

文章编号: 1001-0920(2008)10-1149-04

一类具有通信逻辑的网络控制系统稳定性分析

宗 群, 孙连坤, 王 鹤, 窦立谦
(天津大学 电气与自动化工程学院, 天津 300072)

摘 要: 针对具有线性不确定对象的网络控制系统的带宽约束问题, 设计了具有周期通信逻辑的网络控制系统的结构, 建立了具有周期通信逻辑的网络控制系统模型. 运用现代控制理论和矩阵摄动理论相关原理, 进一步证明了系统保持渐近稳定的充分条件. 最后通过仿真算例验证了结论的有效性.

关键词: 网络控制系统; 带宽约束; 周期通信逻辑

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Stability analysis of a class of networked control systems with communication logic

ZONG Qun, SUN Lian-kun, WANG He, DOU Li-qian

(School of Electric and Automation Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China. Correspondent: SUN Lian-kun, E-mail: slk300@126.com)

Abstract: The periodic communication logic of networked control system is designed and the system model is set up for the bandwidth constraints of networked control systems with linear uncertain plants. Furthermore, the sufficient conditions for the asymptotic stability is given by using modern control theory and matrix perturbation theory. Finally, a simulation example shows the effectiveness of the conclusion.

Key words: Networked control systems; Bandwidth constraints; Periodic communication logic

1 引 言

网络控制系统(NCS)是基于网络的闭环反馈控制系统,可以应用于传统控制无法完成的系统,如机器人远程控制、远程医疗、远程实验室等方面,因此具有广泛的应用前景^[1,2].但网络的存在也给控制系统带来了诸如延时、丢包、带宽约束等问题,导致系统性能下降甚至危及系统的稳定性.带宽约束是指网络中的信息源较多,信息的传送要分时占用网络通信线路,而网络在一定的时间内只能传送有限量的数据信息,即网络的通信速率是有界的.带宽约束是影响网络控制系统的一个重要因素,也是网络控制系统的研究热点之一^[3-5].节点过多、数据传输过于频繁或传输的数据量过大都有可能增大网络上冲突的概率,使得网络通信延时变大,引起数据丢失,严重时会造成网络拥塞,从而导致网络控制系统性能下降,甚至不稳定^[6].

Xu 等^[7,8]从降低网络中节点包传输速率角度出发对带宽约束问题进行研究,提出了通信逻辑概念.通信逻辑本质上可以看作是一种用户层上的网络调度规则,其作用是决定网络中的节点何时发送数据,目的是减少网络节点发送数据次数,从而降低网络带宽约束的影响.文献[7,8]讨论了 LTI 被控对象的网络控制系统的通信逻辑问题.然而,在实际情况中,被控对象往往存在许多不确定性,此时问题将变得更加复杂.

本文在文献[9]的基础上,针对具有线性不确定对象的网络控制系统的带宽约束问题,设计了具有周期通信逻辑的网络控制系统的结构,建立了具有周期通信逻辑的网络控制系统模型.运用现代控制理论、矩阵摄动理论相关原理,进一步证明了系统保持渐近稳定的充分条件.

2 具有通信逻辑的网络控制系统结构

收稿日期: 2007-07-18; 修回日期: 2007-12-17.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60574055); 天津市重点攻关项目(06YFGZGX01700); 高等学校博士学科点专项科研基金项目(200550056037).

作者简介: 宗群(1961—),男,天津人,教授,博士生导师,从事复杂系统建模与控制、网络控制系统等研究; 孙连坤(1979—),男,天津人,博士,从事网络控制的研究.

网络控制系统结构如图 1 所示. 系统由被控对象、智能传感器、通信网络和远程控制器构成. 被控对象是一个线性不确定过程. 智能传感器采集被控对象状态并根据通信逻辑制定的规则传送给远程控制器. 本文采用周期通信逻辑, 即智能传感器按固定的时间间隔, 周期地将数据发送给远程控制器. 远程控制器由同步状态估计模型和控制器组成. 远程控制器端的估计模型用来为控制器在连续两次传输时刻 t_k 到 t_{k+1} 之间提供被控对象的状态估计, 当接收到智能传感器发送来的数据后, 估计模型的状态更新为观测器状态.

