

文章编号: 1001-0920(2008)01-0079-05

## 一种新的调节交叉和变异概率的自适应算法

李 擎, 张 伟, 尹怡欣, 王志良  
(北京科技大学 信息工程学院, 北京 100083)

**摘 要:** 提出一种新的基于模糊控制策略的交叉和变异概率自适应调节算法. 该算法以相邻两代群体之间平均适应度函数和标准差的差值作为输入, 以交叉和变异概率的变化量作为输出. 并提出了与输入相对应的自适应归一化算子以及新的基于启发式知识的模糊规则, 用于交叉和变异概率的调节. 对 3 种不同测试函数的数值仿真研究表明, 与其他 2 种自适应模糊控制算法相比, 该调节算法可使遗传算法具有更快的搜索速度和更高的搜索质量.

**关键词:** 遗传算法; 交叉概率; 变异概率; 模糊控制

**中图分类号:** TP18; TP273.4 **文献标识码:** A

## A new adaptive algorithm for regulating the probabilities of crossover and mutation

LI Qing, ZHANG Wei, YIN Yi-xin, WANG Zhi-liang

(School of Information Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China.  
Correspondent: LI Qing, E-mail: liqing@ies.ustb.edu.cn)

**Abstract:** A new adaptive algorithm for regulating the probabilities of crossover and mutation based on fuzzy logic is proposed. The changes of average fitness value and standard deviation between two continuous generations are selected as input, while the changes of crossover probability and mutation probability as output. Two adaptive scaling factors are introduced for normalizing the input and new fuzzy rules based on domain heuristic knowledge are investigated for adjusting the probabilities of crossover and mutation. Numerical simulation studies of three different test functions are carried out, and the simulation results show that the genetic algorithm with the proposed algorithm exhibits improved search speed and quality compared with two other adaptive fuzzy control algorithms.

**Key words:** Genetic algorithm; Crossover probability; Mutation probability; Fuzzy control

### 1 引 言

交叉概率和变异概率的选取对遗传算法的影响非常大,它直接影响着待优化问题的收敛速度和最终解的质量,而且对于交叉概率和变异概率的在线调节也并非易事.近 10 年来,已出现一些在线调节交叉概率和变异概率的自适应算法,虽然这些算法的表达形式各异,但按其所采用的控制策略进行分类可分为两类:1) 基于传统启发式知识的控制算法,如文献[1-3];2) 基于智能控制技术,尤其是基于模糊逻辑的控制算法,如文献[4-9].作者<sup>[7]</sup>在该方面也做过相应的研究工作.尽管以上调节算法各具特色,但文献[6]的研究表明,与基于传统的启发式知识的控制算法相比,采用模糊逻辑控制的方法调节

交叉概率和变异概率具有更优越的性能,故本文仍将采用模糊控制策略.

同样是采用模糊控制策略,但输入、输出变量的选取原则、所用隶属函数、模糊推理规则以及清晰化算法的不同,会使控制性能有较大的差别.因此,尽管目前许多学者都在采用模糊逻辑在线调节交叉概率和变异概率,但他们的具体算法和实验结果却有所不同.

本文在上述文献的基础上,提出一种新的交叉概率和变异概率调节算法.该算法以相邻两代群体之间平均适应度函数值和标准差的差值作为输入变量,以交叉概率和变异概率的变化量作为输出变量;并针对以前算法在输入变量归一化问题上存在的不同

收稿日期: 2006-09-11; 修回日期: 2006-11-29.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (60374032).

作者简介: 李擎(1971—),男,河北唐山人,副教授,博士,从事智能控制算法等研究;尹怡欣(1957—),男,河北邯郸人,教授,博士生导师,从事智能控制系统等研究.

足,提出两个自适应归一化算子;此外,一些新的基于启发式知识的模糊规则的引入,也将丰富交叉概率和变异概率的调节策略.数值仿真研究表明,本文提出的在线调节策略可使遗传算法具有更优越的性能.

## 2 本文算法的实现步骤

为提高遗传算法的搜索速度,本文采用模糊控制查询表的方式对交叉概率和变异概率进行调节.

