文章编号: 1001-0920(2007)09-0994-06

一种多周期随机需求生产/库存控制方法

施文武, 严洪森, 汪 峥
(东南大学 自动化研究所, 南京 210096)

摘 要: 为了合理地对库存进行管理,使得产品的存贮、生产和缺货等费用的总和最小,建立了一种多周期随机需求生产/库存模型. 该模型采用(s, Q)策略对生产和库存进行控制,即当成品库存降至s时准备生产,生产量为Q. 通过对模型费用函数特性的分析,设计了一种最优生产控制算法,根据该算法可以得出系统的最优生产准备点和最优生产量. 理论分析和计算结果表明,该方法可以有效地减小系统生产和库存的平均费用.

关键词: 库存管理; 生产控制; 随机需求
中图分类号: TH165 **文献标识码**: A

Control method for multi-period production/inventory model under random demands

SHI Wen-wu, YAN Hong-sen, WANG Zheng
(Research Institute of Automation, Southeast University, Nanjing 210096, China. Correspondent: SHI Wen-wu, E-mail: Shiwenwu2005@163.com)

Abstract: To manage inventory reasonably and minimize the sum of the holding cost, setup cost and shortage cost, a multi-period production/inventory model under random demands is set up, which adopts (s, Q) policy for production/inventory control, that is when the stock level of finished goods is less than s, production preparation starts, and the production quantity is Q. By analyzing the model, an algorithm for optimal production control is designed, by which the optimal production preparation point and optimal production quantity can be acquired. Theoretical analysis and simulation examples show that this control method can reduce the average cost of production and inventory effectively.

Key words: Inventory management; Production control; Random demand

1 引 言

在激烈的市场竞争下,生产制造企业需要尽可能地降低库存管理成本. 因为库存具有消除客户需求、生产以及供货等众多不确定因素的功能,可以用于调节生产,使得生产能够平稳进行,并使企业能够采用经济批量订货,减少订货费用. 由于库存的重要性,众多学者对其做了大量研究,建立了很多库存模型. 但库存问题存在于企业采购、生产和销售的各个环节,而且受到存贮物体性质的影响. 不同的库存模型只能针对某些假设条件下的库存问题进行研究. 如研究物料采购和存贮问题的模型有:经济订货批量模型和数量折扣模型等[1];研究生产线在制品库存的模型有:串行生产线生产与库存最优控制模型,生产-库存系统的在线库存最小化模型,具有不确定性需求和生产准备时间的多库存控制模型等[2-5];研究供应链库存的模型有:需求不确定条件下柔性供应链生产决策模型,折损产品整合生产库存系统优化模型等[6,7];研究生产与库存关系的模型有:柔性制造系统库存优化控制模型等[8,9];研究库存量与销售关系的模型有:需求与库存相关的最优库存控制模型等[10].

越来越多的企业采用柔性生产线,系统在每一生产时期生产不同的产品,从而使得每种产品的生产呈现明显的周期特征. 然而,现有生产/库存模型对该类问题的研究较少. 为此,本文建立了一种多周期随机需求生产/库存模型,该模型综合考虑了生产

收稿日期: 2006-05-23; **修回日期**: 2006-08-08.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60574062,50475075); 高等学校博士学科点专项科研基金项目(20040286012).
作者简介: 施文武(1976—),男,江苏盐城人,博士生,从事知识化制造、人工智能等研究; 严洪森(1957—),男,浙江江山人,教授,博士生导师,从事并行工程、生产计划与调度等研究.

制造系统中的成品存贮费、成品缺货费及生产开工费等费用,采用(s,Q)策略对生产和库存进行控制.通过对该模型费用函数特性的分析,设计了一种最优生产控制算法,根据该算法可以得出系统最优生产准备点和最优生产量.

2　单一产品生产系统模型

设某企业生产产品 p,该生产系统模型的假设条件为:

1) 系统费用只考虑成品存贮费、缺货费及生产开工费,采用(s,Q)策略对生产和库存进行控制,即当成品库存降至 s 时准备生产,生产量为 Q.生产时原材料无缺货,原材料库存采用经济批量订货策略独立优化,原材料的存贮费用不计算在本系统费用之内.

