文章编号: 1001-0920(2008)01-0103-04

多指标约束条件下广义系统的容错控制

王树彬[1,2], 王执铨[1], 吉小鹏[1]
(1. 南京理工大学 自动化系, 南京 210094; 2. 中国石油大学(华东) 信息与控制工程学院, 山东 东营 257062)

摘　要: 从更接近于工程应用的角度出发,提出一种多指标约束条件下的广义系统容错控制方案. 当系统在某些传感器或执行器故障的条件下,设计一鲁棒容错控制器,利用线性矩阵不等式方法分析了与区域极点指标相容的 H_∞ 指标和方差上界指标的取值范围,建立了容错控制中 3 类指标的相容性理论,并在相容指标约束下给出了有效的控制器设计方法. 仿真算例说明了该方法的有效性.

关键词: 多指标约束; 容错控制; 相容性; 广义系统; 线性矩阵不等式
中图分类号: TP13　　**文献标识码**: A

Fault tolerant control for singular systems with multi-indices constraints

WANG Shu-bin[1,2], *WANG Zhi-quan*[1], *JI Xiao-peng*[1]
(1. Department of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China; 2. College of Information and Control Engineering, University Petroleum of China, Dongying 257062, China. Correspondent: WANG Shu-bin, E-mail: shubinw@126.com)

Abstract: A scheme of fault tolerant control for a kind of singular system with multi-indices constraints is presented for engineering application. Under the condition of the sensor and actuators failures, a robust fault tolerant controller is designed. Based on linear matrix inequality approach, the consistency theory on circular pole index, steady variance index and H_∞ constraints is set up. The ranges of consistent indices are analyzed in detail. Furthermore, the effective controller design method for systems with constrains of consistent indices is provided. A simulation example shows the effectiveness and necessity of the designed method.

Key words: Multi-indices constraints; Fault tolerant control; Consistency; Singular systems; Linear matrix inequality

1 引　言

近年来,连续系统的多指标约束下的容错控制已取得了一定成果. 文献[1]首次提出了多约束条件下的容错控制系统设计概念,但对具体的理论和技术没有深入研究. 文献[2]利用 LMI 方法,研究了一类线性不确定随机系统的鲁棒 H_∞ 容错控制器设计方法,分析了 H_∞ 性能指标的取值范围,但其采用的故障模型简单且没有考虑极点指标和方差指标约束. 文献[3]研究了区域极点指标与方差指标约束下的控制系统设计方法,但没有考虑容错性. 文献[4]研究了一类线性不确定系统在同时具有区域极点指标、H_∞ 指标和方差指标约束下的容错控制器的设计问题. 采用连续型执行器故障模型,利用线性矩阵不等式方法,分析了相容指标的取值范围和多约束指标下的容错控制器存在的充分条件;并给出了控制器的构造性设计方法. 文献[5,6]分别研究了不确定广义系统的区域极点配置问题以及 H_∞ 鲁棒控制问题.

上述文献仅考虑了广义系统的动态性能指标和鲁棒性,而没有考虑到两者的结合. 本文在考虑了广义系统更适合工程应用的背景下,以 LMI 为工具,综合考虑了广义系统的区域极点指标、H_∞ 指标和方差上界指标. 在某些传感器或执行器故障的条件下,给出了相容指标约束下有效的控制器设计方法. 本方法综合考虑了广义系统的动态和稳态性能.

2 问题描述

考虑如下不确定广义系统:

$$E\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) +$$

收稿日期: 2006-10-08; **修回日期**: 2007-04-16.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60574082).
作者简介: 王树彬(1969—),男,黑龙江海伦人,副教授,博士生,从事故障检测与诊断、容错控制等研究; 王执铨(1939—),男,武汉人,教授,博士生导师,从事复杂大系统的建模、动态大系统的容错控制等研究.

$$(B+\Delta B)u(t)+D\omega(t),\qquad(1)$$

$$Z(t)=Cx(t).\qquad(2)$$

其中:$E,A\in R^{n\times n}$,且 $\mathrm{rank}\ E=d<n;B\in R^{n\times r}$;$x(t)\in R^n$,$u(t)\in R^r$ 分别是系统的状态向量和控制输入向量;ΔA,ΔB 表示系统的时不变参数扰动,并假定具有以下形式:

$$(\Delta A,\Delta B)=MF(N_a,N_b).\qquad(3)$$

其中:M,F,N_a,N_b 为适维矩阵;F 是 Lebesgue 可测的未知矩阵函数,且满足

$$F^{\mathrm{T}}F\leq I.\qquad(4)$$

称满足上述条件的 ΔA,ΔB 是容许的.

