

文章编号: 1001-0920(2008)01-0117-04

基于权值选择的粒子滤波算法研究

张 琪, 胡昌华, 乔玉坤

(第二炮兵工程学院 302 教研室, 西安 710025)

摘 要: 退化现象是粒子滤波算法应用中的一个主要问题, 常规的再采样方法虽可解决退化问题, 但容易导致粒子耗尽. 对此, 提出一种基于权值选择的粒子滤波算法. 按照粒子权值的大小选择较好的粒子用于滤波, 以增加样本的多样性, 从而缓解粒子滤波的退化问题. 仿真结果表明, 所提出的算法是可行的.

关键词: 粒子滤波; 退化问题; 粒子耗尽; 权值选择

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Particle filter algorithm based on weight selected

ZHANG Qi, HU Chang-hua, QIAO Yu-kun

(302 Unit, The Second Artillery Engineering Institute, Xi'an 710025, China. Correspondent: ZHANG Qi, E-mail: zhangqi6530@163.com)

Abstract: Degeneracy phenomenon is a main disadvantage to particle filter application, common re-sampling methods can resolve degeneracy phenomenon, but the sample impoverishment is deduced. Therefore, a particle filter algorithm based on weight selected is proposed. The better particle is selected in terms of its weight to ameliorate the diversity of samples, so that the degeneracy phenomenon is relieved. Simulation results show the feasibility of the proposed algorithm.

Key words: Particle filter; Degeneracy phenomenon; Sample impoverishment; Weight selected

1 引 言

粒子滤波是一种基于贝叶斯估计的非线性滤波算法, 近年来已成为解决非线性非高斯系统的参数估计和状态滤波问题的主流方法. 目前, 粒子滤波技术已成功应用于诸多领域, 如目标跟踪^[1]、计算机视觉^[2]和故障诊断^[3]等. 基于序贯重点采样(SIS)的粒子滤波算法存在的主要问题是无法避免退化现象, 主要表现在经过几次递推之后, 除了很少几个粒子以外, 大部分粒子的权值几乎等于零, 致使大量的计算资源浪费在对结果毫无意义的粒子上.

解决退化问题的常用方法包括适当选取重要性密度函数和再采样. 而再采样的基本思想是减少权值较小的粒子而复制权值较大的粒子. 目前已提出多种再采样的算法, 如分层采样、留数采样、系统采样等. 再采样在一定程度上可以解决退化问题, 但同时也带来了样本贫化的问题. 所谓样本贫化是指, 经过再采样后具有较大权值的粒子被多次选取, 使粒子集丧失了多样性.

本文针对上述问题, 提出一种基于权值选择的粒子滤波算法(WSPF), 以解决退化问题, 并改善样本集的多样性.

2 粒子滤波算法及其存在的主要问题

2.1 粒子滤波算法

粒子滤波是指, 通过寻找一组在状态空间中传递的随机样本对概率密度函数 $p(x_k | z_k)$ 进行近似, 以样本均值代替积分运算, 从而获得状态最小方差的估计过程. 这些样本称为粒子. 随着粒子数的增加, 粒子的概率密度函数逐渐逼近状态的概率密度函数, 粒子滤波估计即达到了最优贝叶斯估计的效果^[4]. 对于 SIS 粒子滤波算法的详细内容参见文献 [5].

考虑非线性动态系统

$$\begin{cases} x_k = f(x_{k-1}, v_{k-1}), \\ y_k = h(x_k, n_k). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_k \in R^{n_x}$ 为 k 时刻系统的状态向量, $y_k \in R^{n_y}$ 为观测输出, $v_k \in R^{n_v}$ 为系统噪声, $n_k \in R^{n_n}$ 为观测

收稿日期: 2006-10-31; 修回日期: 2007-03-16.

作者简介: 张琪 (1980—), 女, 甘肃庆阳人, 博士生, 从事控制系统自动检测与故障诊断、故障预报等研究; 胡昌华 (1966—), 男, 湖北罗田人, 教授, 博士生导师, 从事控制系统自动检测与故障诊断、容错控制等研究.

