,文献[6]导出了具有更小保守性的鲁棒 D 镇定控制器的构造方法. 然而,这些文献都只考虑了连续模糊系统极点配置的情形,对离散模糊系统极点配置的研究目前较少.

本文针对一类具有范数有界时变参数不确定性的离散非线性系统,结合闭环系统动态性能的考虑,研究了使得闭环系统同时满足圆盘极点约束和二次性能指标的多目标鲁棒控制问题. 首先利用 T-S 模糊模型对不确定离散非线性系统进行建模,然后采用状态反馈的并行分布补偿^[7]结构和基于线性矩阵不等式^[8]处理方法,给出闭环系统二次圆域稳定保

收稿日期: 2006-05-11; 修回日期: 2006-07-14.

基金项目: 新世纪优秀人才支持计划(NCET-05-0485); 教育部科学技术重点研究项目(105088).

作者简介: 陈珺(1980—),女,江苏无锡人,博士生,从事模糊系统控制及应用的研究; 刘飞(1965—),男,安徽宣城人,教授,博士生导师,从事鲁棒控制、模糊与神经网络系统等研究.

性能控制器的存在条件和设计方法. 该控制器不仅保证了系统的所有闭环极点均被配置在预先给定的圆盘区域内,而且还使闭环性能指标的上界达到最小. 由于内点算法的提出,上述多目标控制问题可归结为求解一系列等价线性矩阵不等式的凸优化问题. 最后,通过仿真实验验证了该设计方法的有效性.

2 系统描述

考虑由模糊 T-S 模型描述的一类非线性不确定离散系统

Plant Rule i :
 IF $v_1(k)$ is M_{i1} and ...and $v_p(k)$ is M_{ip} , (1)
 THEN $x(k+1) =$
 $(A_i + A_i)x(k) + (B_i + B_i)u(k),$
 $x(0) = x_0, i = 1, 2, \dots, N.$

其中: $x(k) \in \mathbf{R}^n$ 是状态向量, $u(k) \in \mathbf{R}^m$ 是控制输入向量, x_0 是系统的初始条件; $v_1(k) \dots v_p(k)$ 是模糊前件变量,通常为状态 $x(k)$ 的函数, $M_{ij} (j = 1, 2, \dots, p)$ 是模糊集合, N 是模糊推理规则数; A_i 和 B_i 是具有适当维数的常数矩阵, A_i 和 B_i 是不确定时变矩阵,且满足范数有界条件

$$[A_i \quad B_i] = H_i F_i(k) [E_{A_i} \quad E_{B_i}]. \quad (2)$$

其中: H_i, E_{A_i} 和 E_{B_i} 是已知的具有适当维数的常数矩阵,反映了不确定参数的结构信息; $F_i(k) \in \mathbf{R}^{1 \times 2}$ 是一个未知的时变函数矩阵,并满足

$$F_i^T(k) F_i(k) \leq I, \quad (3)$$

这里 I 是具有适当维数的单位矩阵.

由单点模糊化、乘积推理和平均加权反模糊化,可得模糊系统的整个状态方程如下:

$$x(k+1) = \sum_{i=1}^N h_i(v) [(A_i + A_i)x(k) + (B_i + B_i)u(k)]. \quad (4)$$

式中

$$v = [v_1(k), v_2(k), \dots, v_p(k)],$$

且

$$\mu_i(v) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(v_j(k)),$$

$$h_i(v) = \mu_i(v) / \sum_{i=1}^N \mu_i(v),$$

其中 $M_{ij}(v_j(k))$ 为 $v_j(k)$ 关于模糊集合 M_{ij} 的隶属函数. 一般情况下, $\mu_i(v)$ 满足 $\mu_i(v) \geq 0, \sum_{i=1}^N \mu_i(v)$

> 0 , 从而 $h_i(v) \geq 0, \sum_{i=1}^N h_i(v) = 1, i = 1, 2, \dots, N.$

假设系统状态可控,则根据并行分布补偿算法(PDC),可设计对应于系统(1)的局部状态反馈控制器,控制规则如下:

Controller Rule i :

IF $v_1(k)$ is M_{i1} and ...and $v_p(k)$ is M_{ip} , (5)

THEN $u(k) = K_i x(k), i = 1, 2, \dots, N,$

其中 $K_i \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 为待定的状态反馈增益矩阵. 整个状态反馈控制律表示如下:

$$u(k) = \sum_{i=1}^N h_i(v) K_i x(k). \quad (6)$$

把式(2)和(6)代入(4),并记 $h_i(v) = h_i, h_j(v) = h_j$,则整个闭环离散模糊系统表示为

$$x(k+1) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N h_i h_j G_{ij} x(k), \quad (7)$$

式中

$$G_{ij} = A_i + B_i K_j + H_i F_i(k) (E_{A_i} + E_{B_i} K_j). \quad (8)$$

对系统(4),定义一个二次型性能指标

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} [x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k)], \quad (9)$$

其中 Q 和 R 是给定的对称正定加权矩阵.