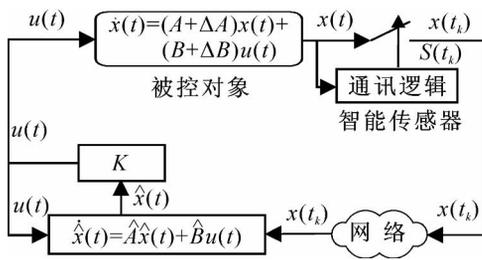


图 1 具有通信逻辑的网络控制系统结构

3 网络控制系统模型

假设系统在加入通信逻辑后可忽略网络时延的影响. 线性不确定对象状态方程为

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + (B + \Delta B)u(t). \quad (1)$$

其中 $x(t) \in R^n$ 为被控对象的状态变量; $u(t) \in R^m$ 为被控对象控制输入变量; A 和 B 是具有适当维数的实系数矩阵; ΔA 和 ΔB 是具有适当维数的标识系统不确定性的未知定常矩阵, 且 $\|\Delta A\| < \epsilon$, $\|\Delta B\| < \epsilon$, 和 ϵ 为已知实数.

同步状态估计模型为

$$\dot{\hat{x}}(t) = \hat{A}\hat{x}(t) + \hat{B}u(t), u(t) = K\hat{x}(t). \quad (2)$$

其中 $\hat{x}(t) \in R^n$ 为估计模型的状态变量, $u(t) \in R^m$ 为估计模型的控制输入变量, \hat{A} 和 \hat{B} 是具有适当维数的实系统系数矩阵, K 是控制矩阵. 在 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 期间, 远程控制器利用同步状态估计模型对输出 $\hat{x}(t)$ 进行控制, 在时刻 t_k , $\hat{x}(t_k)$ 更新为 $x(t_k)$. 设

$$e(t) = \hat{x}(t) - x(t),$$

$$\bar{A} = A - \hat{A}, \quad \bar{B} = B - \hat{B},$$

则有

$$\dot{e}(t) = \hat{A}\hat{x}(t) + \hat{B}u(t) - (A + \Delta A)x(t) - (B + \Delta B)u(t).$$

定义 $z(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \end{bmatrix}$, 根据式(1)和(2)有

$$\dot{z}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{e}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A + \Delta A) + (B + \Delta B)K & (B + \Delta B)K \\ (\bar{A} - \Delta A) + (\bar{B} - \Delta B)K & \hat{A} + (\bar{B} - \Delta B)K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \end{bmatrix},$$

$$t \in [t_k, t_{k+1}), k = 1, 2, \dots, m, \dots \quad (3)$$

设

$$= \begin{bmatrix} A + B K & B K \\ \bar{A} + \bar{B} K & \hat{A} + \bar{B} K \end{bmatrix},$$

$$= \begin{bmatrix} A + B K & B K \\ -\bar{A} - \bar{B} K & -\hat{A} - \bar{B} K \end{bmatrix},$$

则式(3)可简化为

$$\dot{z}(t) = (A + B K + \bar{A} + \bar{B} K)z(t),$$

$$t \in [t_k, t_{k+1}), k = 1, 2, \dots, m, \dots \quad (4)$$

因此在时刻 $t \in [t_k, t_{k+1})$, 系统响应为

$$z(t) = \exp\{(A + B K + \bar{A} + \bar{B} K)(t - t_k)\}z(t_k) =$$

$$\exp\{(A + B K + \bar{A} + \bar{B} K)(t - t_k)\} \begin{bmatrix} x(t_k) \\ 0 \end{bmatrix}, t \in [t_k, t_{k+1}),$$

$$z(t_k) = \begin{bmatrix} x(t_k) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t_k) \\ e(t_k) \end{bmatrix}.$$

