第 22 卷 第 9 期 控 制 与 决 策 2007 年 9 月
Vol. 22 No. 9 Control and Decision Sep. 2007

文章编号: 1001-0920(2007)09-0989-05

一类离散时滞不确定随机系统 H∞静态输出反馈控制

王 武, 杨艳华, 许冠冕, 杨富文
(福州大学 电气工程与自动化学院, 福州 350002)

摘 要: 在工业过程控制中, 由于测量数据的网络传输或传感器暂时失效等原因可能造成测量数据的丢失, 这种数据的丢失具有随机性. 假设数据丢失过程可由一已知概率分布的Bernoulli序列进行描述. 针对这样一类离散时滞不确定随机系统, 利用线性矩阵不等式方法设计了 H_∞静态输出反馈控制器, 所设计的静态输出反馈控制器使得闭环系统是均方指数稳定的且具有给定的 H_∞性能. 仿真结果表明了设计方法的有效性.

关键词: 离散不确定系统; 时滞; 数据丢失; H_∞静态输出反馈; 线性矩阵不等式
中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

H∞ static output feedback control for a class of uncertain discrete-time stochastic systems with time delay

WANG Wu, YANG Yan-hua, XU Guan-mian, YANG Fu-wen
(College of Electrical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350002, China. Correspondent: WANG Wu, E-mail: wangwu @fzu. edu. cn)

Abstract: During the process of industrial control, data are transmitted by network or sensors fail temporarily, so the system measurements may be unavailable at any sample time. A Bernoulli distributed white sequence is used to describe missing data and the probability of the occurrence of missing data is assumed to be known. The problem of H_∞ static output-feedback control is designed for a class of uncertain discrete-time stochastic systems with time delay. By the output-feedback control designed, the systems are exponentially mean-square stable and a prescribed H_∞ performance is guaranteed by using linear matrix inequalities (LMIs). The simulation result shows the validity of the proposed design approach.

Key words: Discrete-time uncertain systems; Time delay; Missing data; H_∞ static output feedback; LMI

1 引 言

时滞与不确定性作为工程系统中普遍存在的现象, 得到了广泛的研究并取得了许多成果[1]. 通常情况下, 系统状态很难直接获得, 状态反馈控制方案在工程中较难实现, 因此利用可测量的信息来设计输出反馈控制器是一个具有实际意义的研究问题[2]. 在工程实现中, 静态输出反馈控制与动态输出反馈控制相比更为方便, 已有很多成果发表[2,3]. 但随着网络等技术的发展,工业过程控制中的传感器和控制器通过网络连接,会因测量数据的网络传输造成测量数据的丢失, 从而导致控制器获得的信息仅含干扰噪声信号, 丢失了重要的被控对象输出信息. 这将降低系统控制性能, 严重时将破坏系统的稳定性[4]. 学者们开始对这类具有测量数据丢失系统的控制与滤波进行了研究. Chen 等[5]采用神经网络来估计丢失的数据,克服数据丢失时刻无法跟踪的控制问题. Albertos 等[6]采用辨识模型来预测丢失的数据,并采用这些数据进行控制. 文献[4,7,8] 采用满足 Bernoulli 分布的序列来描述数据丢失以进行控制器和滤波器的设计. 文献[9]把丢失数据当作"零"数据处理, 采用不完全矩阵描述丢失的数据以研究模型的验证和滤波器的设计. 还有一种是把具有测量数据丢失当成一种随机马尔可夫跳跃, 采用马尔可夫理论来研究控制与滤波[10].

采用 Bernoulli 序列来研究数据丢失, 数学描述简单且物理意义明确, 但是学者主要研究这类丢

收稿日期: 2006-05-18; **修回日期**: 2006-08-15.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60474049,60604027); 福建省自然科学基金项目(A0510009).
作者简介: 王武(1973—), 男, 福建莆田人,副教授,博士,从事鲁棒控制与滤波、非脆弱控制的研究; 杨艳华(1983—),女,福建莆田人,硕士生,从事网络控制系统的研究.