2) 在 T 时段内,各单位时间的成品需求为随机量 $X_1,\cdots,X_T$,这 T 个随机量服从独立同分布,概率分布已知.

3) 生产初始时刻成品的存贮量为零.

4) 在产品 p 发生脱销时,按缺货不供应处理方式,但需计算缺货损失,单位产品的缺货费为 v^f.

时段 T 的选取原则:

同一 T 时段内,各单位时间成品需求的随机量 $X_1,\cdots,X_T$ 服从独立同分布,不同时 T 段内该概率分布可以不同;同一 T 时段内生产准备期时间 d^q 不变,不同 T 时段内 d^q 可以不同;同一 T 时段内系统的生产速度 R 不变,不同 T 时段内 R 可以不同.

图 1 为多周期随机需求生产/库存模型,系统采用(s,Q)策略对生产和成品库存进行控制,即当成品库存降至 s 时准备生产,生产量为 Q.根据系统费用函数的特性,通过最优生产控制算法,确定系统的最优生产准备点 s^* 及最优生产量 Q^*.

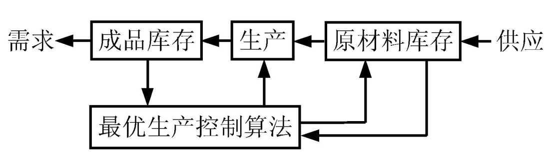

图 1　多周期随机需求生产/库存模型

系统的运行规则为:

系统呈周期状态运行,每个周期有生产准备期、生产期和生产间隙期 3 个阶段.在每个周期生产间隙期的开始时刻,根据原材料的库存状态确定下一周期生产准备期的长度 d^q,再由 T 时段长度和系统的生产速度 R,以及成品需求的概率分布,根据最优生产控制算法得出下一周期的生产期长度 d^p,以及下一周期的最优生产准备点 s^* 和最优生产量 Q^*.

3　系统模型的费用函数

图 2 为产品 p 随时间 t 的存贮量变化示意图.在一个周期中,d^q 表示生产准备期长度,d^p 表示生产期长度,d^w 表示生产间隙期(除生产准备期和生产期外的时段)长度;生产准备期内的需求量为 X^q,期望需求量为 $E(X^q)$,平均存贮量为 I^q;生产期内的需求量为 X^p,期望需求量为 $E(X^p)$,平均存贮量为 I^p;生产间隙期内的需求量为 X^w,期望需求量为 $E(X^w)$,平均存贮量为 I^w.

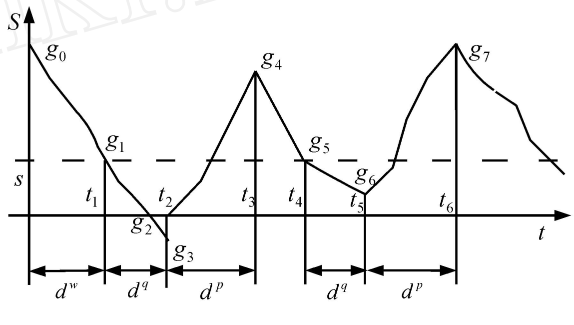

图 2　产品 p 的存贮状态

设 T 时段内产品 p 的需求为随机量 X,期望需求量为 $E(X)$,T 时段内单位产品 p 的存贮费为 h^f.每次开工时所需的固定费用为 u(与生产量 Q 无关).因为产品 p 在 T 时段的期望总需求量为 $E(X)$,故 T 时段内的期望周期数为 $E(X)/Q$,期望开工费为 $u\cdot E(X)/Q$.

设 $E(F)$ 表示每个周期内的期望缺货数,p_i^q 表示 p 在生产准备期内需求为 i 单位的概率,单位产品的缺货费为 v^f,则 T 时段内的期望缺货费为

$$v^f\cdot\frac{E(X)}{Q}\cdot E(F)=v^f\cdot\frac{E(X)}{Q}\cdot\sum_{i=s}^{\infty}(i-s)p_i^q. \tag{1}$$