并有

$$z(t_{k+1}) = \begin{bmatrix} x(t_{k+1}) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t_{k+1}) \\ e(t_{k+1}) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \exp\{(A + B K + \bar{A} + \bar{B} K)h_k\} \begin{bmatrix} x(t_k) \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \exp\{(A + B K + \bar{A} + \bar{B} K)h_k\} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t_k) \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$h_k = t_{k+1} - t_k. \quad (5)$$

设

$$G_k = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \exp\{(A + B K + \bar{A} + \bar{B} K)h_k\} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

则闭环网络控制系统的数学模型为

$$z(t_{k+1}) = G_k z(t_k). \quad (6)$$

在周期通信逻辑下, 网络控制系统的结构如图 1 所示. 周期通信逻辑的调度规则是智能传感器按照固定的时间间隔, 周期地发送数据, 则闭环网络控制系统可以看成是线性离散时间系统. 因此式(6)转化为

$$z(t_{k+1}) = G z(t_k). \quad (7)$$

其中

$$G = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \exp\{(A + B K + \bar{A} + \bar{B} K)h\} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

h 为周期通信逻辑下数据的传输时间间隔.

4 网络控制系统稳定性分析

由线性离散时间系统稳定性理论可知^[10], 系统(7)渐近稳定的充要条件是 G 的所有特征值都在单位圆内. 在讨论矩阵 G 的特征值之前, 先引入矩阵特征值的摄动定理.

定理 1^[11] 设 $A = P P^{-1} \in C^{n \times n}$, $\lambda_i = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$, $\lambda_i \in C^{n \times n}$, $A + \Delta A$ 的特征值为 μ_i ,

μ_2, \dots, μ_n , 则对于任意 μ_j 存在 ϵ_j , 使得 $|\lambda_i - \mu_j| > \epsilon_j$. 此外, 若 λ_i 是一个重数 m 的特征值, 且圆盘 $S_i = \{z \in \mathbb{C} : |z - \lambda_i| < \epsilon_j\}$ 和圆盘 $S_k = \{z \in \mathbb{C} : |z - \lambda_k| < \epsilon_k\}$ ($k \neq i$) 不相交, 则 S_i 正好包含着 $A + \Delta A$ 的 m 个特征值.

由定理 1 可知, 具有摄动 ΔA 的矩阵 A 的特征值摄动量与矩阵的对角相似转换矩阵和摄动矩阵的无穷范数有关. 对于矩阵 G , 有

$$G = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \exp((A + \Delta A)h) \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} (e^{Ah} + g(h)) \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} e^{Ah} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} g(h) \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

其中 $g(h) = e^{(A + \Delta A)h} - e^{Ah}$. 设

$$G = H + \Delta G. \quad (9)$$

其中

$$H = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} e^{Ah} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} g(h) \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

由式(9)可以看出, 包含不确定矩阵 A 和 B 的矩阵 G 由常数矩阵 H 和不确定矩阵 ΔG 组成, 矩阵 G 的特征值问题可以看成是矩阵 H 存在摄动问题, 因此只需证明 H 存在摄动后的特征值都在单位圆内, 即可保证系统(7)稳定.