失系统的滤波问题，对控制研究的较少. 本文沿用这种描述方式，针对一类具有凸多面体不确定的离散时滞随机系统，运用参数依赖型 Lyapunov 函数和 LMI 方法来设计静态输出反馈控制器，给出了使得系统均方指数稳定且具有给定 H_∞ 性能的静态输出反馈控制的充分条件.

2 问题的描述

考虑如下具有测量数据部分丢失的不确定时滞线性离散系统：

$$\begin{aligned} & x(k+1)= \\ & Ax(k)+A_d x(k-d(k))+ \\ & B_1 w(k)+B_2 u(k), \\ & y(k)=r(k)Cx(k)+Dw(k), \\ & z(k)=Tx(k). \end{aligned} \tag{1}$$

其中：$x(k)\in R^n$ 是系统状态向量，$w(k)\in R^{m_1}$ 是外部扰动，属于 $l_2[0,\infty)$，$u(k)\in R^{m_2}$ 是输入向量，$z(k)\in R^p$ 是系统受控输出，$y(k)\in R^r$ 是测量输出向量，$d_1\leq d(k)\leq d_2$ 是系统的时变时滞，$0\leq d_1\leq d_2$. 系统的随机变量 $r(k)\in R$ 是一个满足 Bernoulli 分布的序列，其取值为 0 和 1. 它的概率

$$P_{\mathrm{rob}}\{r(k)=1\}=\mathrm{E}\{r(k)\}:=\bar{r}, \tag{2}$$

$$P_{\mathrm{rob}}\{r(k)=0\}=1-\mathrm{E}\{r(k)\}:=1-\bar{r}, \tag{3}$$

其中 $\bar{r}$ 是已知的正数.

假设不确定性系统矩阵可表达为若干个顶点矩阵的凸组合，即

$$\begin{aligned} & M\cong(A,A_d,B_1,C,D,T)\in R, \\ & R\cong \\ & (A,A_d,B_1,C,D,T)\mid(A,A_d,B_1,C,D,T)= \\ & \sum_{i=1}^{s}\tau_i(A_i,A_{di},B_{1i},C_i,D_i,T_i), \\ & \tau_i\geq 0,\ \sum_{i=1}^{s}\tau_i=1. \end{aligned}$$

设计的静态输出反馈为

$$u(k)=-Ky(k), \tag{4}$$

其中 K 为设计的控制器参数.

将控制器(4) 代入系统(1)，得闭环系统为

$$\begin{aligned} & x(k+1)= \\ & (A-r(k)B_2KC)x(k)+A_d x(k- \\ & d(k))+(B_1-B_2KD)w(k), \\ & z(k)=Tx(k). \end{aligned} \tag{5}$$

本文的目标是设计形如式(4) 的静态输出反馈控制器，使得：

1) 在外部扰动 $w(k)=0$ 情况下，闭环系统(5) 在均方意义下是渐近稳定的，即对所有 $x(0)$，$\alpha\geq 1$，$0<\tau<1$，有

$$\mathrm{E}\{\|x(k)\|\}\leq\alpha\tau^k\mathrm{E}\{\|x(0)\|^2\}. \tag{6}$$

2) 在零初始条件下，闭环系统(5) 具有 H_∞ 性能 $\gamma(\gamma>0)$，即

$$\mathrm{E}\{\|z(k)\|^2\}<\gamma^2\mathrm{E}\{\|w(k)\|^2\},\ \forall w(k)\neq 0. \tag{7}$$

其中

$$\|z(k)\|^2=\sum_{k=0}^{\infty}z^{\mathrm{T}}(k)z(k),$$

$$\|w(k)\|^2=\sum_{k=0}^{\infty}w^{\mathrm{T}}(k)w(k).$$

在给出主要结果前，先给出以下假设和引理：

假设 1 不失一般性，假设矩阵 B_2 列满秩.

