

文章编号: 1001-0920(2008)10-1178-04

带传输滞后的离散系统的观测器及输出动态反馈

朱建栋

(南京师范大学 数学与计算机科学学院, 南京 210097)

摘要: 针对带输出传输滞后的线性离散系统, 讨论了其状态观测器设计问题. 利用滞后输出信息, 给出了状态观测器的设计方法, 并得到状态观测器存在的充要条件, 进而设计出基于观测器的输出动态反馈控制器, 证明了闭环系统满足极点分离原理. 数值仿真验证了所提出方法的有效性.

关键词: 线性离散系统; 输出传输滞后; 观测器; 输出动态反馈

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Observers and dynamic output feedback for discrete systems with transmission delays

ZHU Jian-dong

(School of Mathematics and Computer Science, Nanjing Normal University, Nanjing 210097, China. E-mail: zhujiandong@njnu.edu.cn)

Abstract: The problem of observers for linear discrete systems with output transmission delay is discussed. Under some conditions, the design method of observers is obtained. Based on the observer, a dynamic output feedback controller is designed and the pole separation principle for the closed-loop system is proved. Numerical simulation shows the effectiveness of the proposed method.

Key words: Linear discrete systems; Output transmission delay; Observer; Dynamic output feedback

1 引言

观测器及输出动态反馈控制是线性控制系统理论的一个基本内容, 以线性离散系统为例, 考虑

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \\ y(k) = Cx(k). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x \in R^n$, $u \in R^p$, $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times p}$, $C \in R^{q \times n}$. 如果 (A, C) 是能检测的, 则总存在全阶观测器

$$\hat{x}(k+1) = (A - GC)\hat{x}(k) + Bu(k) + Gy(k), \quad (2)$$

其中 $(A - GC) \subset D$, (\cdot) 表示特征根集, D 表示开的单位圆面. 如果 (A, B) 也是能稳的, 则存在输出动态反馈控制 $u(k) = K\hat{x}(k)$, 使得闭环系统是渐近稳定的且满足极点分离原理, 其中 $(A + BK) \subset D^{[1]}$. 但是在许多实际系统中, 如网络控制系统^[2], 系统输出往往不能及时地传输到控制器中, 或者在 k 时刻, 无法获得系统当时的输出信息 $y(k)$, 而只能获得 k 时刻之前滞后了 m 步的输出 $y(k-m)$. 由

此, 问题成为如何利用滞后的输出信息来构造当前状态的观测器和输出动态反馈控制, 问题得以解决的充要条件以及能否得到极点分离原理.

文献[3]针对单输入的能控离散系统, 讨论了传输滞后情形下静态的状态反馈控制问题, 给出了一个系统通过滞后的状态反馈可镇定的充要条件, 但是此条件难以验证. 对于滞后步数为 1 的情形, 得到了简洁的充要条件为 $|\text{trace}(A)| < n+1$. 当滞后步数为 2 时, 充要条件的表达式及其推导已经较为复杂. 这也表明单纯地利用滞后状态进行静态反馈, 会给系统带来复杂的限制条件. 于是产生了通过改变控制器的结构(如设计输出动态反馈控制器)来克服由于信息传输滞后对系统造成限制条件的想法. 实际上, 这一想法来源于混沌控制中的动态滞后反馈^[4-7], 但在混沌控制系统的滞后反馈控制研究中, 主要利用动态反馈控制来克服形如 $u(k) = K[x(k) - x(k-1)]$ 的滞后反馈控制器^[8]及其推广形式的限制条件, 由于其中仍然要用到当前状态, 不涉及传输滞后的问题.

收稿日期: 2007-08-04; 修回日期: 2007-10-12.

基金项目: 国家自然科学基金项目(10701042); 数学天元基金项目(10526025).

作者简介: 朱建栋(1976—), 男, 山东东营人, 副研究员, 博士, 从事线性系统、广义系统等研究.

本文针对带输出传输滞后的线性离散系统,利用滞后输出信息设计了状态观测器,得到状态观测器存在的充要条件,并设计出基于观测器的输出动态反馈控制器.最后证明了闭环系统满足极点分离原理.

考虑线性离散控制系统 (1), 假设输出传输滞后的步数为 m , 则控制器得到的实际输出为 $y_d(k) = y(k - m)$. 设带传输滞后的系统模型为

$$\begin{cases} x(k + 1) = Ax(k) + Bu(k), \\ y_d(k) = Cx(k - m). \end{cases} \quad (3)$$

本文考虑的问题是利用滞后输出 $y_d(k)$ 和 m 步的控制信号序列 $u(k), u(k - 1), \dots, u(k - m)$ 设计观测器

$$\begin{aligned} z(k + 1) &= \Phi(z(k), y_d(k), u(k), \\ &\quad u(k - 1), \dots, u(k - m)), \\ w(k) &= (z(k), u(k - 1), \dots, u(k - m)), \end{aligned}$$

实现 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|w(k) - x(k)\| = 0$, 并在此基础上设计动态反馈控制律.