### 2.1 输入、输出变量的选取

长期以来,关于选择哪些变量作为输入来调节交叉概率和变异概率比较合理一直没有定论,不同文献,其输入变量也各不相同.但根据统计学知识可知,衡量一组数据的参数一般有两个:一个是这组数据的均值;另一个则是它们的方差.因此有理由认为,在遗传算法中,衡量某代群体性能优劣的参数严格讲也可以有两个.一个是描述该群体整体水平的参数,一般用某代(第  $k$  代)群体中所有个体平均适应度函数值  $f_{\text{avg}}(k)$  表示,即

$$f_{\text{avg}}(k) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M f_i(k). \quad (1)$$

其中:  $M$  为该代种群中个体的数目,  $f_i(k)$  ( $i = 1, 2, \dots, M$ ) 代表第  $k$  代群体中各个体的适应度函数值.另一个参数则应能描述该群体中各个体的分散程度(即种群多样性),这里用标准差  $(k)$  来衡量,其计算公式为

$$(k) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M [f_i(k) - f_{\text{avg}}(k)]^2}. \quad (2)$$

以上两个参数共同使用才能比较充分地反映当前群体的总体特征.但人们在使用遗传算法时往往关注的并不是某代群体自身的信息,而是相邻两代群体性能变化的情况,并以此判断进化方向是否正确以及该如何对遗传算法中的参数(如种群规模、交叉概率和变异概率等)进行调整.正是基于以上分析,本文提出采用相邻两代群体平均适应度函数值的变化量  $f_{\text{avg}}(k)$  和相邻两代群体之间标准差的变化量  $(k)$  作为调整交叉概率和变异概率的输入变量.对于最小化优化问题,  $f_{\text{avg}}(k)$  的计算公式为

$$f_{\text{avg}}(k) = f_{\text{avg}}(k-1) - f_{\text{avg}}(k), \quad (3)$$

$(k)$  的计算公式为

$$(k) = (k-1) - (k). \quad (4)$$

### 2.2 输入变量的归一化处理

虽然采用相邻两代群体平均适应度函数值的变化量  $f_{\text{avg}}(k)$  和相邻两代个体之间的标准差变化量  $(k)$  可以更客观地衡量进化过程性能的优劣,但对于不同的优化问题,其  $f_{\text{avg}}(k)$  和  $(k)$  的数量级各不相同.为了提高遗传算法的通用性,人们通常

将  $f_{\text{avg}}(k)$  和  $(k)$  进行归一化处理,即将每个绝对变化量都乘以一个固定的归一化算子(不同的优化问题其值也不尽相同),从而使它们都到达相同的论域  $[-1, 1]$ .

但在应用遗传算法的过程中,作者还发现了另外一个问题,那就是即便对于同一个优化问题,其在进化初期和进化后期的  $f_{\text{avg}}(k)$  和  $(k)$  也可能会有很大差别.一般而言,进化初期的  $f_{\text{avg}}(k)$  和  $(k)$  相对较大,而进化后期  $f_{\text{avg}}(k)$  和  $(k)$  则相对较小.显然,如果只简单地采用一个固定的归一化算子,那么在进化后期,交叉概率和变异概率可能基本不作调整,这势必会影响收敛速度和解的质量.为此本文又提出一种自适应归一化算子,该算子不仅要起到归一化的作用,以处理不同的优化问题;同时还要在整个进化过程中能够自适应地进行变化,以满足同一个优化问题在进化的不同时期  $f_{\text{avg}}(k)$  和  $(k)$  不同的问题.

本文提出的  $f_{\text{avg}}(k)$  的自适应归一化公式为

$$(k) = \frac{1}{\max\{f_{\text{avg}}(k-1), f_{\text{avg}}(k)\}}. \quad (5)$$

由上式可以看出,当  $f_{\text{avg}}(k) = 0$ , 即  $f_{\text{avg}}(k)$

$f_{\text{avg}}(k-1)$  时,有  $(k) = \frac{1}{f_{\text{avg}}(k-1)}$ , 此时使得

$f_{\text{avg}}(k) \in [0, 1]$ ; 当  $f_{\text{avg}}(k) < 0$ , 即  $f_{\text{avg}}(k) >$

$f_{\text{avg}}(k-1)$  时,有  $(k) = \frac{1}{f_{\text{avg}}(k)}$ , 此时  $f_{\text{avg}}(k)$

$\in [-1, 0]$ . 由此可见,  $(k)$  的设计确实既考虑到了不同的优化问题,使  $f_{\text{avg}}(k) \in [-1, 1]$ , 完成了归一化功能;又很好地处理了同一个优化问题在进化的不同时期  $f_{\text{avg}}(k)$  不同的问题.因为在整个进化过程中,  $(k)$  始终随着  $f_{\text{avg}}(k)$  的变化而变化.