引理 1[11] 取矩阵 $M=M^{\mathrm{T}}$，$Q=Q^{\mathrm{T}}>0$，A 为合适维数的矩阵，则以下条件等价：

1) $A^{\mathrm{T}}QA-M<0$, (8)

2) 存在矩阵 F 和 G 满足

$$\begin{bmatrix} -M+A^{\mathrm{T}}F+F^{\mathrm{T}}A & -F^{\mathrm{T}}+A^{\mathrm{T}}G \\ -F+G^{\mathrm{T}}A & Q-G-G^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}<0. \tag{9}$$

注 1 当取 $F=0$ 时，引理 1 退化为文献[12] 的引理. 附加的矩阵 F 将增加解的寻优空间，得到更小设计保守性的结果.

引理 2 矩阵 $B_2\in R^{n*m_2}$ 列满秩，存在正交阵 $U\in R^{n*n}$，$v\in R^{n*m_2}$，使得

$$B_2=U\begin{bmatrix} S \\ 0 \end{bmatrix}V^{\mathrm{T}},$$

$$S=\mathrm{diag}\{\sigma_1,\cdots,\sigma_{m_2}\}.$$

那么存在非奇异矩阵 $Q\in R^{m_2*m_2}$ 使得 $GB_2=B_2Q$ 的充分必要条件是

$$G=U\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ 0 & G_{22} \end{bmatrix}U^{\mathrm{T}}. \tag{10}$$

其中：$G_{11}\in R^{m_2*m_2}$，$G_{12}\in R^{m_2*(n-m_2)}$，$G_{22}\in R^{(n-m_2)*(n-m_2)}$.

证明 证明方法类似于文献[13] 引理 2 的证明. □

注 2 文献[13] 的引理 2 中 G 是对称阵，具有较大的保守性.

3 主要结果

定理 1 给定 $\gamma>0$. 闭环系统(5) 在均方意义下是渐近稳定且具有 H_∞ 性能的充分条件是存在正定对称阵 P，R 使得

$$\begin{bmatrix} (d_2-d_1+1)R-P & * \\ 0 & -R \\ 0 & 0 \\ T & 0 \\ PA-\bar{r}PB_2KC & PA_d \\ \beta PB_2KC & 0 \end{bmatrix}\rightarrow$$

$$\Leftarrow \begin{bmatrix} * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ -\gamma^2 I & * & * & * \\ 0 & -I & * & * \\ PB_1 - PB_2KD & 0 & -P & * \\ 0 & 0 & 0 & -\beta P \end{bmatrix} < 0 \tag{11}$$

成立, 其中 $\beta = (1-\bar{r})\bar{r}$.

证明　选取 Lyapunov 函数为

$$V(k) = x^{\mathrm T}(k)Px(k) + V_1(k) + V_2(k), \tag{12}$$

其中

$$V_1(k) = \sum_{m=k-d(k)}^{k-1} x^{\mathrm T}(m)Rx(m), \tag{13}$$

$$V_2(k) = \sum_{n=-d_2+2}^{-d_1+1}\sum_{l=k+n-1}^{k-1} x^{\mathrm T}(l)Rx(l). \tag{14}$$

那么

$$\begin{aligned} &V_1(k+1) - V_1(k) = \\ &x^{\mathrm T}(k)Rx(k) - x^{\mathrm T}(k-d(k))Rx(k-d(k)) + \\ &\sum_{m=k+1-d(k+1)}^{k-d_1} x^{\mathrm T}(m)Rx(m) + \sum_{m=k+1-d_1}^{k-1} x^{\mathrm T}(m)Rx(m) - \\ &\sum_{m=k+1-d(k)}^{k-1} x^{\mathrm T}(m)Rx(m) - x^{\mathrm T}(k)Px(k), \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} &V_2(k+1) - V_2(k) = \\ &\sum_{n=-d_2+2}^{-d_1+1}\Big[x^{\mathrm T}(k)Rx(k) + \sum_{l=k+n}^{k-1} x^{\mathrm T}(l)Rx(l) - \\ &\sum_{l=k+n-1}^{k-1} x^{\mathrm T}(l)Rx(l)\Big] = \\ &(d_2-d_1)x^{\mathrm T}(k)Rx(k) - \sum_{m=k-d_2+1}^{k-d_1} x^{\mathrm T}(m)Rx(m). \end{aligned} \tag{16}$$