在最优生产条件下,每周期的生产量近似等于期望需求量,且单位时间内的成品需求量服从独立同分布,因此生产准备期、生产期以及生产间隙期内的成品期望需求量与其时间成正比.从而,T 时段内的期望存贮费 Φ 可近似表达为

$$\Phi=h^f\Big[\frac{E(X^q)}{Q}E(I^q)+\frac{E(X^p)}{Q}E(I^p)+\Big(1-\frac{E(X^q)}{Q}-\frac{E(X^p)}{Q}\Big)E(I^w)\Big]. \tag{2}$$

每个生产准备期的初始库存为 s,而生产准备期结束时的库存取决于生产准备期内的需求量 X^q.由图 2 可知,当 $X^q<s$ 时,生产准备期内存贮量可用梯形面积 $g_5t_4t_5g_6$ 表示,即可表示为 $d^q[s+(s-X^q)]/2$;当 $X^q\geq s$,即发生缺货时,生产准备期内的存贮量可用三角形 $\Delta g_1t_1g_2$ 的面积表示.根据假设,

在生产初始时刻的成品存贮量为零,且在最优条件下缺货量不会很大,因此三角形 $\Delta g_1 t_1 g_2$ 与 $\Delta g_1 t_1 t_2$ 的面积很接近. 为了后面分析的简化,使用 $\Delta g_1 t_1 t_2$ 的面积来代替 $\Delta g_1 t_2 g_2$ 面积(相当于略多计算了生产准备期的存贮量). 从而生产准备期的平均存贮量为

$$I^q = \begin{cases} \frac{1}{2}[s + (s - X^q)], & X^q < s; \\ \frac{s}{2}, & X^q \geq s. \end{cases} \tag{3}$$

于是生产准备期的期望平均存贮量为

$$\mathrm{E}(I^q) = \sum_{i=0}^{s} \frac{1}{2}[s + (s - i)] p_i^q + \sum_{i=s+1}^{\infty} \frac{s}{2} p_i^q = \frac{1}{2}\Big[s + \sum_{i=0}^{s}(s - i) p_i^q\Big]. \tag{4}$$

同理可得,生产期的期望平均存贮量为

$$\mathrm{E}(I^p) = \sum_{j=0}^{\infty}\Big\{\sum_{i=0}^{s}\frac{1}{2}[(s - i + Q - j) + (s - i)] p_i^q + \sum_{i=s+1}^{\infty}\frac{1}{2}(Q - j) p_i^q\Big\} p_j^p = \frac{1}{2}(Q - \mathrm{E}(X^p)) + \sum_{i=0}^{s}(s - i) p_i^q. \tag{5}$$

生产间隙期内的期望平均存贮量可表示为

$$\mathrm{E}(I^w) = \sum_{j=0}^{\infty}\Big\{\sum_{i=0}^{s}\frac{1}{2}[(s - i + Q_w - j) + s] p_i^q + \sum_{i=s+1}^{\infty}\frac{1}{2}[(Q - j) + s] p_i^q\Big\} p_j^p = \frac{1}{2}(Q - \mathrm{E}(X^p) + s) + \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{s}(s - i) p_i^q. \tag{6}$$

综合式(4) ~ (6),可得一周期内的期望平均存贮量 $\mathrm{E}(I)$ 为

$$\begin{aligned}\mathrm{E}(I) = {} & \frac{\mathrm{E}(X^q)}{Q}\mathrm{E}(I^q) + \frac{\mathrm{E}(X^p)}{Q}\mathrm{E}(I^p) + \Big(1 - \frac{\mathrm{E}(X^q)}{Q} - \frac{\mathrm{E}(X^p)}{Q}\Big)\mathrm{E}(I^w) = \\ & -\frac{\mathrm{E}(X^q)}{2Q}(Q - \mathrm{E}(X^p)) + \frac{\mathrm{E}(X^p)}{2Q}\Big[\sum_{i=0}^{s}(s - i) p_i^q - s\Big] + \\ & \frac{1}{2}\Big[(Q - \mathrm{E}(X^p) + s) + \sum_{i=0}^{s}(s - i) p_i^q\Big].\end{aligned} \tag{7}$$