2 传输滞后下状态观测器及输出动态反馈

令

$$\begin{aligned} \hat{x}_1(k) &= x(k - m), \\ \hat{x}_2(k) &= x(k - m + 1), \\ \hat{x}_{m+1}(k) &= x(k), \\ \hat{x} &= [\hat{x}_1^T, \hat{x}_2^T, \dots, \hat{x}_{m+1}^T]^T, \end{aligned}$$

则系统 (3) 可重新写为

$$\begin{cases} \hat{x}(k + 1) = A\hat{x}(k) + Bu(k), \\ y_d(k) = C\hat{x}(k). \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_n & & \\ & & \ddots & \\ & & & I_n \\ & & & & A \end{bmatrix}_{(m+1)n}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ B \end{bmatrix}$$

$$C = [C \ 0 \ \dots \ 0].$$

引理 1 (A, B) 能稳的充要条件是 (A, B) 能稳, (A, C) 能检测的充要条件是 (A, C) 能检测.

证明

$$\text{rank} \begin{bmatrix} sI_n - A & B \\ \vdots & \vdots \\ sI_n - A & B \end{bmatrix} =$$

$$\begin{aligned} &mn + \text{rank}[s^m(sI_n - A) \ B] = \\ &mn + \text{rank}[sI_n - A \ B], \quad \forall s \neq 1. \end{aligned}$$

类似地

$$\text{rank}[sI_{(m+1)n} - A^T \ C^T J^T] = mn + \text{rank}[sI_n - A^T \ C^T J^T], \quad \forall s \neq 1.$$

由 PBH 判据,引理 1 得证.

引理 2 取

$$\begin{aligned} K &= [0 \ \dots \ 0 \ K] \quad R^{p \times (m+1)n}, \\ G &= [G^T \ (AG)^T \ \dots \ (A^m G)^T J^T]^T. \end{aligned}$$

其中: $K \in R^{p \times n}, G \in R^{n \times q}$. 则有如下结论成立:

- 1) $A + BK$ 与 $A + BK$ 有相同的非零特征值;
- 2) $A - GC$ 与 $A - GC$ 有相同的非零特征值.

证明 结论 1) 显然成立,下面证明结论 2) 成立. 易计算得

$$A - GC = \begin{bmatrix} -GC & I & & \\ -AGC & & I & \\ \dots & & & \ddots \\ -A^{m-1}GC & & & I \\ -A^mGC & & & & A \end{bmatrix}.$$

令

$$T = \begin{bmatrix} I & & & \\ A & I & & \\ A^2 & A & \ddots & \\ \dots & \ddots & \ddots & I \\ A^m & \dots & A^2 & A & I \end{bmatrix},$$

则

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} I & & & \\ -A & I & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & & I \end{bmatrix}.$$

从而,经简单的计算,得

$$T^{-1}(A - GC)T = \begin{bmatrix} A - GC & I & & \\ & & I & \\ & & & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

由此引理 2 得证.

定理 1 如果 (A, C) 能检测, 则带输出传输滞后的系统 (3) 存在基于滞后输出的 n 阶状态观测器.

证明 由引理 1 和引理 2 可知,对系统 (4) 设计 $(m + 1)n$ 阶的状态观测器

$$\begin{aligned} \hat{z}(k + 1) &= (A - GC)\hat{z}(k) + \\ &\quad Gy_d(k) + Bu(k), \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $(A - GC) \subset D$. 实现 $\lim_k \hat{z}(k) - \hat{x}(k) = 0$, 从而 $\lim_k \hat{z}_{m+1}(k) - x(k) = 0$. 令 $\tilde{z} = T^{-1}\hat{z}$, 则观测器 (6) 可以写为

$$\begin{bmatrix} \tilde{z}_1(k+1) \\ \dots \\ \tilde{z}_{m+1}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - GC & I & & \\ & & I & \\ & & & \ddots \\ & & & & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{z}_1(k) \\ \dots \\ \tilde{z}_{m+1}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G^T 0 \dots 0 \\ \dots \\ 0 \dots 0 \end{bmatrix}^T y_d(k) + \begin{bmatrix} 0 \dots 0 \\ \dots \\ 0 \dots 0 \end{bmatrix}^T B^T u(k). \quad (7)$$

由式(7)可见

$$\begin{aligned} \tilde{z}_{m+1}(k) &= Bu(k-1), \\ \tilde{z}_m(k) &= \tilde{z}_{m+1}(k-1) = Bu(k-2), \dots, \\ \tilde{z}_2(k) &= Bu(k-m). \end{aligned}$$

所以有

$$\tilde{z}_1(k+1) = (A - GC)\tilde{z}_1(k) + Gy_d(k) + Bu(k-m). \quad (8)$$

另外, 原系统的重构状态为

$$\begin{aligned} w(k) = \hat{z}_{m+1}(k) &= [0 \dots 0 I] T \tilde{z} = \\ &= A^m \tilde{z}_1(k) + \sum_{i=1}^m A^{i-1} Bu(k-i). \end{aligned} \quad (9)$$

方程 (8) 和 (9) 即为系统在输出传输滞后情形下的 n 阶状态观测器.