同理,  $(k)$  的归一化公式为

$$(k) = \frac{1}{\max\{(k-1), (k)\}}. \quad (6)$$

本文中的输出变量取为交叉概率和变异概率在某代的变化量  $p_c(k)$  和  $p_m(k)$ . 输出变量的语言变量与输入变量的情况相同,但  $p_c(k)$  的论域限定为  $[-0.1, 0.1]$  区间,而  $p_m(k)$  的论域则限定为  $[-0.01, 0.01]$  区间.

### 2.3 输入、输出变量隶属函数的选择

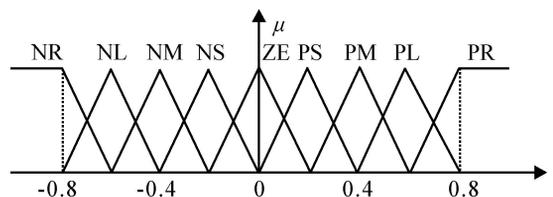


图1 输入变量隶属函数图

为简单起见,这里将输入变量、输出变量的隶属函数均取为三角形形式,输入变量的隶属函数如图 1 所示,其语言变量分别为负较大 NR,负大 NL,负中 NM,负小 NS,零 ZE,正小 PS,正中 PM,正大 PL 和正较大 PR.

### 2.4 模糊控制规则的确定

根据文献[4-9]以及作者在使用遗传算法中的经验,并结合本文所选择的输入变量,所提出的交叉概率和变异概率的定性模糊控制规则如下(对于最小化问题而言):

1) 与父代相比,如果子代群体的平均适应度函数数值较低,则说明当前的进化操作正朝着全局(或局部)最优解的方向进行,此时应提高交叉和变异概率.反之,则应减小交叉和变异概率.

2) 与父代相比,如果子代群体的标准差较高,则说明当前的交叉概率和变异概率使得子代个体越来越分散,这非常有利于找到全局最优解,此时应加大交叉操作的力度(即提高交叉概率),减小变异操作的频率(即减小变异概率).反之,则应减小交叉概率,提高变异概率.

3) 与父代相比,如果子代群体的平均适应度函数

表 1 交叉概率  $p_c(k+1)$  模糊控制查询表  $\times 10^{-2}$

(k)	$f_{avg}(k) (\times 10^{-1})$								
( $\times 10^{-1}$ )	- 8	- 6	- 4	- 2	0	2	4	6	8
- 8	0	2	2	4	4	6	6	8	8
- 6	0	0	2	2	4	4	6	6	8
- 4	- 2	0	0	2	2	4	4	6	6
- 2	- 2	- 2	0	0	2	2	4	4	6
0	- 4	- 2	- 2	0	4	2	2	4	4
2	- 4	- 4	- 2	- 2	0	0	2	2	4
4	- 6	- 4	- 4	- 2	- 2	0	0	2	2
6	- 6	- 6	- 4	- 4	- 2	- 2	0	0	2
8	- 8	- 6	- 6	- 4	- 4	- 2	- 2	0	0

表 2 变异概率  $p_m(k+1)$  模糊控制查询表  $\times 10^{-3}$

(k)	$f_{avg}(k) (\times 10^{-1})$								
( $\times 10^{-1}$ )	- 8	- 6	- 4	- 2	0	2	4	6	8
- 8	- 8	- 6	- 6	- 4	- 4	- 2	- 2	0	0
- 6	- 6	- 6	- 4	- 4	- 2	- 2	0	0	2
- 4	- 6	- 4	- 4	- 2	- 2	0	0	2	2
- 2	- 4	- 4	- 2	- 2	0	0	2	2	4
0	- 4	- 2	- 2	0	4	2	2	4	4
2	- 2	- 2	0	0	2	2	4	4	6
4	- 2	0	0	2	2	4	4	6	6
6	0	0	2	2	4	4	6	6	8
8	0	2	2	4	4	6	6	8	8

数值和标准差几乎没有什么变化,这说明交叉和变异操作的力度可能不够,此时应较大幅度地提高交叉和变异概率,以防止未成熟收敛现象发生.