噪声,映射 $f(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 分别构成了系统的状态方程和观测方程.

再采样粒子滤波算法(SIR)步骤如下^[6]:

Step1: 初始化. 在 $k=0$ 时刻,根据重点密度抽样出 N_p 个粒子,假定抽样出的每个粒子用 x_k^i , $1/N_p$ 表示,令 $k=1$.

Step2: 预测

$$x_k^i = f(x_{k-1}^i, v_{k-1}). \quad (2)$$

Step3: 加权

$$i_k = i_{k-1} \times \frac{p(y_k / x_k^i) p(x_k^i / x_{k-1}^i)}{q(x_k^i / x_{k-1}^i, y_k)}. \quad (3)$$

Step4: 权值归一化

$$i_k = \frac{i_k}{\sum_{i=1}^{N_p} i_k}. \quad (4)$$

Step5: 滤波

$$p(x_k / y_{1:k}) = \prod_{i=1}^{N_p} i_k (x_k - x_k^i). \quad (5)$$

计算 k 时刻的滤波密度,再采样后返回 Step2.

2.2 存在的主要问题

退化现象是 SIS 的主要缺点, Doucet^[7] 从理论上证明了 SIS 算法出现退化现象的必然性. SIR 算法虽然可以解决退化问题,但又带来了样本贫化的问题. 对此,国内外学者已取得了一些研究成果,如重采样移动算法、模拟退火粒子滤波算法和辅助粒子滤波算法等. 这些方法虽然可在一定程度上解决样本贫化问题,但不能解决估计长时间不变量的问题. 进化粒子滤波算法^[8] 虽可解决长时间不变量的估计问题,但计算相对复杂.

通常采用有效粒子数 N_{eff} 来度量算法的退化程度,即

$$N_{\text{eff}} = \text{round}\left(1 / \sum_{i=1}^{N_p} (i_k)^2\right), \quad (6)$$

其中 $\text{round}(\cdot)$ 表示向最近的整数取整运算, N_{eff} 越小,表明退化现象越严重.

3 基于权值选择的粒子滤波算法

本文针对 SIS 粒子滤波算法的退化问题和 SIR 粒子滤波算法的样本贫化现象,提出一种基于权值选择的粒子滤波算法. 该算法从众多备选粒子中选出权值相对较大的粒子用于状态估计,以解决退化问题,并改善样本集的多样性,从而提高粒子滤波算法的估计与跟踪能力.

3.1 算法思想

这种算法旨在解决样本贫化问题. 其基本思想是:假如估计所需要的粒子数为 N_p ,抽取 N_s ($N_s > N_p$) 个样本,分别计算 N_s 个样本对应的权值,选出最大的 N_p 个参加状态估计,从而最大限度地保证

参与估计的粒子是最好的,在一定程度上解决退化问题.

3.2 基于权值选择的粒子滤波算法

基于权值选择的粒子滤波算法步骤如下:

Step1: 初始化. 在 $k=0$ 时刻,依据重点密度抽取 N_s 个粒子,假定抽样出的每个粒子用 x_k^i , $1/N_p$ 表示, N_s 和 N_p 的定义同 3.1 节,令 $k=1$.

Step2: 预测. 根据式(2)计算 k 时刻 N_s 个粒子的状态.

Step3: 加权. 根据式(3)计算 N_s 个粒子的权值.

Step4: 选优. 对 N_s 个粒子按权值进行排序,选出前面的 N_p 个粒子.

Step5: 归一化权值. 根据式(4)对取出的 N_p 个粒子的权值归一化.

Step6: 估计. 用选定的 N_p 个粒子按式(5)计算滤波密度.

Step7: 权值恢复

$$i_k = i_k \times \prod_{i=1}^{N_p} i_k.$$

将选出的 N_p 个粒子的权值恢复为归一化之前的权值,然后再对所有 N_s 个粒子的权值进行归一化,即 $i_k = i_k / \sum_{i=1}^{N_s} i_k$,返回 Step2 进行下一步迭代.