因为 $d_1 \le d(k) \le d_2$, 有

$$\sum_{m=k+1-d_1}^{k-1} x^{\mathrm T}(m)Rx(m) - \sum_{m=k+1-d(k)}^{k-1} x^{\mathrm T}(m)Rx(m) \le 0, \tag{17}$$

$$\sum_{m=k+1-d(k+1)}^{k-d_1} x^{\mathrm T}(m)Rx(m) - \sum_{m=k-d_2+1}^{k-d_1} x^{\mathrm T}(m)Rx(m) \le 0, \tag{18}$$

所以当 $w(k) = 0$ 时, 有

$$\begin{aligned} &\Delta V(k) = \mathrm{E}\{V(k+1) \mid V(k)\} - V(k) = \\ &\mathrm{E}\{((A - r(k)B_2KC)x(k) + A_dx(k-d(k)))^{\mathrm T} \times \\ &P((A - r(k)B_2KC)x(k) + A_dx(k-d(k)))\} + \\ &V_1(k+1) - V_1(k) + V_2(k+1) - V_2(k) - \\ &x^{\mathrm T}(k)Px(k) \le \xi(k)^{\mathrm T}\Lambda\xi(k). \end{aligned} \tag{19}$$

其中

$$\beta = \mathrm{E}(r(k)-\bar{r})^2 = (1-\bar{r})\bar{r},$$

$$\xi(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-d(k)) \end{bmatrix},$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_{11} & * \\ A_d^{\mathrm T}P(A-\bar{r}B_2KC) & A_d^{\mathrm T}PA_d - R \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \Lambda_{11} = &\\ &(A-\bar{r}B_2KC)^{\mathrm T}P(A-\bar{r}B_2KC) + \\ &\beta(B_2KC)^{\mathrm T}P(B_2KC) - P + (d_2-d_1+1)R. \end{aligned}$$

由 Schur 补引理可知, 式(11) 成立隐含着 $\Lambda < 0$, 余下的证明类似于文献[13]定理 1 的证明, 可证得闭环系统(5) 在均方意义下是渐近稳定的.

当 $w(k) \ne 0$ 时, 有

$$\Delta V(k) = \mathrm{E}\{V(k+1) \mid V(k)\} - V(k) =$$

$$\begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-d(k)) \\ w(k) \end{bmatrix}^{\mathrm T} \left[\begin{array}{c|c} \Lambda & \begin{matrix} * \\ * \end{matrix} \\ \hline \Pi_{31} \quad \Pi_{32} & \Pi_{33} \end{array}\right] \begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-d(k)) \\ w(k) \end{bmatrix}. \tag{20}$$

其中

$$\Pi_{31} = (B_1 - B_2KD)^{\mathrm T}P(A-\bar{r}B_2KC),$$

$$\Pi_{32} = (B_1 - B_2KD)^{\mathrm T}PA_d,$$

$$\Pi_{33} = (B_1 - B_2KD)^{\mathrm T}P(B_1 - B_2KD).$$

那么

$$\begin{aligned} &\mathrm{E}\{V(k+1)\} - \mathrm{E}\{V(k)\} + \\ &\mathrm{E}\{z^{\mathrm T}(k)z(k)\} - \gamma^2\mathrm{E}\{w^{\mathrm T}(k)w(k)\} = \\ &\begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-d(k)) \\ w(k) \end{bmatrix}^{\mathrm T} \left[\begin{array}{c|c} \Lambda & \begin{matrix} * \\ * \end{matrix} \\ \hline \Pi_{31} \quad \Pi_{32} & \Pi_{33} \end{array}\right] \begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-d(k)) \\ w(k) \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-d(k)) \\ w(k) \end{bmatrix}^{\mathrm T} \begin{bmatrix} T^{\mathrm T}T & * & * \\ 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-d(k)) \\ w(k) \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{21}$$