众所周知,离散系统的稳定性是将所有闭环极点配置在以原点为中心的单位圆内为保证的. 为此,本文针对不确定离散模糊系统(4),设计形如式(6)的状态反馈控制器,使得对所有允许的参数不确定性,闭环系统(7)是二次圆域稳定的,即系统的所有闭环极点均位于复平面上单位圆内中心在 $(-r, 0)$, 半径为 r 的圆盘 $D(-r, r)$ 中. 其中 $-r$ 和 r 满足关系式 $r + | -r | < 1$, 并且闭环系统的二次性能指标值不超过某个确定的上界,则控制器(6)称为是闭环系统(7)的一个状态反馈二次圆域稳定保性能控制器.

3 二次圆域稳定保性能控制器的存在条件

本节针对不确定离散模糊系统(4)和一类由线性矩阵不等式刻画的圆盘区域 $D(-r, r)$,分析二次圆域稳定保性能控制器的存在条件.

定义 1 对复平面中给定的圆盘区域 $D(-r, r)$ 和矩阵 \hat{A}_{ij} , 其中 $\hat{A}_{ij} = A_i + B_i K_j, i, j = 1, 2, \dots, N$, 如果矩阵 \hat{A}_{ij} 的所有特征值都位于区域 $D(-r, r)$ 中, 则称矩阵 \hat{A}_{ij} 是圆域稳定的.

定义 2(鲁棒圆域稳定性) 设矩阵 \hat{A}_{ij} 是圆域稳定的, 如果对所有满足条件(3)的参数不确定矩阵, G_{ij} 的所有特征值均在圆盘区域 $D(-r, r)$ 中, 则不确定系统(7)称为是鲁棒圆域稳定的.

定义 3(二次圆域稳定性) 对给定的圆盘 $D(-r, r)$ 和闭环系统(7), 如果存在一个对称正定矩阵 P , 使得对所有满足条件(3)的参数不确定矩阵 $F_i(k)$, 有

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N h_i h_j \left(-P + \frac{G_{ii}^T + I}{r} P \frac{G_{ii} + I}{r} \right) < 0$$

成立,则称闭环系统(7) 是二次圆域稳定的.

注 1 二次圆域稳定性不仅保证了系统的鲁棒稳定性,而且保证了对所有允许的不确定性,系统的所有闭环极点均位于给定的圆盘 $D(r)$ 中.

定理 1 考虑闭环系统(7),对给定的圆盘 $D(r)$ 和二次性能指标(9),如果存在一个对称正定矩阵 P ,矩阵 K_j 和对称正定矩阵 $S = [S_{ij}]_{N \times N}$, $i, j = 1, 2, \dots, N$,使得对所有满足条件(3) 的参数不确定矩阵 $F_i(k)$,下列不等式成立:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N h_i h_j \left(-P + \frac{G_{ij}^T + I}{r} P \frac{G_{ij} + I}{r} + Q + K_j^T R K_j + S_{ij} \right) < 0, \quad (10)$$

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1N} \\ S_{12}^T & S_{22} & \dots & S_{2N} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ S_{1N}^T & S_{2N}^T & \dots & S_{NN} \end{bmatrix} > 0, \quad (11)$$

则闭环系统(7) 是二次圆域稳定的,且控制器(6) 称为该系统的一个状态反馈二次圆域稳定保性能控制器,相应的系统闭环性能指标满足

$$J = \frac{1}{r^2} x_0^T P x_0. \quad (12)$$

证明 假定矩阵不等式(10) 和(11) 成立,则根据定义 3 可知,系统(7) 是二次圆域稳定的.