### 2.5 模糊(控制) 查询表的生成

将以上规则细化,即可得到相应的模糊控制规则表,为减少篇幅,这里不再具体列出.根据文献[7]的方法,可以得到  $p_c(k+1)$  和  $p_m(k+1)$  的模糊控制查询表,如表 1 和表 2 所示.

### 3 数值仿真

为说明本文算法的有效性,这里将本文算法与文献[6,7]中的算法进行仿真对比实验.实验所使用的 3 个函数均来自于文献[6],分别如下所述.

测试函数 1(T1):称为“Binary f6”,属于最大化优化问题.其表达式为

$$f(x_1, x_2) = 0.5 - \frac{(\sin \sqrt{x_1^2 + x_2^2})^2 - 0.5}{1.0 + 0.001(x_1^2 + x_2^2)^2}, \quad (7)$$

其中  $x_1, x_2 \in [-100, 100]$ .该函数在  $x_1 = x_2 = 0$  时取得全局最大值 1.0.

测试函数 2(T2):称为“Rosenbrock 函数”,属于最小化优化问题.其表达式为

$$f(x_1, x_2) = 100(x_1^2 - x_2)^2 + (1 - x_1)^2, \quad (8)$$

其中  $x_1, x_2 \in [-2.048, 2.048]$ .当  $x_1 = x_2 = 1.0$  时该函数取得全局最小解 0.

测试函数 3(T3):称为“Rastrigin 函数”,属于最小化优化问题.其表达式为

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = 15 + \sum_{i=1}^5 (x_i^2 - 2\cos(2x_i)), \quad (9)$$

其中  $x_1 \sim x_5 \in [-5.12, 5.12]$ .该函数在  $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 0$  时取得全局最小解 0.

本文的参数设置如下:种群规模取为 30,最大进化代数设为 3 000.选择操作采用赌轮法,交叉操作采用一致交叉方式,变异操作也采用一致变异方式,具体方法见文献[10].初始交叉概率取为 0.5,初始变异概率取为 0.05,之后二者将按各自算法自适应调节.遗传算法结束的条件为:如果在规定的最大迭代代数内找到全局最小解,则直接结束进化过程,否则继续迭代,直到达到最大迭代代数为止.同时,为了提高解的质量,这里还采用了最优个体保留策略.为克服在搜索中的随机性(如初始种群的产生,交叉、变异点的选择等),每种算法在仿真对比实验中均进行了 20 轮次的迭代运算.

本文采用的评价算法优劣的性能指标有两个:

1) 20 轮次的迭代运算中能够搜索到全局最优解的

轮次,这主要是为了衡量解的质量;2)达到遗传算法结束条件时的平均进化代数,这主要是为了衡量搜索的速度。

采用 Matlab 语言编制了以上仿真程序,其运行结果如表 3 所示。

表 3 3 种不同算法的仿真结果

算法	得到全局最优解的轮次			达到结束条件所需的平均进化代数		
	T1	T2	T3	T1	T2	T3
文献[6]	16	15	18	1 783.6	1 407.7	1 121.3
文献[7]	12	14	10	2 137.3	1 534.9	2 285.6
本文	18	18	19	1 537.5	1 205.2	976.8

由表 3 可以看出,应用遗传算法进行函数优化时,若使用本文算法调节交叉概率和变异概率,将具有以下两个特点:

- 1) 能够得到更多的全局最优解;
- 2) 能够减少得到全局最优解所需的进化代数。

以上两点充分表明了本算法的优越性,即具有更高的搜索质量和更快的搜索速度。

图 2 ~ 图 5 是对“Rosenbrock 函数”前 50 代群体(为节约篇幅,这里仅列出了 50 代的情况)优化过程的记录。其中:平均适应度函数值和标准差的变化情况如图 2、图 3 所示,相应的交叉概率和变异概率的变化情况如图 4、图 5 所示。