设 $\gamma_1, \dots, \gamma_{2n}$ 为 G 的特征值, η_1, \dots, η_{2n} 为 H 的特征值, 由定理 1 可得 $|\eta_i - \gamma_j| > \epsilon_j$. 设 $\lambda_i = \mu_j + \epsilon_j$, 所以有

$$|\eta_i - \gamma_j| > \epsilon_j, \quad |\gamma_j| < |\eta_i| + \epsilon_j. \quad (10)$$

由式(10)可知, 矩阵 G 的特征值由矩阵 H 的特征值和 ΔG (由摄动 ΔA 的大小决定) 的大小决定. 因为 H 的特征值是定值, 所以 G 的特征值大小变化只与 ΔG 的大小相关. 下面对 ΔG 的大小进行求解. 由矩阵范数的相关性质得

$$\|\Delta G\| = \|P^{-1} \Delta G P\| = \left\| P^{-1} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} g(h) \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} P \right\| = \|P^{-1} g(h) P\|. \quad (11)$$

由式(11)可以看出, ΔG 的值由矩阵 $g(h)$ 范数大小决定. 因为 $g(h) = e^{(A + \Delta A)h} - e^{Ah}$, 根据矩阵指数函数定义

$$e^X = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{X^m}{m!} = E + X + \frac{X^2}{2!} + \dots + \frac{X^m}{m!} + \dots \\ \|X\| < \epsilon, \quad \|X^m\| < \epsilon^m,$$

则有

$$g(h) = e^{(A + \Delta A)h} - e^{Ah} = E + (A + \Delta A)h + \frac{((A + \Delta A)h)^2}{2!} + \dots + \frac{((A + \Delta A)h)^m}{m!} + \dots - (E + Ah + \frac{(Ah)^2}{2!} + \dots + \frac{(Ah)^m}{m!} + \dots), \\ \|g(h)\| < \epsilon + \epsilon^2, \quad \|g(h)\| < \epsilon + \epsilon^2.$$

因为

$$\|g(h)\| < \epsilon + \epsilon^2, \quad \|g(h)\| < \epsilon + \epsilon^2, \\ \|g(h)\| + \|g(h)\| < \epsilon + \epsilon^2 + \epsilon + \epsilon^2,$$

所以有

$$g(h) = \sum_{n=1}^m \frac{C_m^n h^{m-n} h^n}{m!} + \dots = h + \frac{2h^2}{2!} + \frac{h^3}{3!} + \dots + \frac{C_m^n h^{m-n} h^n}{m!} + \dots = h + \frac{2h^2}{2!} + \frac{h^3}{3!} + \dots + \frac{1}{n!(m-n)!} h^{m-n} h^n + \dots = e^{h\Delta A} (e^{Ah} - 1). \quad (12)$$

由式(9)和(10)可得

$$P^{-1} g(h) P = P^{-1} (e^{h\Delta A} (e^{Ah} - 1)) P. \quad (13)$$

由式(13)可知, 在系统结构设计完成以后, 的大小只与周期通信逻辑下数据发送的时间间隔 h 有关. 由式(10)可知, 只要 h 满足 $|\eta_i| + \epsilon_j < 1$, 就有 $|\gamma_j| < 1$, 即 G 的所有特征值都在单位圆内. 由线性离散时间系统稳定性判据可得闭环系统(7)渐近稳定.

5 仿真实例

被控对象状态方程为

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + (B + \Delta B)u(t).$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0.2 \\ 0.1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \|A\| = 0.008, \quad \|B\| = 0.$$

同步状态估计模型的系数矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0.2 \\ 0.1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix},$$

观测控制器 $K = [-0.2 \quad -0.5]$. 取 $t_0 = 0, x(t_0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.5 \end{bmatrix}$, 智能传感器发送数据的传输间隔为 0.5 s.

图2和图3分别为周期通讯逻辑下对象的状态响应和数据发送时间,纵坐标1为不发送数据,2为发送数据.从图2和图3可以看出,对象的状态值最终收敛到0.周期通信逻辑的数据发送时间间隔保证了系统的稳定性,同时从离散对象的采样时间(0.05s)和周期通信逻辑的数据发送时间间隔(0.5s)比较可以看出,采用周期通信逻辑减少了系统发送数据的次数,从而减少了网络的消耗量,达到了解决网络控制系统带宽约束问题的目的.