由条件 $r + 1/r < 1$ 及式(10) 和(11),可推知

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N h_i h_j (G_{ij}^T P G_{ij} - P) < 0$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N h_i h_j [- (G_{ij}^T P + P G_{ij}) - (r^2 - r^2 + 1) P - r^2 (Q + K_j^T R K_j + S_{ij})] < 0$$

$$- r^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N h_i h_j S_{ij} = - H^T S H < 0, \quad (13)$$

式中

$$H = [rh_1 \quad rh_2 \quad \dots \quad rh_N]^T.$$

定义 Lyapunov 函数 $V(x(k)) = x^T(k) P x(k)$, 则沿闭环系统(7) 的任意轨线, $V(x(k))$ 的差分方程为

$$\Delta V(x(k)) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N h_i h_j x^T(k) (G_{ij}^T P G_{ij} - P) x(k).$$

由式(13) 可知, $\Delta V(x(k)) < 0$,故闭环系统(7) 是二次稳定的.

另一方面,从式(13) 还可得到

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N h_i h_j (G_{ij}^T P G_{ij} - P) < 0$$

$$- r^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N h_i h_j (Q + K_j^T R K_j),$$

从而

$$V(x(k)) < - r^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N h_i h_j x^T(k) (Q + K_j^T R K_j) x(k) = - r^2 [x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k)],$$

即

$$x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k) < - \frac{1}{r^2} V(x(k)).$$

进一步,对上式两边从 $k = 0$ 到 $k = \infty$ 求和,并利用闭环系统(7) 的稳定性,可得

$$\sum_{k=0}^{\infty} [x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k)] < \frac{1}{r^2} [V(x(0)) - V(x(\infty))] < \frac{1}{r^2} V(x(0)) = \frac{1}{r^2} x_0^T P x_0.$$

故式(12) 成立,此即为系统性能的上界.

注 2 由于定理 1 中得到的系统性能上界依赖于初始状态 x_0 ,而在实际应用中,系统的初始状态很难精确确定.为避免上界对个别初始状态的依赖,假定 x_0 是一个满足 $E\{x_0 x_0^T\} = I$ 的零均值随机变量,其中 $E\{\cdot\}$ 表示数学期望,则系统性能指标的期望值满足

$$\bar{J} = E\{J\} = E\{x_0^T P x_0\} = \text{Trace}(P). \quad (14)$$

4 二次圆域稳定保性能控制器的设计方法

基于线性矩阵不等式处理技术,给出闭环系统(7) 二次圆域稳定保性能控制器的设计方法.

引理 1^[9] 对给定的具有适当维数的常数矩阵 Y, H 和 E ,其中 Y 是对称的,则对所有满足 $F^T F = I$ 的矩阵 F ,矩阵不等式

$$Y + H F E + E^T F^T H^T < 0$$

成立,当且仅当存在一个常数 $\gamma > 0$,满足

$$Y + H H^T + \gamma^{-1} E^T E < 0.$$

定理 2 对给定的圆盘 $D(r)$ 和二次性能指标(9),如果存在常数 $\gamma_{ij} > 0$,对称正定矩阵 X ,矩阵 Y_j 及对称正定矩阵 $T = [T_{ij}]_{N \times N}$, $i, j = 1, 2, \dots, N$,使得对所有满足条件(3) 的参数不确定矩阵 $F_i(k)$,下列线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -X & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots H_i \\ * & -r^2 X + r^2 T_{ii} & \dots & rX & rY_i^T & 0 \\ * & * & -\gamma_{ii} I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -Q^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -R^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma_{ii} I \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad (15)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 - \bar{v}t/L & 0 & 0 \\ \bar{v}t/L & 1 & 0 \\ d\bar{v}^2\bar{t}^2/2L & d\bar{v}t & 1 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = B_2 = [\bar{v}t/l \ 0 \ 0]^\top,$$

$$H_1 = H_2 = [0 \ 0 \ 0.002 \ 3]^\top,$$

$$d = 0.01/ ,$$

$$E_{A_i} = E_{A_2} = [\bar{v}t/2L \ 1 \ 0],$$

$$E_{B_i} = E_{B_2} = [0 \ 0 \ 0]^\top.$$

模糊隶属函数选择为

$$h_1(v(k)) = \frac{\sin(v(k))}{v(k)},$$

$$h_2(v(k)) = 1 - h_1(v(k)).$$

定义二次性能指标的权矩阵为 $Q = \text{diag}\{0.01, 0.01, 0.01\}$, $R = 0.01$. 图 1 分别给出了当控制器存在时, 参数 α 以及圆盘区域 $D(\alpha, r)$ 的可行解分布情况.