同样类似于文献[13]定理 1, 可得在零初始条件下系统具有 H_∞ 性能. □

推论 1　给定 $\gamma > 0$. 闭环系统(5) 在均方意义下是渐近稳定的, 且具有 H_∞ 性能的充分条件是存在正定对称阵 P 和 R, 使得

$$\begin{bmatrix} (d_2-d_1+1)R - P & * \\ 0 & -R \\ 0 & 0 \\ T & 0 \\ PA_i - \bar{r}PB_2KC_i & PA_{di} \\ \beta PB_2KC_i & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\leftarrow\begin{matrix} * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ -\gamma^2 I & * & * & * \\ 0 & -I & * & * \\ PB_{1i}-PB_2KD_i & 0 & -P & * \\ 0 & 0 & 0 & -\beta P \end{matrix}\Bigg] < 0 \tag{22}$$

成立, 其中 $\beta = (1-\bar{r})\bar{r}$, $A_i, A_{di}, B_{1i}, C_i, D_i, T_i$ 为系统的顶点矩阵.

在推论 1 中, 系统矩阵和 Lyapunov 矩阵存在耦合, 因此对每个顶点采用统一的 Lyapunov 矩阵, 这样设计静态输出反馈控制器将带来很大的保守性. 为了减小设计的保守性, 目前采用的方法就是将系统矩阵和 Lyapunov 矩阵解耦. 下面利用引理 1 实现系统矩阵和 Lyapunov 矩阵解耦, 进而得到不确定系统的鲁棒 H_∞ 性能准则.

定理 2 给定 $\gamma > 0$. 系统(5) 均方指数稳定且具有给定的 H_∞ 性能的充分条件是如果存在正定对称阵 P_i 和 R_i, 矩阵 Γ 和 Θ, 满足

$$\begin{bmatrix} \Pi_1 + \Pi_2^{\mathrm T}\Theta + \Theta^{\mathrm T}\Pi_2 & -\Theta^{\mathrm T} + \Pi_2^{\mathrm T}\Gamma \\ -\Theta + \Gamma^{\mathrm T}\Pi_2 & \Pi_3 - \Gamma - \Gamma^{\mathrm T} \end{bmatrix} < 0,$$
$$i = 1, \cdots, s. \tag{23}$$

其中

$\Pi_1 =$
$$\begin{bmatrix} (d_2 - d_1 + 1)R_i - P_i & * & * & * \\ 0 & -R_i & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & * \\ T_i & 0 & 0 & -I \end{bmatrix},$$

$\Pi_2 =$
$$\begin{bmatrix} A_i - \bar{r}B_2KC_i & A_{di} & B_{1i} - B_2KD_i & 0 \\ B_2KC_i & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$\Pi_3 = \mathrm{diag}\{P_i, \beta P_i\}$. □

由于定理 2 中系统矩阵虽然实现了和 Lyapunov 矩阵解耦, 但是系统矩阵和新引入的任意矩阵(Γ 或 Θ) 出现耦合. 为了解决这个问题, 对矩阵 Γ 和 Θ 进行一些限定, 即取

$$\Theta = \begin{bmatrix} l_1 G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta l_2 G & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} G & 0 \\ 0 & \beta G \end{bmatrix}.$$

其中 l_1, l_2 为任意实数, 并由假设 1 可知 B_2 列满秩, 因此存在非奇异矩阵 Q, 有

$$G^{\mathrm T}B_2 = B_2 Q, \tag{24}$$

那么式(23) 可化为

$$\begin{bmatrix} \begin{matrix} l_1A_i^{\mathrm T}G - \bar{r}l_1(B_2EC_i)^{\mathrm T} + \\ l_1G^{\mathrm T}A_i - \bar{r}l_1B_2EC_i + \\ (d_2-d_1+1)R_i - P_i \end{matrix} & * & * \\ l_1A_{di}^{\mathrm T}G + \beta l_2B_2EC_i & -R_i & * \\ l_1B_{1i}^{\mathrm T}G - l_1(B_2ED_i)^{\mathrm T} & 0 & -\gamma^2 I \\ T_i & 0 & 0 \\ G^{\mathrm T}A_i - \bar{r}B_2EC_i - l_1G & G^{\mathrm T}A_{di} & G^{\mathrm T}B_{1i} - B_2ED_i \\ \beta B_2EC_i & -\beta l_2 G & 0 \end{bmatrix.}\rightarrow$$

$$\leftarrow\begin{matrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \\ -I & * & * \\ 0 & P_i - G - G^{\mathrm T} & * \\ 0 & 0 & \beta(P_i - G - G^{\mathrm T}) \end{matrix}\Bigg] < 0, \tag{25}$$

其中 $E = QK$.