从图 2 和图 3 可以看出,与文献[6,7]算法相比,本文自适应调节算法使得被优化函数具有较小的群体平均适应度函数值和较大的标准差,这些对于最小化优化问题(T2)而言无疑都是好的性能体

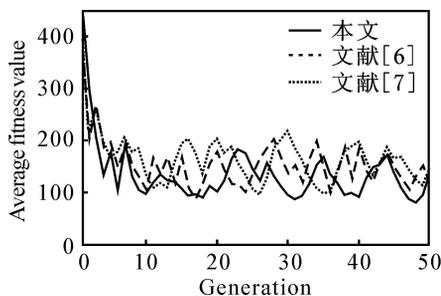


图 2 前 50 代种群平均适应度函数值的变化情况

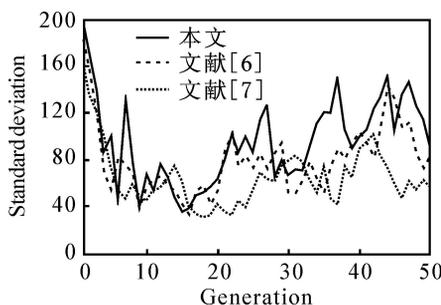


图 3 前 50 代种群标准差的变化情况

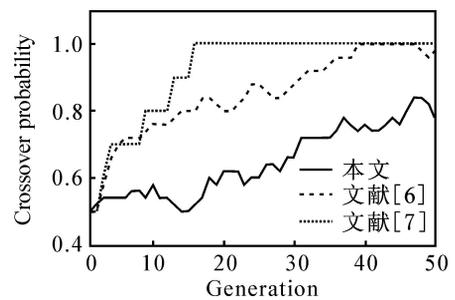


图 4 前 50 代群体交叉概率的变化情况

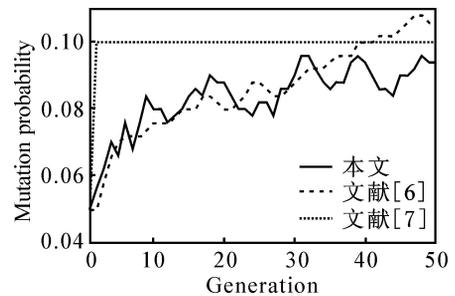


图 5 前 50 代群体变异概率的变化情况

现。因为较小的群体平均适应度函数值意味着种群中解的质量较高;而较大的标准差则说明种群中的个体分布得比较分散,它将非常有利于对搜索空间进行更广泛的搜索。

从图 4 和图 5 可以看出,与文献[6,7]算法相比,本文算法使得交叉概率和变异概率(尤其是变异概率)在进化过程中具有更多的变化次数,这说明本算法具有较强的自适应调节能力。

#### 4 结 语

本文提出了一种新的应用模糊控制策略在线调整交叉概率和变异概率的算法,其主要工作有以下几点:

- 1) 提出采用相邻两代群体平均适应度函数值的变化量  $f_{\text{avg}}(k)$  和相邻两代群体之间标准差的变化量  $(k)$  作为输入变量对交叉概率和变异概率进行调节;
- 2) 提出一种自适应归一化算子对输入变量进行归一化处理;
- 3) 给出了交叉概率和变异概率的模糊控制查询表;
- 4) 对本文算法的有效性进行了数值仿真验证。

通过与其他两种模糊自适应调节算法的仿真比较可以发现,本文提出的交叉概率和变异概率在线调节策略将使得遗传算法具有更快的搜索速度(较少的进化代数)、更高的搜索质量(能够得到更多的全局最优解)以及更强的自适应调节能力。