算法中涉及的所有粒子都参与了任一时刻的粒子更新,优于普通再采样算法的是每一个粒子都是相互统计独立的,使得粒子集包含更多相异的粒子路径,从而改善了粒子集的多样性. 尽管该算法的计算量略有增加,但在条件允许的情况下,这种算法改善了样本集的多样性,减轻了退化现象的影响,使算法具有较好的跟踪能力.

4 仿真实例及结果分析

4.1 仿真实例

例1 对标准验证模型的估计能力

对于本文提出的算法,采用下述模型来验证其有效性:

$$\begin{cases} p(x_k / x_{k-1}) = N(x_k - f(x_{k-1}, k), Q_{k-1}), \\ p(z_k / x_k) = N(z_k - \frac{x_k^2}{20}, R_k), \end{cases} \quad (7)$$

其中

$$f_k(x_{k-1}, k) = \frac{x_{k-1}}{2} + \frac{25x_{k-1}}{1+x_{k-1}^2} + 8\cos(1.2k). \quad (8)$$

该模型在大量文献^[9] 中均可看到,是研究比较各种粒子滤波算法性能的标准验证程序之一. 这里假定 v_k 和 n_k 是均值为 0, 方差分别为 $Q_k = 10$ 和 R_k

= 1 的高斯噪声, 初始概率密度函数为 $N(0, 5)$, 取 $N_s = 1\ 000$, $N_p = 40$, 来进行 100 步的迭代估计.

图 1 为 WSPF 的估计结果. 横坐标表示预测时刻, 纵坐标表示状态, 用下式对状态进行估计:

$$x_k^* = \sum_{i=1}^{N_p} x_k^i \times w_k^i. \quad (9)$$

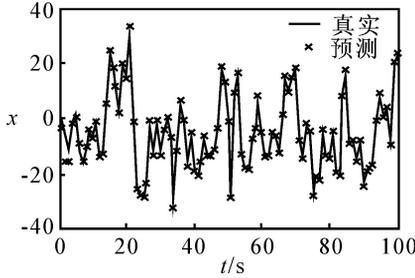


图 1 权值选择算法状态估计

例 2 分时恒定值的估计问题^[8]

退化现象和样本贫化问题会影响算法的跟踪估计能力, 对较长时间不变的量进行估计时影响尤为突出, 因而选用分时恒定值的估计问题来说明基于权值选择的粒子滤波算法的强跟踪能力.

假如所估计的状态变化规律为

$$x(t) = \begin{cases} 5, & 0 < t < T/3; \\ 10, & T/3 < t < 2T/3; \\ 3, & 2T/3 < t < T; \end{cases} \quad (10)$$

$$y(t) = x(t) + N(0, Q). \quad (11)$$

其中: $T = 100$, $Q = 1$, 初始样本方差为 5, 取 $N_s = 1\ 000$, $N_p = 40$. 采用 SIR 粒子滤波算法和 WSPF 对状态的估计结果分别如图 2, 图 3 所示. 图 4, 图 5 则分别表示 SIR 粒子滤波算法和 WSPF 第 100 步估计时的粒子分布图.