于是 T 时段内所消耗的期望开工费、期望缺货费和期望存贮费之和 $\mathrm{E}(V)$ 可表达为

$$\begin{aligned}\mathrm{E}(V) = {} & \frac{u \cdot \mathrm{E}(X)}{Q} + v^f \cdot \frac{\mathrm{E}(X)}{Q} \cdot \sum_{i=s}^{\infty}(i - s) p_i^q + \\ & h^f\Big\{-\frac{\mathrm{E}(X^q)}{2Q}(Q - \mathrm{E}(X^p)) + \\ & \frac{\mathrm{E}(X^p)}{2Q}\Big[\sum_{i=0}^{s}(s - i) p_i^q - s\Big] + \\ & \frac{1}{2}\Big[(Q - \mathrm{E}(X^p) + s) + \sum_{i=0}^{s}(s - i) p_i^q\Big]\Big\}.\end{aligned} \tag{8}$$

4 系统费用函数的特性分析

命题 1 $\mathrm{E}(V(s))$ 关于 s 为下凸函数.

证明 由于

$$\begin{aligned}& \mathrm{E}(V(s + 1)) - \mathrm{E}(V(s)) = \\ & h^f\Big\{\frac{\mathrm{E}(X^p)}{2Q}\Big[\sum_{i=0}^{s} p_i^q - 1\Big] + \frac{1}{2}\Big[1 + \sum_{i=0}^{s} p_i^q\Big]\Big\} + \\ & v^f \cdot \frac{\mathrm{E}(X)}{Q} \cdot \Big[-\sum_{i=s+1}^{\infty} p_i^q\Big], \\ & \mathrm{E}(V(s)) - \mathrm{E}(V(s - 1)) = \\ & h^f\Big\{\frac{\mathrm{E}(X^p)}{2Q}\Big[\sum_{i=0}^{s-1} p_i^q - 1\Big] + \frac{1}{2}\Big[1 + \sum_{i=0}^{s-1} p_i^q\Big]\Big\} + \\ & v^f \cdot \frac{\mathrm{E}(X)}{Q} \cdot \Big[-\sum_{i=s}^{\infty} p_i^q\Big].\end{aligned}$$

可得

$$\begin{aligned}& \mathrm{E}(V(s + 1)) - \mathrm{E}(V(s)) - \\ & (\mathrm{E}(V(s)) - \mathrm{E}(V(s - 1))) = \\ & h^f\Big\{\frac{\mathrm{E}(X^p)}{2Q}\Big[\sum_{i=0}^{s} p_i^q - 1\Big] + \frac{1}{2}\Big[1 + \sum_{i=0}^{s} p_i^q\Big]\Big\} - \\ & h^f\Big\{\frac{\mathrm{E}(X^p)}{2Q}\Big[\sum_{i=0}^{s-1} p_i^q - 1\Big] + \frac{1}{2}\Big[1 + \sum_{i=0}^{s-1} p_i^q\Big]\Big\} + \\ & v^f \cdot \frac{\mathrm{E}(X)}{Q} \cdot \Big[-\sum_{i=s+1}^{\infty} p_i^q\Big] - v^f \cdot \frac{\mathrm{E}(X)}{Q} \cdot \Big[-\sum_{i=s}^{\infty} p_i^q\Big] = \\ & v^f \cdot \frac{\mathrm{E}(X)}{Q} \cdot p_s^q + h^f\Big\{\frac{\mathrm{E}(X^p)}{2Q} p_s^q + \frac{1}{2} p_s^q\Big\} \geq 0.\end{aligned}$$

从而有

$$\begin{aligned}& \mathrm{E}(V(s + 1)) - \mathrm{E}(V(s)) \geq \\ & \mathrm{E}(V(s)) - \mathrm{E}(V(s - 1)),\end{aligned}$$

即

$$\mathrm{E}(V(s)) \leq \frac{\mathrm{E}(V(s + 1)) + \mathrm{E}(V(s - 1))}{2},$$

所以 $\mathrm{E}(V(s))$ 为下凸函数. □

由命题 1 知 $\mathrm{E}(V(s))$ 为下凸函数, 于是 $\mathrm{E}(V(s))$ 存在一个全局极小值, 设当 s 取 s^* 时 $\mathrm{E}(V(s))$ 取得极小值,则 s^* 满足

$$\mathrm{E}(V(s^*)) \leq \mathrm{E}(V(s^* - 1)), \tag{9}$$

$$\mathrm{E}(V(s^*)) \leq \mathrm{E}(V(s^* + 1)). \tag{10}$$

将式(8) 代入(9) 得

$$h^f\left\{\frac{E(X^p)}{2Q}\left[\sum_{i=0}^{s^*-1}p_i^q-1\right]+\frac{1}{2}\left[1+\sum_{i=0}^{s^*-1}p_i^q\right]\right\}+$$
$$v^f\cdot\frac{E(X)}{Q}\cdot\left[-\sum_{i=s}^{\infty}p_i^q\right]\le 0,$$