现考虑状态反馈控制律

$$u(t)=Kx(t).\qquad(5)$$

将式(5)作用于(1)得闭环系统

$$E\dot{x}(t)=\overline{A}x(t)+D\omega(t),\qquad(6)$$

其中

$$\overline{A}=A+BK+MF(N_a+N_bK).$$

考虑到可能的执行器失效,引入开关阵 G,其形式为

$$G=\mathrm{diag}[g_1,g_2,\cdots,g_r],$$

其中 $0\leq g_{i1}\leq g_i\leq g_{iu}$.显然,当 $g_{i1}=g_{iu}=0$ 时,表示第 i 个执行器完全失效;当 $g_{i1}=g_{iu}=1$ 时,表示第 i 个执行器工作正常;当 $0\leq g_{i1}<g_i<g_{iu}$,且 $g_i\neq1$ 时,表示第 i 个执行器部分失效.

包含执行器失效的闭环系统状态方程为

$$E\dot{x}(t)=(A_c+\Delta A_c)x(t)+D\omega(t),$$
$$z(t)=Cx(t).\qquad(7)$$

其中

$$A_c=A+BGK,\ \Delta A_c=MF(N_a+N_bGK).$$

假设存在定常状态反馈控制律 $u(t)=Kx(t)$ 鲁棒镇定故障闭环系统(7),则系统(7)的稳态状态协方差矩阵

$$X=\lim_{t\to\infty}E(x^{\mathrm{T}}(t)E^{\mathrm{T}}Ex(t))$$

存在,且是代数 Lyapunov 方程

$$X(A_c+\Delta A_c)^{\mathrm{T}}+(A_c+\Delta A_c)X+D\omega D^{\mathrm{T}}=0$$

的惟一半正定解.

定义 1　考虑不确定故障系统(7),给定开圆盘 $\Phi(q,r)$,正常数 $\gamma>0$ 以及 n 维行向量 σ^2,若存在定常状态反馈控制器 $u(t)=Kx(t)$,使故障闭环系统(7)同时满足下述条件:

1) 故障闭环系统的极点集

$$\gamma(E,A_c+\Delta A_c)\subset\Phi(q,r),$$

这里 $\gamma(E,A)$ 表示集合 $\{s\mid\det(sE-A)=0,s\in C\}$;

2) 故障闭环系统稳态状态协方差矩阵满足

$$\mathrm{diag}(X)\leq\sigma^2;$$

3) 从扰动输入 $\omega(t)$ 到被控输出 $z(t)$ 的传递函数矩阵满足 $\|H(s)\|_\infty<\gamma$.

则称故障系统的区域极点指标、协方差指标与 H_∞ 范数相容.

下面的目标是设计同时满足条件 1)～3) 的鲁棒容错控制器.为此,首先引入几个引理.

引理 1[5]　广义系统 $E\dot{x}(t)=Ax(t)$ 正则,无脉冲且其极点位于 $\Phi(0,1)$ 内,$\gamma(E,A)\subset\Phi(0,1)$ 的充要条件是:存在矩阵 $V\in R^{n\times n}$,且 $V=V^{\mathrm{T}}$,使得以下两不等式同时成立:

$$E^{\mathrm{T}}VE\geq0,\ A^{\mathrm{T}}VA-E^{\mathrm{T}}VE<0,$$

其中 $\Phi(0,1)$ 是指以原点为圆心的单位圆.

下面考虑连续广义系统

$$E\dot{x}(t)=\overline{A}x(t),\qquad(8)$$

其中

$$\overline{A}=\frac{1}{r}(A-qE),\ A=A_c+\Delta A_c.$$

引理 2[6]　广义系统(8)正则,无脉冲且 $\gamma(E,\overline{A})\subset\Phi(0,1)$ 成立的充要条件是广义系统 $E\dot{x}(t)=Ax(t)$ 正则、因果,即

$$\gamma(E,A)<\Phi(q,r).$$

现在考虑模型

$$E\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t),$$
$$y(t)=Cx(t).\qquad(9)$$