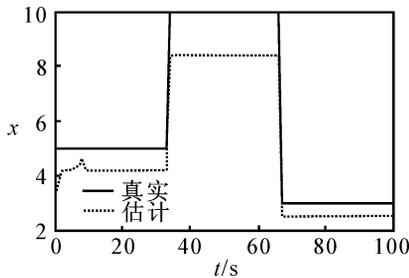


图 2 SIR 粒子滤波算法状态估计

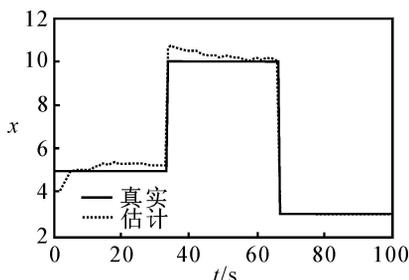


图 3 WSPF 状态估计

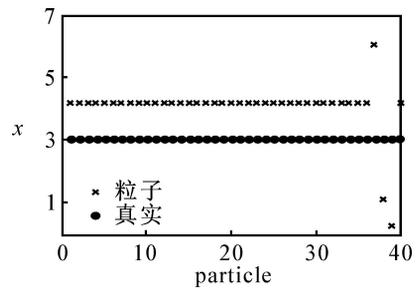


图 4 SIR 粒子滤波算法粒子分布

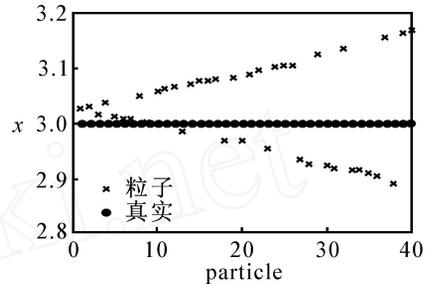


图 5 WSPF 粒子分布

为验证 WSPF 对退化现象的改善情况, 分别对 WSPF 和 SIR 粒子滤波算法运行 10 次, 并计算两种算法迭代 100 步后的有效样本数的平均值, 比较两种算法的退化情况. 表 1 中 $N_{\text{eff}1}$ 和 $N_{\text{eff}2}$ 分别表示 SIR 粒子滤波器和 WSPF 的最终有效样本数.

表 1 有效样本数

有效样	次 数									
本数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$N_{\text{eff}1}$	8	9	8	10	11	13	13	10	13	11
$N_{\text{eff}2}$	17	18	19	18	15	21	20	17	19	17

注: $N_{\text{eff}1}$ 的平均值 = 10.6, $N_{\text{eff}2}$ 的平均值 = 18.1.

取上述两种算法 10 次的运行时间, 并分别计算其平均值. 表 2 中 t_1 和 t_2 分别表示 SIR 粒子滤波算法和 WSPF 的运行时间.

表 2 运行时间

运行	次 数				
时间	1	2	3	4	5
t_1	1.097 3	0.998 3	1.176 5	1.072 1	1.444 9
t_2	1.114 4	1.437 5	1.391 3	1.411 3	1.464 4
运行	次 数				
时间	6	7	8	9	10
t_1	1.453 1	1.446 3	1.158 6	1.447 7	1.173 5
t_2	1.474 9	1.491 6	1.181 4	1.479 5	1.184 4

注: t_1 平均值 = 1.246 8, t_2 平均值 = 1.363 1.

粒子滤波算法的误差一般使用均方根误差 (RMSE) 进行度量, 单次运行的 RMSE 为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k - x_k^*)^2}. \quad (12)$$

其中: N 为迭代步数, x_k 为第 k 步的状态真实值, x_k^*

为第 k 步的状态估计值. 对 SIR 算法和 WSPF 分别运行 10 次, 用 10 次 RMSE 的均值和方差来比较两种算法的误差. 表 3 中 $RMSE_{SIR}$ 和 $RMSE_{WSPF}$ 分别表示 SIR 算法和 WSPF 的均方根误差.

表 3 两种算法的误差比较

均方根 误差	次 数				
	1	2	3	4	5
$RMSE_{SIR}$	1.408 0	1.066 2	2.969 0	5.222 1	9.067 5
$RMSE_{WSPF}$	0.323 4	0.192 5	0.192 7	0.152 7	0.134 7

均方根 误差	次 数				
	6	7	8	9	10
$RMSE_{SIR}$	1.750 2	1.363 6	2.424 0	6.981 1	5.003 9
$RMSE_{WSPF}$	0.159 6	0.217 1	0.256 3	0.190 9	0.167 1

注: $RMSE_{SIR}$ 的均值 = 3.725 6, 方差 = 7.466 6;

$RMSE_{WSPF}$ 的均值 = 0.198 7, 方差 = 0.003 1.