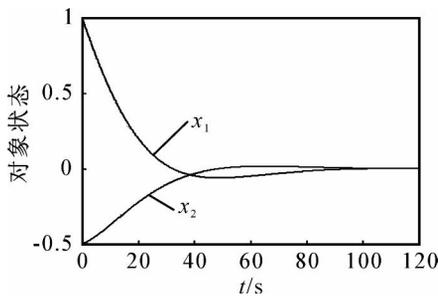


图2 周期通信逻辑下对象的状态响应图

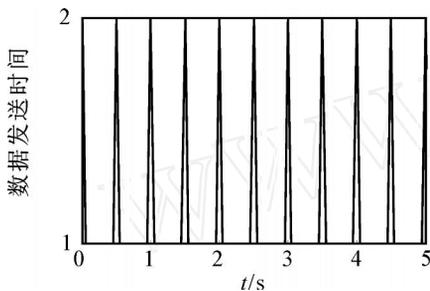


图3 周期通信逻辑下数据发送时间图

6 结 论

本文针对具有线性不确定对象的网络控制系统带宽约束问题,设计了具有周期通信逻辑的网络控制系统结构.对该结构建立的数学模型,综合反映了被控对象的不确定性与周期通信逻辑对系统的影响.周期通信逻辑的引入,在保证系统稳定的前提下降低网络中节点包传输速率,减少了系统对网络的依赖,从而有效地解决了网络控制系统中的带宽约束问题.仿真结果验证了该方法的有效性.在此仅考

虑线性定常不确定情况,对于线性时变不确定被控对象的网络控制系统的通信逻辑设计及稳定性分析还有待进一步研究.

参考文献(References)

- [1] Zhang Wei, Branicky M S, Philips S M. Stability of networked control systems[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2001, 21(1): 85-99.
- [2] Tatikonda S, Mitter S. Control under communication constraints[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(7): 1056-1068.
- [3] Hristu D. Stabilization of LTI systems with communication constraints[C]. Proc of the American Control Conf. Chicago: Illinois, 2000: 2342-2346.
- [4] Lei Zhang, Hristu D. Communication and control co-design for networked control systems[J]. Automatica, 2006, 42(6): 953-958.
- [5] Antsaklis P, Baillieul J. Special issue on networked control systems[J]. Automatic Control, 2004, 49(9): 1421-1423.
- [6] Montestruque L A, Antsaklis P. On the model-based control of networked systems[J]. Automatica, 2003, 39(10): 1837-1843.
- [7] Xu Y G, Hespanha J. Communication logics for networked control systems[C]. Proc of the 2004 American Control Conf. Boston, 2004: 572-577.
- [8] Xu Y G, Hespanha J. Optimal communication logics for networked control systems[C]. Proc of the 43rd Conf on Decision and Control. Bahamas, 2004: 4-9.
- [9] 宗群,王鹤,李然.一种新的网络控制系统随机通信逻辑设计与分析[J].控制与决策,2007,22(7):795-799.
(Zong Q, Wang H, Li R. Design and analysis of new stochastic communication logic for networked control systems[J]. Control and Decision, 2007, 22(7): 795-799.)
- [10] 黄廷祝,钟守铭,李正良.矩阵理论[M].北京:高等教育出版社,2003.
(Huang T Z, Zhong S M, Li Z L. Matrix theory[M]. Beijing: Higher Education Press, 2003.)

(上接第1148页)

- [17] 王坚强.模糊多准则决策方法研究综述[J].控制与决策,2008,23(6):601-606.
(Wang J Q. Survey on fuzzy multi-criteria decision-making approach[J]. Control and Decision, 2008, 23(6): 601-606.)

- [18] 徐泽水,达庆利.区间数排序的可能度法及其应用[J].系统工程学报,2003,18(1):67-70.
(Xu Z S, Da Q L. Possibility degree method for ranking interval numbers and its application[J]. J of Systems Engineering, 2003, 18(1): 67-70.)