从而有

$$Q\le\frac{2v^f\cdot E(X)\cdot\sum_{i=s}^{\infty}p_i^q-h^fE(X^p)\left[\sum_{i=0}^{s^*-1}p_i^q-1\right]}{h^f\left[1+\sum_{i=0}^{s^*-1}p_i^q\right]}=$$
$$f(s^*-1),\tag{11}$$

其中函数

$$f(s)=\frac{2v^f\cdot E(X)\cdot\sum_{i=s+1}^{\infty}p_i^q-h^fE(X^p)\left[\sum_{i=0}^{s}p_i^q-1\right]}{h^f\left[1+\sum_{i=0}^{s}p_i^q\right]}.$$

将式(8)代入(10)得

$$h^f\left\{\frac{E(X^p)}{2Q}\left[\sum_{i=0}^{s^*}p_i^q-1\right]+\frac{1}{2}\left[1+\sum_{i=0}^{s^*}p_i^q\right]\right\}+$$
$$v^f\cdot\frac{E(X)}{Q}\cdot\left[-\sum_{i=s^*+1}^{\infty}p_i^q\right]\ge 0,$$

从而有

$$Q\ge\frac{2v^f\cdot E(X)\cdot\sum_{i=s^*+1}^{\infty}p_i^q-h^fE(X^p)\left[\sum_{i=0}^{s^*}p_i^q-1\right]}{h^f\left[1+\sum_{i=0}^{s^*}p_i^q\right]}=$$
$$f(s^*).\tag{12}$$

由 $f(s)$ 的表达式可知 $f(s)\ge f(s+1)$,即 $f(s)$ 是单调下降的.由式(11),(12)可得不等式 $f(s^*)\le Q\le f(s^*-1)$,于是对于给定的 Q 值,最优值 s^* 是满足不等式

$$f(s)\le Q\le f(s-1)\tag{13}$$

的最小 s 值.另外,由于

$$\frac{\partial^2E(V(Q,s))}{\partial Q^2}=$$
$$\frac{2u\cdot E(X)}{Q^3}+2v^f\cdot\frac{E(X)}{Q^3}\cdot\sum_{i=s}^{\infty}(i-s)p_i^q+$$
$$h^f\left\{\frac{E(X^q)}{Q^3}E(X^p)+\frac{E(X^p)}{Q^3}\left[\sum_{i=0}^{s}(s-i)p_i^q-s\right]\right\}\ge$$
$$\frac{2u\cdot E(X)}{Q^3}+2v^f\cdot\frac{E(X)}{Q^3}\cdot\sum_{i=s}^{\infty}(i-s)p_i^q\ge 0,$$

即 $\partial^2E(V(Q,s))/\partial Q^2\ge 0$,可知 $E(V(Q,s))$ 对于变量 Q 也为下凸函数.于是对于给定的 s 值,Q 的最优条件可由 $E(V(Q,s))$ 对 Q 的偏导数为零求得.即令 $\partial E(V(Q,s))/\partial Q=0$,从而可得

$$Q^*=$$
$$\left\{\frac{2}{h^f}\left[u\cdot E(X)+v^f\cdot E(X)\cdot\sum_{i=s}^{\infty}(i-s)p_i^q\right]+\right.$$
$$\left.E(X^q)E(X^p)+E(X^p)\left[\sum_{i=0}^{s}(s-i)p_i^q-s\right]\right\}^{\frac{1}{2}}.\tag{14}$$