在广义系统正则、无脉冲的假设下,记

$$H=\begin{bmatrix}A & \gamma^{-2}BB^{\mathrm{T}}\\ -C^{\mathrm{T}}C & -A^{\mathrm{T}}\end{bmatrix},\ \widetilde{E}=\begin{bmatrix}E & 0\\ 0 & E^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}.$$

引理 3　设 H 是广义系统(9)的 Hamilton 矩阵,则以下 3 点等价:

1) (E,A) 是相容的,且 $\|G(s)\|_\infty<\gamma$;

2) 存在矩阵 X 满足 Riccati 不等式

$$A^{\mathrm{T}}X+X^{\mathrm{T}}A+\gamma^{-2}X^{\mathrm{T}}BB^{\mathrm{T}}X+C^{\mathrm{T}}C<0,$$
$$E^{\mathrm{T}}X=X^{\mathrm{T}}E\geq0;$$

3) 存在矩阵 X 满足如下 LMI:

$$\beta(\gamma,X)=\begin{bmatrix}A^{\mathrm{T}}X+X^{\mathrm{T}}A & X^{\mathrm{T}}B & C^{\mathrm{T}}\\ B^{\mathrm{T}}X & -\gamma I & 0\\ C & 0 & -\gamma I\end{bmatrix}<0,$$

$$E^{\mathrm{T}}X=X^{\mathrm{T}}E\geq0.$$

引理 4[3]　给定适维实常数矩阵 Y,Z 和对称实矩阵 R,则不等式

$$R+YFZ+(YFZ)^{\mathrm{T}}<0$$

对所有容许 $F\in F$ 成立,当且仅当存在某个标量 $\varepsilon>0$,使得

$$R+\varepsilon YY^{\mathrm{T}}+\varepsilon^{-1}Z^{\mathrm{T}}Z<0.$$

3　主要结果

定理 1　广义闭环系统(7)正则、无脉冲且 $\gamma(E,A_c+\Delta A_c)<\Phi(q,r)$ 的充要条件是存在矩阵 V

$\in R^{n\times n}$,且 $V = V^{\mathrm{T}}$,使得以下两不等式同时成立:

$$E^{\mathrm{T}} V E \geq 0, \tag{10}$$

$$(A_c + \Delta A_c - qE)^{\mathrm{T}} Q (A_c + \Delta A_c - qE) - r^2 E^{\mathrm{T}} V E < 0. \tag{11}$$

证明　由引理 1,再考虑到不确定性,参考文献[5],即可证得定理 1. □

定理 2　广义系统(1)在考虑执行器故障条件下和极点集 $\gamma(E, A_c + \Delta A_c) \subset \Phi(q, r)$ 约束下,可配置正定矩阵 Q 和反馈增益阵 KG,(考虑开关阵的情况)只要满足

$$(A_c + \Delta A_c - qE) Q (A_c + \Delta A_c - qE)^{\mathrm{T}} - r^2 Q < 0, \tag{12}$$

$$Q (A_c + \Delta A_c)^{\mathrm{T}} + (A_c + \Delta A_c) Q + D\omega D^{\mathrm{T}} < 0, \tag{13}$$

$$Q > 0, \tag{14}$$

则相应的闭环系统(7)的稳态协方差阵 X 必满足 $X < Q_K$.

证明　考虑到执行器故障情况,参考文献[6],易得定理 2. □

定理 3[4]　由引理 3,考虑系统(7)中从 ω 到 z 的闭环传递函数 $T_{z\omega}(s)$ 满足 $\| T_{z\omega} \| < \gamma$,即相当于对比式(7)与(9),这里 $A = A_c + \Delta A_c$, $B = D$, $C = C$. 代入引理 3 中条件 2) 和 3) 有

$$(A_c + \Delta A_c)^{\mathrm{T}} X + X^{\mathrm{T}} (A_c + \Delta A_c) + \gamma^{2} X^{\mathrm{T}} D D^{\mathrm{T}} X + C^{\mathrm{T}} C < 0, \tag{15}$$

$$E^{\mathrm{T}} X = X^{\mathrm{T}} E \geq 0. \tag{16}$$

综合定理 1～3,可得到广义系统在区域极点指标、H_∞ 指标和方差上界指标等约束下较为理想的容错控制. 只要相应的不等式组

$$\begin{cases} (A_c + \Delta A_c - qE)^{\mathrm{T}} Q (A_c + \Delta A_c - qE) - r^2 Q < 0, \\ (A_c + \Delta A_c)^{\mathrm{T}} X + X^{\mathrm{T}} (A_c + \Delta A_c) + \gamma^{2} X^{\mathrm{T}} D D^{\mathrm{T}} X + C^{\mathrm{T}} C < 0, \\ E^{\mathrm{T}} X = X^{\mathrm{T}} E \geq 0, \\ Q (A_c + \Delta A_c)^{\mathrm{T}} + (A_c + \Delta A_c) Q + D\omega D^{\mathrm{T}} < 0 \end{cases} \tag{17}$$