4.2 结果分析

由图 1 可知, 本文提出的 WSPF 的估计值与真实值吻合很好, 可见本文算法是有效的.

从图 2, 图 3 可以看出, WSPF 的跟踪能力明显好于 SIR 粒子滤波算法.

图 4, 图 5 反映了粒子的多样性改善情况. 由 SIR 算法最终的粒子分布图可见, 样本集中的样本几乎为单一样本; 而 WSPF 的样本均匀分布在真实值的两侧, 且几乎没有相同的样本. 可见本文算法有效改善了样本的多样性.

从 N_{eff1} 和 N_{eff2} 的平均值可以看出, WSPF 的有效样本数大于 SIR 算法的有效样本数. 可见本文算法在解决退化问题上优于 SIR 算法.

在运行时间方面, t_1 和 t_2 的平均值相差不大, 可见 WSPF 相对 SIR 算法的运行时间并没有明显的增加, 由此表明新算法的运行效率较好.

在估计误差方面, $RMSE_{SIR}$ 的均值和方差均大于 $RMSE_{WSPF}$ 的均值和方差, 可见 WSPF 在计算精度方面也有很大提高.

5 结 语

一般粒子滤波算法在实际应用中易受到退化现象的影响, 对于估计那些较长时间维持不变的量时, 退化现象尤为严重. 对此, 本文提出了一种基于权值

选择的粒子滤波算法, 从大量粒子中选择权值较大的粒子用于估计, 从而改善了样本集的多样性, 在一定程度上解决了退化问题, 提高了算法的跟踪估计能力. 仿真结果表明, 基于权值选择的粒子滤波算法是可行且有效的.

参考文献(References)

- [1] William Ng, Jack Li, Simon Godsill, et al. A review of recent results in multiple target tracking[C]. Proc of the 4th Int Symposium on Image and Signal Processing and Analysis. Zagreb, 2005: 40-45.
- [2] Cheng Chang, Rashid Ansari. Kernel particle filter for visual tracking[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, 12(3): 242-245.
- [3] Tao Wei, Huang Yur-fei, Philip Chen. Particle filtering for adaptive sensor fault detection and identification[C]. Proc of the 2006 IEEE Int Conf on Robotics and Automation Orlando. Florida, 2006: 3807-3812.
- [4] 胡士强, 敬忠良. 粒子滤波算法综述[J]. 控制与决策, 2005, 20(4): 361-365.
(Hu Shi-qiang, Jing Zhong-liang. Overview of particle filter algorithm[J]. Control and Decision, 2005, 20(4): 361-365.)
- [5] Petar M Djurić, Jayesh H Kotecha, Zhang Jian-qui, et al. Particle filtering[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2003, 20(5): 19-38.
- [6] Cody Kwok, Dieter Fox, Marina Meilă. Real-time particle filters[J]. Proc of the IEEE, 2004, 92(3): 470-471.
- [7] Doucet A, Godsill S. On sequential monte carlo sampling methods for Bayesian filtering [R]. Cambridge: University of Cambridge, 1998.
- [8] 莫以为, 萧德云. 进化粒子滤波算法及其应用[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(2): 269-270.
(Mo Yi-wei, Xiao De-yun. Evolutionary particle filter and its application[J]. Control Theory and Application, 2005, 22(2): 269-270.)
- [9] Sanjeev Arulampalam, Simon Maskell, Neil Gordon. A tutorial on particle filters for online non-gaussian Bayesian tracking [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2002, 50(2): 174-188.

(上接第 116 页)

- [9] Dai L. Singular control systems [M]. New York: Springer-Veglag, 1989.
- [10] Bender D J, Laub A J. The linear-quadratic optimal regulator for descriptor systems: Discrete-time case [J]. Automatica, 1987, 23(1): 72-85.

- [11] 陈景良, 陈向晖. 特殊矩阵[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.
(Chen Jing-liang, Chen Xiang-hui. Special matrices [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001.)