5　最优生产控制算法的设计

设系统的生产准备期按照如下规则确定:生产时原材料无缺货的最小准备时间,并设 β 种原材料的联合订货与独立订货的订货费相同.订货费为 $k=[k_1\cdots k_\xi\cdots k_\beta]$,$\xi=1,\cdots,\beta$,订货滞后期为 $D=[d_1^r\cdots d_\xi^r\cdots d_\beta^r]$,单位原材料在生产期 d^p 内的存贮费为 $h^r(d^p)=[h_1^r(d^p)\cdots h_\xi^r(d^p)\cdots h_\beta^r(d^p)]$.生产间隙期原材料 p_ξ 的库存量为 Q_ξ.生产期 d^p 内原材料 p_ξ 的需求量为 n_ξ,生产单位产品 p 所需原材料 p_ξ 的数量为 b_ξ.原材料的存贮使用经济批量订货策略,因此原材料 p_ξ 的订货批量为

$$Q_\xi^*=\sqrt{\frac{2k_\xi(n_\xi-Q_\xi)}{h_\xi(d^p)}}=\sqrt{\frac{2k_\xi(b_\xi Q^*-Q_\xi)}{h_\xi(d^p)}}.\tag{15}$$

要使得生产时原材料 p_ξ 无缺货,则 p_ξ 的最小订货提前期为 $\bar d_\xi=d_\xi-Q_\xi/(b_\xi R)$,其中 R 为单位时间生产的成品量.设 $d_{\min}^q$ 为系统最小生产准备时间,要使得生产时 β 种原材料都无缺货,则生产准备期为

$$d^q=\max(\bar d_1^r,\cdots,\bar d_\xi^r,\cdots,\bar d_\beta^r,d_{\min}^q).\tag{16}$$

根据生产准备期时间长度 d^q,T 时段长度和生产期时间长度 d^p,以及单位时间成品需求的概率分布,即可求出生产准备期的期望需求量 $E(X^q)$,T 时段内的期望需求量 $E(X)$,以及生产期 d^p 内的期望需求量 $E(X^p)(d^p)$.

由式(13),(14)可知,在已知 $E(X^q)$,$E(X^p)(d^p)$ 和 $E(X)$ 条件下,可求出生产期时间长度 d^p 时的最优生产量 $Q^*(d^p)$ 和最优生产准备点 $s^*(d^p)$,但是,该最优生产量 $Q^*(d^p)$ 与 d^p 时段内的实际生产量 $d^p\cdot R$ 不一定相符,因此需要在 T 时段内选择最适当的生产期 d^p,使得最优生产量与实际生产量最接近,具体算法如下:

算法 1　多周期随机需求生产/库存模型的最优生产控制方法:

Step1:根据式(16)计算生产准备期 d^q;

Step2:根据生产准备期时间长度 d^q,T 时段长度,以及成品需求的概率分布,计算生产准备期的期望需求量 $E(X^q)$ 和 T 时段的期望需求量 $E(X)$;

Step3:初始化生产期时间 $d^p=1$;

Step4: 根据生产期时间 d^p,以及成品需求的概率分布,计算生产期的期望需求量 $E(X^p)(d^p)$,令 $E(X^p) = E(X^p)(d^p)$;

Step5: 设置循环次数标志 n 的初值 $n = 0$, $s_n = a$,令 $s = s_n$,将 s 代入式(14) 计算得 Q^*,令 $Q_n = Q^*$;

Step6: 令 $Q = Q_n$,根据 Q 和不等式(13),计算得到 s^*,令 $s_{s+1} = s^*$;

Step7: 如果 $s_n = s_{n+1}$,则令 $Q^*(d^p) = Q_n$, $s^*(d^p) = s_n$,执行 Step8;否则,令 $n = n+1$, $s = s_n$,将 s 代入式(14) 计算 Q^*,令 $Q_n = Q^*$,转入 Step6;

Step8: 如果 $d^p < T$,则令 $d^p = d^p + 1$,执行 Step4;否则执行 Step9;

Step9: 计算最优生产量与实际生产量偏差

$$\Delta(d^p) = | Q^*(d^p) - d^p \cdot R |, \quad d^p = 1, \cdots, T;$$

Step10: 输出 $Q^*(d^p_{\min})$, $s^*(d^p_{\min})$,其中 $d^p_{\min}$ 满足

$$\Delta(d^p_{\min}) = \mathrm{Min}\{\Delta(1), \Delta(2), \cdots, \Delta(T)\}.$$