由此给出以下定理:

定理 3 给定 $\gamma > 0$. 闭环系统(5) 在均方意义下是渐近稳定的, 且具有 H_∞ 性能的充分条件是存在正定对称阵 P_i 和 R_i, 矩阵 G, E 和非奇异矩阵 Q, 使得不等式(25) 和等式(24) 成立. 进而控制器参数为

$$K = Q^{-1}E. \tag{26}$$

定理 2 中含有等式, Matlab LMI Toolbox 无法进行求解, 为此需要利用引理 2 来消除等式约束. 由于矩阵 $B_2 \in R^{n * m_2}$ 列满秩, 存在正交阵 $U \in R^{n*n}$, $V \in R^{n*m_2}$, 使得

$$B_2 = U\begin{bmatrix} S \\ 0 \end{bmatrix}V^{\mathrm T},\ S = \mathrm{diag}\{\sigma_1, \cdots, \sigma_{m_2}\},$$

从而有以下定理:

定理 4 给定 $\gamma > 0$. 闭环系统(5) 在均方意义下是渐近稳定的, 且具有 H_∞ 性能的充分条件是存在矩阵 E, G_{11}, G_{12}, G_{22}, 正定对称阵 P_i 和 R_i, 使得

$$\begin{bmatrix} \begin{matrix} l_1A_i^{\mathrm T}G - \bar{r}l_1(B_2EC_i)^{\mathrm T} + \\ l_1G^{\mathrm T}A_i - \bar{r}l_1B_2EC_i + \\ (d_2-d_1+1)R_i - P_i \end{matrix} & * & * \\ l_1A_{di}^{\mathrm T}G + \beta l_2B_2EC_i & -R_i & * \\ l_1B_{1i}^{\mathrm T}G - l_1(B_2ED_i)^{\mathrm T} & 0 & -\gamma^2 I \\ T_i & 0 & 0 \\ G^{\mathrm T}A_i - \bar{r}B_2EC_i - l_1G & G^{\mathrm T}A_{di} & G^{\mathrm T}B_{1i} - B_2ED_i \\ \beta B_2EC_i & -\beta l_2 G & 0 \end{bmatrix.}\rightarrow$$

$$\leftarrow\begin{matrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \\ -I & * & * \\ 0 & P_i - G - G^{\mathrm T} & * \\ 0 & 0 & \beta(P_i - G - G^{\mathrm T}) \end{matrix}\Bigg] < 0, \tag{27}$$

其中

$$G^{\mathrm{T}} = U\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ 0 & G_{22} \end{bmatrix} U^{\mathrm{T}}.$$

此时控制器参数为

$$K = VS^{-1}G_{11}^{-1}SV^{\mathrm{T}}E. \tag{28}$$

4　仿真例子

系统的参数如下:

$$A = \begin{bmatrix} 0.3+0.5\rho & 0.5 & 0.1 \\ 0.2 & 0.6 & 0 \\ 0.4 & 0.1 & 0.2 \end{bmatrix},$$

$$A_d = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.2 & 0.3 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$D = 1$, $T = [1\ \ 0\ \ 0]$,

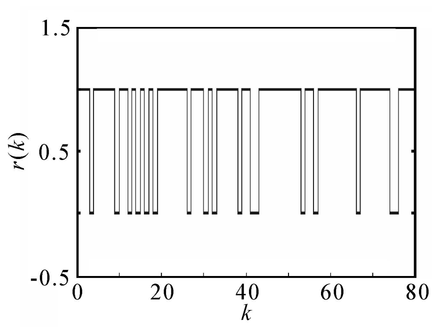
$C = [1\ \ 0\ \ 0]$, $\bar{r} = 0.8$, $d_1 = d_2 = 2$,

式中的不确定参数 $|\rho| \leq 1$.