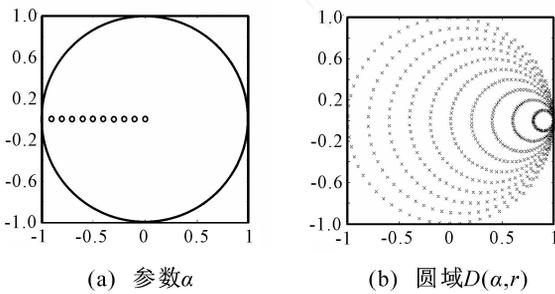


图 1 参数 α 及圆盘区域 $D(\alpha, r)$ 的可行解分布

现取 $\alpha = -0.5, r = 0.5$ 的圆盘区域, 分别应用定理 2 和定理 3 求解控制器增益, 结果如下:

二次圆域稳定保性能控制器增益为

$$K_1 = [2.777 \ 2 \quad -3.468 \ 6 \quad 0.467 \ 7],$$

$$K_2 = [2.447 \ 8 \quad -1.782 \ 6 \quad 0.430 \ 8],$$

性能指标上界为

$$\bar{J}^* = 1.052 \ 8 \ e + 003;$$

最优二次圆域稳定保性能控制器增益为

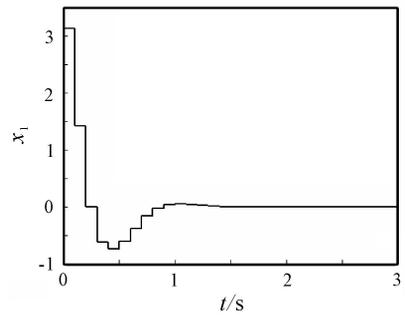
$$K_1 = [2.688 \ 9 \quad -3.107 \ 0 \quad 0.399 \ 5],$$

$$K_2 = [2.460 \ 7 \quad -1.851 \ 7 \quad 0.399 \ 4],$$

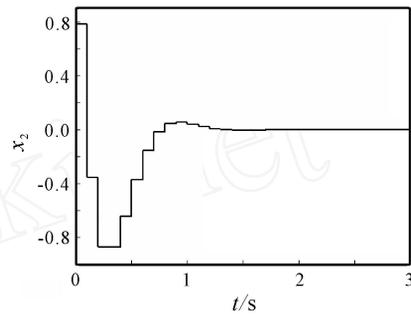
最优性能指标上界为

$$\bar{J}^* = 587.170 \ 3.$$

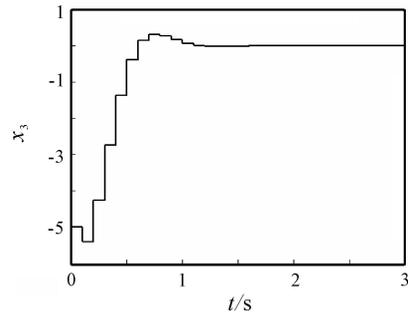
取初始状态 $x_0 = [\quad 0.25 \quad -5]^\top$, 采样时间 $T_s = 0.1 \text{ s}$, 将最优二次圆域稳定保性能控制器应用于不确定离散系统(22), 则其状态响应曲线和控制响应曲线如图 2 所示. 由图 2 可知, 所设计的控制器能很好地镇定不确定离散系统(22), 同时满足圆盘极点约束和二次性能指标的要求. 另一方面, 从上述响应曲线可以看出, 3 个状态的调节时间分别为 1.1 s, 1.0 s 和 1.1 s. 进一步仿真研究发现, 当圆



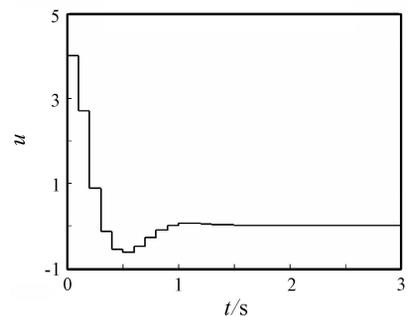
(a) x_1 响应曲线



(b) x_2 响应曲线



(c) x_3 响应曲线



(d) u 响应曲线

图 2 闭环系统的状态响应曲线和控制响应曲线
盘区域逐渐右移时, 系统的调节时间是逐渐增大的.

6 结 语

本文针对由 T-S 模糊模型描述的不确定离散非线性系统, 并结合二次型性能指标, 提出一种具有圆盘极点约束的状态反馈二次圆域稳定保性能控制器的系统化设计方法. 整个系统的稳定性和动态性能均可通过配置每个局部子系统的极点位置获得. 仿真实验表明, 闭环系统的鲁棒稳定性、二次性能指

标和极点约束条件都可归结为一组线性矩阵不等式的凸优化问题.