算法 1 即为图 1 中最优生产控制算法. 其中 Step2 和 Step4 得出了生产准备期的期望需求量 $E(X^q)$ 和 T 时段的期望需求量 $E(X)$,以及生产期长度为 d^q 时的期望需求量 $E(X^p)(d^p)$; Step5 ～ Step7 通过循环迭代,得出生产期长度为 d^p 时的最优生产量 $Q^*(d^p)$ 和最优生产准备点 $s^*(d^p)$; Step9 计算生产时间 d^p 不同取值时,最优生产量 $Q^*(d^p)$ 与实际生产量 $d^p \cdot R$ 之差; Step10 将最优生产量与实际生产量最接近时的 $Q^*(q^p)$, $s^*(d^p)$, 即 $Q^*(d^p_{\min})$ 和 $s^*(d^p_{\min})$ 作为下一周期产品 p 的最优生产量 Q^* 与最优生产准备点 s^*. 于是,可以在每个周期的间隙期开始时刻,采用算法 1 得出下一周期产品 p 的生产量 Q^* 与生产准备点 s^*,从而实现对多周期随机需求生产/库存的控制.

6 仿真算例与分析

算例 1 产品 p 的原材料为 p^r_1, p^r_2, p^r_3 和 p^r_4,生产一件 p 需要 p^r_1, p^r_2, p^r_3 和 p^r_4 的数量为 $b_1 = 5$, $b_2 = 3$, $b_3 = 2$, $b_4 = 4$,产品 p 的生产速率 $R = 200$ 件/d,每个周期生产 p 的开工费 $u = 10\ 000$ 元,时段 T 取 100 d, T 时段内单位 p 的存贮费 $h^f = 5$ 元,缺货费为 $v^f = 50$ 元,原材料的订货滞后期 $d^r_1 = 18$ d, $d^r_2 = 10$ d, $d^r_3 = 12$ d, $d^r_4 = 16$ d,最小生产准备时间 $d^p_s = 5$ d. 原材料存贮、订货费如表 1 所示. 成品每天的需求量是独立同分布的,其概率分布如表 2 所示.

为了检验算法 1 所得到的最优控制量 (s^*, Q^*),是否能够在实际中节约生产/库存的费用,利用本文的算法,在 delphi7.0 下编写成程序. 首先以最优控制量 (s^*, Q^*) 对每个周期的生产与库存进行控制,以两个生产准备点间隔为一个周期,共计算 4 个周期;然后再使用 (s^*, Q^*) 周围的控制量,计算 4 个周期,不同的控制量 4 个周期的总时间不尽相同,所以用平均费用来比较各控制量的差别,结果如表 3 所示. 从表 3 可以看出,使用最优控制量 (s^*, Q^*) 及其周围的 8 个控制量,在运行 4 个周期后,采用最优控制量 (s^*, Q^*) 的开工费、成品存贮费与成品缺货费之和的平均费用最小. 因此,算法 1 所得的最优控制量,可以有效地减小系统生产与库存的平均费用.

表 1 原材料存贮、订货费用

名 称	p^r_1	p^r_2	p^r_3	p^r_4
订货费/(元/次)	1 000	750	900	1 250
单件存贮费/(元/d)	0.04	0.05	0.08	0.06

表 2 产品 p 每天需求量的概率分布

需求量 i	概率 p_i	累积概率 $\sum_{l=0}^{i} p_l$
53	0.03	0.03
54	0.05	0.08
55	0.07	0.15
56	0.10	0.25
57	0.15	0.40
58	0.25	0.65
59	0.15	0.80
60	0.10	0.90
61	0.06	0.96
62	0.04	1.00

表 3 使用不同控制量运行 4 个周期后生产/库存控制结果

控制量	总时间/d	平均费用/(元/d)
(s^*, Q^*)	356	268.2
$(s^* + 250, Q^*)$	350	284.7
$(s^* - 250, Q^*)$	359	312.9
$(s^*, Q^* + 250)$	372	273.4
$(s^*, Q^* - 250)$	337	271.2
$(s^* + 500, Q^*)$	347	299.8
$(s^* - 500, Q^*)$	365	462.5
$(s^*, Q^* + 500)$	389	276.2
$(s^*, Q^* - 500)$	318	273.6

6 结 语

由于越来越多的企业采用柔性生产线,系统在每一生产时期生产不同的产品,从而使得每种产品的生产呈现明显的周期特征. 然而,现有生产/库存模型对该类问题的研究较少. 为此,本文建立了一种

多周期随机需求生产/库存模型,该模型综合考虑了系统的成品存贮费、成品缺货费及生产开工费等费用,采用(s, Q)策略对生产/库存进行控制. 然后,通过对该模型费用函数的分析,设计了一种最优生产控制算法. 根据该算法可以得出系统的最优生产准备点和最优生产量. 理论分析与计算实例表明,该控制方法能够较好地减小系统生产与库存的平均费用,从而节省企业生产和库存的成本.