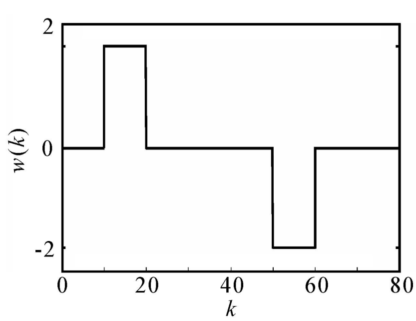
选取初值 $l_1 = 0$, $l_2 = 0$, 由定理 4 中的式(27)和函数 fminsearch, 可以寻得 $l_1 = -0.0597$, $l_2 = 0.0367$ 时存在次优的 $\gamma = 1.4567$, 相应的静态输出反馈增益 K 为 $[0.8203\ \ -0.1183]^{\mathrm{T}}$.

下面对系统的 H_∞ 扰动衰减特性作以简要分析. 在初始状态 $x = [0\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}}$ 时, 假设干扰输入

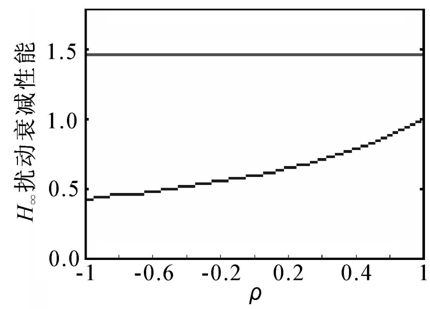
$$w(k) = \begin{cases} 2, & 10 \leq k \leq 20; \\ -2, & 50 \leq k \leq 60; \\ 0, & \text{others}. \end{cases}$$



(a)　随机变量 $r(k)$



(b)　外部干扰 $w(k)$



(c)　H_∞ 扰动衰减性能

图 1　随机变量 $r(k)$, 外部干扰 $w(k)$, 系统的 H_∞ 扰动衰减性能

在这样的干扰输入下, 满足 Bernoulli 分布的随机变量 $r(k)$ 的实现如图 1 所示, 那么可得系统在 ρ 取不同值时的 H_∞ 扰动衰减性能指标. 可见本文提出的设计方法是有效的.

5　结　　语

本文对一类离散时滞不确定随机系统的 H_∞ 静态输出反馈控制问题进行了研究. 采用 Bernoulli 分布的随机变量来描述随机系统测量数据的部分丢失, 利用了参数依赖型 Lyapunov 函数, 寻找和系统的不确定性相关联的 Lyapunov 函数, 以减小设计的保守性. 利用 LMI 方法来设计静态输出反馈控制器, 并且给出了使得系统均方指数稳定且具有给定的 H_∞ 性能的充分条件.

参考文献(References)

[1] 高会军, 王常虹. 参数摄动系统的鲁棒 H_∞ 状态估计[J]. 控制与决策, 2004, 19(2): 147-152.
(Gao Hui-jun, Wang Chang-hong. Robust H_∞ state estimation for systems with uncertain parameters[J]. Control and Decision, 2004, 19(2): 147-152.)

[2] Bara G I, Boutayeb M. Static output feedback stabilization with H_∞ performance for linear discrete-time systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(2): 250-254.

[3] Syrmos V L, Abdallah C, Dorato P, et al. Static output feedback: A survey[J]. Automatica, 1997, 33(2): 125-137.

[4] Wang W, Yang F. H_∞ filter design for discrete-time systems with missing measurements [J]. Acta Automatica Sinica, 2006, 32(1): 107-111.

[5] Chen Y-M, Huang H-C. Multisensor data fusion for manoeuvring target tracking [J]. Int J of Systems Science, 2001, 32(2): 205-214.

[6] Albertos P, Sanchis R, Sala A. Out prediction under scarce data operation: Control applications [J]. Automatica, 1999, 35(10): 1671-1681.