有交集. 当该条件满足时,所设计的控制器就会有满意的动态和稳态性能指标. 这里的 V, Q, X 是统一的. 将以上不等式组化成相应的线性矩阵不等式(LMI),则有如下定理成立:

定理 4　由定理 2 和定理 3,结合引理 4,可得闭环系统(6),满足定义 1 中约束 1)～3) 成立,当且仅当变量 Q, S, γ 和实变量 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ 的 LMI 组有如下可行解:

$$\begin{bmatrix} -rQ + \varepsilon_1 MM^{\mathrm{T}} & (A - qE)Q + BS & 0 \\ Q(A - qE)^{\mathrm{T}} + S^{\mathrm{T}} B^{\mathrm{T}} & -rQ & QN_a^{\mathrm{T}} + S^{\mathrm{T}} N_b^{\mathrm{T}} \\ 0 & N_a Q + N_b S & -\varepsilon_1 I \end{bmatrix} < 0,$$

$$\begin{bmatrix} AQ + QA^{\mathrm{T}} + BS + S^{\mathrm{T}} B^{\mathrm{T}} + \varepsilon_2 MM^{\mathrm{T}} + D\omega D^{\mathrm{T}} & QN_a^{\mathrm{T}} + S^{\mathrm{T}} N_b^{\mathrm{T}} \\ N_a Q + N_b S & -\varepsilon_2 I \end{bmatrix} < 0,$$

$$\begin{bmatrix} AQ + QA^{\mathrm{T}} + BS + S^{\mathrm{T}} B^{\mathrm{T}} + C^{\mathrm{T}} C & QD^{\mathrm{T}} & QN_a^{\mathrm{T}} + S^{\mathrm{T}} N_b^{\mathrm{T}} \\ DQ & -\gamma^2 I + \varepsilon_3 MM^{\mathrm{T}} & 0 \\ N_a Q + N_b S & 0 & -\varepsilon_3 I \end{bmatrix} < 0. \tag{18}$$

其中: $S = GKQ$,满足稳态协方差 $X < Q$(由 Schur 补不等式,借助引理 4 可得证以上不等式). 综合可得

$$E^{\mathrm{T}} X = X^{\mathrm{T}} E \geq 0.$$

运用定理 4,通过 Matlab 软件,即可得到所需要的满足多指标约束条件下的解.

4　仿真举例

考虑如下广义不确定系统:

$$E\dot{x}(t) = (A + \Delta A) x(t) + (B + \Delta B) u(t) + Dw(t),$$

$$z(t) = Cx(t).$$

其中

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1.5 & -3 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = [0.1 \quad 0.1],$$

$$D = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix},$$

$$N_a = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.1 \\ 0.1 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad N_b = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.5 \\ 0.5 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$M = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.6 \\ 0.8 & 0.7 \end{bmatrix}, \quad q = 3, \quad r = 2.5.$$

w 的协方差为

$$w = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}.$$

设执行器故障阵为

$$G_l = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}, \quad G_u = \begin{bmatrix} 0.85 & 0 \\ 0 & 0.85 \end{bmatrix}.$$

由定理 4 中的不等式 3 可得 $\gamma_{\min} = 0.6876$. 取 $\gamma = 1$,综合定理 4 中的 1,2 两式,可得

$$Q = \begin{bmatrix} 0.0265 & 0.0018 \\ 0.0018 & 0.0134 \end{bmatrix},$$

$$S = \begin{bmatrix} -0.0203 & -0.0342 \\ -0.0342 & -0.0182 \end{bmatrix}.$$

由 $S = GKQ$,可得

$$GK = SQ^{-1} = \begin{bmatrix} -0.5989 & -2.4817 \\ -1.3945 & 1.5497 \end{bmatrix}.$$

再考虑故障阵 G 的具体情况,经分离,可得反馈增益 K. GK 的乘积是一个集合,若取

$$G = \begin{bmatrix} 0.6 & 0 \\ 0 & 0.8 \end{bmatrix},$$

则

$$K = \begin{bmatrix} -0.9982 & -4.1362 \\ -1.7431 & 1.9371 \end{bmatrix}.$$

图 1 给出了仿真结果曲线. 其中:实线是系统正常状态下的响应曲线,虚线是故障状态下的响应曲线. 由图可见,性能在可接受范围之内.