参考文献(References)

[1] Heizer J, Render B. Operations management[M]. 6th ed. Beijing: Tsinghua University Publisher, 2001.

[2] 郭彩芬,王宁生. 串行生产线生产与库存的最优控制[J]. 中国机械工程, 2004, 15(10): 892-894.
(Guo Cai-fen, Wang Ning-sheng. Optimal control of production and strage in the transfer line[J]. China Mechanical Engineering, 2004, 15(10): 892-894.)

[3] Papadopoulos H T, Vidalis M I. Minimizing WIP inventory in reliable production lines[J]. Int J of Production Economics, 2001, 70(2): 185-197.

[4] Panayiotou C G, Cassandras C G, Zhang P. On-Line inventory cost minimization for make-to-stock manufacturing systems[C]. Proc of the American Control Conf. New York, 2002, 6: 4469-4474.

[5] Blanchini F, Miani S, Pesenti R, et al. Control policies for multi-inventory systems with uncertain demand and setups[C]. Proc of the IEEE Conf on Decision and Control. New York, 2001, 2: 1941-1946.

[6] 潘景铭,唐小我. 需求不确定条件下柔性供应链生产决策模型及优化[J]. 控制与决策, 2004, 19(4): 411-415.
(Pan Jing-ming, Tang Xiao-wo. Flexible supply chain's volume decision model and its optimization under demand uncertainty[J]. Control and Decision, 2004, 19(4): 411-415.)

[7] 何勇,杨德礼,何炬,等. 折损产品整合生产库存系统优化模型研究[J]. 控制与决策, 2004, 19(11): 1278-1281.
(He Yong, Yang De-li, He Jv, et al. Optimizing inventory model for deteriorating items based on integrated approach[J]. Control and Decision, 2004, 19(11): 1278-1281.)

[8] 沈挺,赵千川,郑大钟. 一种库存控制策略[J]. 自动化学报, 1999, 25(3): 337-343.
(Shen Ting, Zhao Qian-chuan, Zheng Da-zhong. An inventory control policy[J]. Acta Automatic Sinica, 1999, 25(3): 337-343.)

[9] Giri B C, Yun W Y, Dohi T. Optimal design of unreliable production-inventory systems with variable production rate[J]. European J of Operational Research, 2005, 162(2): 372-386.

[10] Khmelnitsky E, Gerchak Y. Optimal control approach to production systems with inventory-level-dependent demand[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(2): 289-292.

(上接第 993 页)

[7] Chen G A. Simple treatment for suboptimal Kalman filtering in case of measurement data missing[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1990, 26(2): 413-415.

[8] Wang Z, Daniel W C, Liu X. Variance-constrained filtering for uncertain stochastic systems with missing measurements[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(7): 1254-1258.

[9] Savkin V, Petersen I R, Moheimani S O R. Model validation and state estimation for uncertain continuous-time systems with missing discrete-continuous data[J]. Computers and Electrical Engineering, 1999, 25(1): 29-43.

[10] Smith S C, Seiler P. Estimation with lossy measurements: Jump estimators for jump systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(12): 2163-2171.

[11] Peaucelle D, Arzelier D, Bachelier O, et al. A new robust D-stability condition for real convex polytopic uncertainty[J]. Systems and Control Letters, 2000, 40(1): 21-30.

[12] Geromel J C, Oliveira M C de, Bernussou J. Robust filtering of discrete-time linear systems with parameter dependent Lyapunov functions[J]. SIAM J on Control Optimization, 2002, 41(4): 700-711.

[13] Yang F, Wang Z, Hung Y S, et al. H_∞ control for networked systems with random communication delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(3): 511-518.