(下转第 999 页)

多周期随机需求生产/库存模型,该模型综合考虑了系统的成品存贮费、成品缺货费及生产开工费等费用,采用(s,Q)策略对生产/库存进行控制.然后,通过对该模型费用函数的分析,设计了一种最优生产控制算法.根据该算法可以得出系统的最优生产准备点和最优生产量.理论分析与计算实例表明,该控制方法能够较好地减小系统生产与库存的平均费用,从而节省企业生产和库存的成本.

参考文献(References)

[1] Heizer J, Render B. Operations management[M]. 6th ed. Beijing: Tsinghua University Publisher, 2001.

[2] 郭彩芬, 王宁生. 串行生产线生产与库存的最优控制[J]. 中国机械工程, 2004, 15(10): 892-894.
(Guo Cai-fen, Wang Ning-sheng. Optimal control of production and strage in the transfer line[J]. China Mechanical Engineering, 2004, 15(10): 892-894.)

[3] Papadopoulos H T, Vidalis M I. Minimizing WIP inventory in reliable production lines[J]. Int J of Production Economics, 2001, 70(2): 185-197.

[4] Panayiotou C G, Cassandras C G, Zhang P. On-Line inventory cost minimization for make-to-stock manufacturing systems[C]. Proc of the American Control Conf. New York, 2002, 6: 4469-4474.

[5] Blanchini F, Miani S, Pesenti R, et al. Control policies for multi-inventory systems with uncertain demand and setups[C]. Proc of the IEEE Conf on Decision and Control. New York, 2001, 2: 1941-1946.

[6] 潘景铭, 唐小我. 需求不确定条件下柔性供应链生产决策模型及优化[J]. 控制与决策, 2004, 19(4): 411-415.
(Pan Jing-ming, Tang Xiao-wo. Flexible supply chain's volume decision model and its optimization under demand uncertainty[J]. Control and Decision, 2004, 19(4): 411-415.)

[7] 何勇, 杨德礼, 何炬, 等. 折损产品整合生产库存系统优化模型研究[J]. 控制与决策, 2004, 19(11): 1278-1281.
(He Yong, Yang De-li, He Jv, et al. Optimizing inventory model for deteriorating items based on integrated approach[J]. Control and Decision, 2004, 19(11): 1278-1281.)

[8] 沈挺, 赵千川, 郑大钟. 一种库存控制策略[J]. 自动化学报, 1999, 25(3): 337-343.
(Shen Ting, Zhao Qian-chuan, Zheng Da-zhong. An inventory control policy[J]. Acta Automatic Sinica, 1999, 25(3): 337-343.)

[9] Giri B C, Yun W Y, Dohi T. Optimal design of unreliable production-inventory systems with variable production rate[J]. European J of Operational Research, 2005, 162(2): 372-386.

[10] Khmelnitsky E, Gerchak Y. Optimal control approach to production systems with inventory-level-dependent demand[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(2): 289-292.

(上接第 993 页)

[7] Chen G A. Simple treatment for suboptimal Kalman filtering in case of measurement data missing[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1990, 26(2): 413-415.

[8] Wang Z, Daniel W C, Liu X. Variance-constrained filtering for uncertain stochastic systems with missing measurements[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(7): 1254-1258.

[9] Savkin V, Petersen I R, Moheimani S O R. Model validation and state estimation for uncertain continuous-time systems with missing discrete-continuous data[J]. Computers and Electrical Engineering, 1999, 25(1): 29-43.

[10] Smith S C, Seiler P. Estimation with lossy measurements: Jump estimators for jump systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(12): 2163-2171.

[11] Peaucelle D, Arzelier D, Bachelier O, et al. A new robust D-stability condition for real convex polytopic uncertainty[J]. Systems and Control Letters, 2000, 40(1): 21-30.

[12] Geromel J C, Oliveira M C de, Bernussou J. Robust filtering of discrete-time linear systems with parameter dependent Lyapunov functions[J]. SIAM J on Control Optimization, 2002, 41(4): 700-711.

[13] Yang F, Wang Z, Hung Y S, et al. H_∞ control for networked systems with random communication delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(3): 511-518.