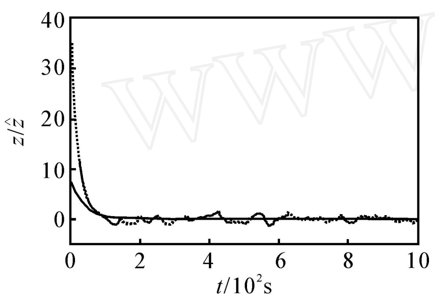

图 1 输出响应曲线图

5 结 语

本文在广义系统的容错控制中,考虑了多性能指标的约束,不仅保证了故障系统的稳定性,而且还同时考虑了系统的鲁棒性和动态性能. 通过仿真算例得到了故障系统的满足多指标约束的可行解,从而证明了本算法的可行性.

参考文献(References)

[1] 张庆灵,杨冬梅. 不确定广义系统的分析与综合[M]. 沈阳:东北大学出版社,2003.
(Zhang Qing-ling, Yang Dong-mei. Analysis and synthesis on uncertain singular systems[M]. Shenyang: Northeastern University Press, 2003.)

[2] 俞立. 鲁棒控制 ——线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京:清华大学出版社,2002.
(Yu Li. Robust control — Linear matrix inequality method [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)

[3] Xie L, Fu M, De Souza C E. H_∞ control and quadratic stabilization of systems with parameter uncertainty via output feedback[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1992, 37(8): 1253-1256.

[4] 徐胜元,牛玉刚,杨成梧. 参数不确定性奇异系统的鲁棒 H_∞ 控制[J]. 自动化学报,2001,27(3):397-400.
(Xu Sheng-yuan, Niu Yu-gang, Yang Cheng-wu. Robust H_∞ control for singular systems with parameter uncertainty[J]. Acta Automatica Sinica, 2001, 27(3): 397-400.)

[5] 徐胜元,齐延信,杨成梧. 不确定广义系统的圆形区域极点配置[J]. 信息与控制,1999,28(3):168-171.
(Xu Sheng-yuan, Qi Yan-xin, Yang Cheng-wu. Pole assignment in a specified circular region for uncertain singular systems[J]. Information and Control, 1999, 28(3): 168-171.)

[6] 王远钢. 满意控制及其期望指标集的相容性理论[D]. 南京:南京理工大学,2000.
(Wang Yuan-gang. Satisfactory control and consistency theory of desired Indices [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2000.)

(上接第 86 页)

[5] Hespanha J P, Liberzon D, Morse A S. Stability of switched systems with average dwell time[C]. Proc of the 38th Conf on Decision and Control. Madison, 1999: 2655-2660.

[6] Zhai G, Hu B, Yasuda K, et al. Stability analysis of switched systems with stable and unstable subsystems: An average dwell time approach [C]. Proc of the American Control Conf. Chicago, 2000: 200-204.

[7] Vu L, Chatterjee D, Liberzon D. ISS of switched systems and applications to switching adaptive control [C]. Proc of the 44th IEEE Conf on Decision and Control, and the European Control Conf. Seville, 2005: 120-125.

[8] Zhao J, Dimirovski M G. Quadratic stability of a class of switched nonlinear systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(4): 574-578.

[9] Zhao S Z, Zhao J. Quadratic stability of switched nonlinear systems in block-triangular form [J]. Acta Automatica Sinca, 2005, 31(4): 631-633.

[10] 王仁明,关治洪,刘新芝. 线性时变切换系统及其非线性扰动系统的稳定性分析[J]. 华中师范大学学报,2002,36(3):265-268.
(Wang Ren-ming, Guan Zhi-hong, Liu Xin-zhi. Stability analysis for linear time-varying switched systems and their nonlinear perturbed systems[J]. J of Central China Normal University, 2002, 36(3): 265-268.)

[11] Khalil H K. Nonlinear systems [M]. 2nd ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1996.