#### 参考文献(References)

- [1] Mar K Y, Wong Y S, Wang X X. An adaptive genetic

- algorithm for manufacturing cell formation[J]. *Int J of Manufacturing Technology*, 2000, 16(7): 491-497.
- [2] Srinivas M, Patnaik L M. Adaptive probabilities of crossover and mutation in genetic algorithm [J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 1994, 24(4): 656-667.
- [3] Wu Q H, Cao Y J, Wen J Y. Optimal reactive power dispatch using an adaptive genetic algorithm [J]. *Electrical Power and Energy Systems*, 1998, 20(8): 563-569.
- [4] Song Y H, Wang G S, Wang P Y, et al. Environmental/economic dispatch using fuzzy logic controlled genetic algorithm [C]. *IEE Proc on Generation, Transmission and Distribution*. Stevenage: Michael Faraday House, 1997: 377-382.
- [5] Subbu R, Sanderson A C, Bonissone P P. Fuzzy logic controlled genetic algorithms versus tuned genetic algorithms: An agile manufacturing application [C]. *Proc of the 1998 IEEE ISIC/CIRA/ISAS Joint Conf. Gaitherberg*, 1998: 434-440.
- [6] Yun Y, Gen M. Performance analysis of adaptive genetic algorithm with fuzzy logic and heuristics [J]. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 2003, 2(2): 161-175.
- [7] 李擎, 郑德玲, 唐勇, 等. 一种新的模糊遗传算法[J]. *北京科技大学学报*, 2001, 23(1): 85-89.  
(Li Qing, Zheng De-ling, Tang Yong, et al. A new kind of fuzzy genetic algorithm[J]. *J of University of Science and Technology Beijing*, 2001, 23(1): 85-89.)
- [8] Wang K J. A new fuzzy genetic algorithm based on population diversity[C]. *Proc of 2001 Int Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation*. Banff, 2001: 108-112.
- [9] Liu H B, Xu Z G, Abraham A. Hybrid fuzzy-genetic algorithm approach for crew grouping[C]. *Proc of the 5th Int Conf on Intelligent Systems Design and Applications*. Wroclaw, 2005: 332-337.
- [10] Michalewicz Z. Genetic algorithms + data structures = evolution program [M]. 2nd ed. New York: Springer, 1994.

## (上接第 74 页)

- [16] Yan Hong-sen, Xue Chao-gai. Decision-making in self-reconfiguration of a knowledgeable manufacturing system[J]. *Int J of Production Research*, 2007, 45(12): 2735-2758.
- [17] 薛朝改, 严洪森, 王艳斌. 基于组建技术的知识化制造系统自重构的实现 [J]. *计算机集成制造系统*, 2004, 10(专刊): 39-45.  
(Xue Chao-gai, Yan Hong-sen, Wang Yan-bin. Realization of self-reconfiguration of knowledgeable manufacturing systems based on COM[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2004, 10(S): 39-45.)
- [18] 王艳斌, 严洪森, 马力伟, 等. 知识化制造系统的知识网数据库设计[J]. *东南大学学报*, 2004, 34(增刊): 24-29.  
(Wang Yan-bin, Yan Hong-sen, Ma Li-wei, et al. Design of knowledge mesh database of knowledgeable manufacturing system[J]. *J of Southeast University*, 2004, 34(S): 24-29.)

## (上接第 78 页)

- [6] Zhong Z, Yi J, Zhao D, et al. Novel approach for mobile robot localization using monocular vision [C]. *Proc of SPIE — The Int Society for Optical Engineering*, 2003, 5286(1): 159-162.
- [7] Giovanni A, Stefano G, Stefan E. Vision-based localization for mobile robots [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2001, 36(2/3): 103-119.
- [8] Murray D. Patchlets: A method of interpreting correlation stereo 3D data [D]. Vancouver: University of British Columbia, 2004.
- [9] Gerhard R, Harald B, Frank W. Robust tracking of persons in real-world scenarios using a statistical computer vision approach [J]. *Image and Vision Computing*, 2004, 22(7): 571-582.
- [10] Ashley W, Martin C, Balch T. Distributed sensor fusion for object position estimation by multi-robot systems[C]. *Proc of the IEEE Int Conf on Robotics and Automation*. Seoul, 2001, 2: 1092-1098.
- [11] Tomono M. Building an object map for mobile robots using LRF scan matching and vision-based object recognition [C]. *IEEE Int Conf on Robotics and Automation*, 2004, 4: 3765-3770.
- [12] 许永华. 基于信息融合和多行为决策的自主机器人导航系统[D]. 长沙: 中南大学, 2002.  
(Xu Yong-hua. The navigation system of automobile robot based on information fuse and multi-behave decision [D]. Changsha: Central South University, 2002.)