参考文献(References)

- [1] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control [J]. IEEE Trans on Systems Man Cybernet, 1985, 15(1): 116-132.
- [2] Teixeira M C M, Zak S H. Stabilizing controller design for uncertain nonlinear systems using fuzzy models [J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1999, 7(2): 133-142.
- [3] Lee H J, Park J B, Chen G. Robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties [J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2001, 9(2): 369-379.
- [4] Feng G. Approaches to quadratic stabilization of uncertain continuous time fuzzy dynamic systems [J]. IEEE Trans on Circuits Systems, 2001, 48(6): 760-769.
- [5] 刘飞, 苏宏业, 褚健. 基于模糊模型的不确定非线性系统鲁棒镇定[J]. 控制与决策, 2002, 17(5): 532-535. (Liu Fei, Su Hong-ye, Chu Jian. Robust D -stabilization for uncertain nonlinear systems based on fuzzy models [J]. Control and Decision, 2002, 17(5): 532-535.)
- [6] 周武能, 苏宏业, 褚健. 不确定 T-S 模型的 D -域极点约束鲁棒控制[J]. 控制与决策, 2005, 20(1): 46-50. (Zhou Wu-neng, Su Hong-ye, Chu Jian. Robust control for uncertain T-S systems with D -region pole constraints [J]. Control and Decision, 2005, 20(1): 46-50.)
- [7] Wang H O, Tanaka K, Griffin M F. Parallel distributed compensation of nonlinear systems by Takagi-Sugeno fuzzy model [C]. Proc of the FUZZ-IEEE/IFES. Yokohama, 1995: 531-538.
- [8] Boyd S, Ghaoui L E, Feron E, et al. Linear matrix inequalities in system and control theory [M]. Philadelphia, PA: SIAM, 1994.
- [9] Xie L. Output feedback H control of systems with parameter uncertainty [J]. Int J of Control, 1996, 63(4): 741-750.
- [10] 佟绍成, 王涛, 王艳平, 等. 模糊控制系统的设计及稳定性分析[M]. 北京: 科学出版社, 2004: 218-222. (Tong Shao-cheng, Wang Tao, Wang Yan-ping, et al. Design and stability analysis of fuzzy control system [M]. Beijing: Science Press, 2004: 218-222.)
- [1] Tsuji T, Tanaka Y. On-line learning of robot arm impedance using neural networks [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2005, 52(4): 257-271.
- [2] Liu Y H, Arimoto S. Adaptive and nonadaptive hybrid controllers for rheonomically constrained manipulators [J]. Automatica. 1998, 34(4): 483-491.
- [3] 樊晓平, 徐建闽, 毛宗源, 等. 平面双连杆受限柔性机器人臂的自适应模糊力/位置控制[J]. 机器人, 1999, 21(6): 454-465. (Fan Xiao-ping, Wu Jian-min, Mao Zong-yuan, et al. Adaptive fuzzy position/force control for a planar two-link constrained flexible manipulator [J]. Robot, 1999, 21(6): 454-465.)
- [4] Siciliano B, Villani L. Two-time scale force and position control of flexible manipulators [C]. Proc of the 2001 IEEE Int Conf on Robotics & Automation. Seoul, 2001: 2729-2734.
- [5] Tian L F, Collins C. A dynamic recurrent neural network-based controller for a rigid-flexible manipulator system [J]. Mechatronics, 2004, (14): 471-490.
- [6] Luo Z H, Guo B Z, Morgul O. Stability and stabilization of infinite dimensional systems with applications [M]. London: Springer-Verlage, 1999.
- [7] Zhang X P, Xu W W, Nair S S, et al. PDE modelling and control of a flexible two-link manipulator [J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2005, 13(2): 301-312.
- [8] Ge S S, Lee T H, Zhu G, et al. Variable structure control of a distributed-parameter flexible beam [J]. J of Robotic Systems, 2001, 18(1): 17-27.
- [9] Matsuno F, Sakawa Y, Asano T. Quasi-static hybrid position/force control of a flexible manipulator [C]. Proc of the 1991 IEEE Int Conf on Robotics & Automation. Sacramento, 1991: 2838-2843.
- [10] Lee M G, Choi Y K. An adaptive neurocontroller using RBFN for robot manipulators [J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2004, 51(3): 711-717.
- [11] Slotine J J E, Li W P. Applied nonlinear control [M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1991.
- [12] Matsuno F, Murata K. Passivity and PDS control of flexible mechanical systems on the basis of distributed parameter system [C]. Proc of the IEEE Int Conf on Systems, Man and Cybernetics. Tokyo, 1999, 5: 51-56.

(上接第 982 页)