下面考虑基于观测器的输出动态反馈控制, 并证明极点分离原理.

定理 2 设 (A, B) 能稳且 (A, C) 能检测, 即存在 K 和 G , 使得 $(A + BK) \subset D$, $(A - GC) \subset D$, 那么基于式 (8) 和 (9) 的输出反馈控制器 $u(k) = Kw(k)$, 使得闭环系统渐近稳定且满足极点分离原理.

证明 在输出反馈控制器的作用下, 闭环为

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + BK[A^m \tilde{z}_1(k) + \sum_{i=1}^m A^{i-1} Bu(k-i)], \\ \tilde{z}_1(k+1) &= (A - GC)\tilde{z}_1(k) + Gy_d(k) + Bu(k-m), \\ u(k) &= K[A^m \tilde{z}_1(k) + \sum_{i=1}^m A^{i-1} Bu(k-i)]. \end{aligned}$$

容易计算闭环系统的特征多项式为

$$\det \begin{bmatrix} s^{m+1} I - s^m A & -BK A^m & -BK \sum_{i=1}^m A^{i-1} B s^{m-i} \\ -GC & sI - (A - GC) & -B \\ 0 & -KA^m & s^m I - K \sum_{i=1}^m A^{i-1} B s^{m-i} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{aligned} & \det \begin{bmatrix} s^{m+1} I - s^m A & 0 & -Bs^m \\ -GC & sI - (A - GC) & -B \\ 0 & -KA^m & s^m I - K \sum_{i=1}^m A^{i-1} B s^{m-i} \end{bmatrix} = \\ & s^m \det \begin{bmatrix} sI - A & 0 & -B \\ -GC & sI - (A - GC) & -B \\ & -KA^m & s^m I \end{bmatrix} = \\ & s^m \det \begin{bmatrix} sI - (A + BK) & 0 & -B \\ -GC - BK & sI - (A - GC) & -B \\ & KA^m & -KA^m & s^m I \end{bmatrix} = \\ & s^m \det \begin{bmatrix} sI - (A + BK) & 0 & -B \\ sI - (A + BK) & sI - (A - GC) & -B \\ 0 & -KA^m & s^m I \end{bmatrix} = \\ & s^m \det \begin{bmatrix} sI - (A + BK) & 0 & -B \\ 0 & -KA^m & s^m I \\ sI - (A + BK) & 0 & -B \\ 0 & sI - (A - GC) & 0 \end{bmatrix} = \\ & s^{2m} \det[sI - (A + BK)] \det[sI - (A - GC)]. \quad (10) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} &= -K \left[\sum_{i=1}^m A^{i-1} s^{m-i} \right] (sI - A) = \\ &= -\sum_{i=1}^m KA^{i-1} s^{m-i+1} + \sum_{i=1}^m KA^i s^{m-i} = -Ks^m + KA^m. \end{aligned}$$

由此定理 2 得证.

3 数值仿真

考虑输出传输滞后步数为 2 的多输入系统

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k), \\ y_d(k) &= Cx(k-2), \quad x \in R^4, u \in R^2. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 & 1 \\ 10 & 13 & 2 & 8 \\ -3 & -3 & 0 & -2 \\ -10 & -14 & -5 & -9 \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} -2 & 4 & -1 & -3 \\ 0 & -3 & 1 & 3 \end{bmatrix}^T, \\ C &= [1 \ 2 \ 1 \ -1]. \end{aligned}$$

容易验证 (A, B) 是能稳的且 (A, C) 是能检测的. 设期望极点为 $\pm 0.5, \pm 0.3$, 利用 Matlab 可得

$$\begin{aligned} K &= \begin{bmatrix} -0.5394 & -1.3075 & 0.7916 & -0.5452 \\ 2.3504 & 2.3215 & 1.4023 & 1.6231 \end{bmatrix}, \\ G &= \begin{bmatrix} -1.0160 & 1.9694 & -0.4575 & -1.5346 \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

使得 $A + BK$ 和 $A - GC$ 的特征根为期望极点. 令

$$\begin{aligned} K_1 &= KA^2 = \\ &= \begin{bmatrix} -34.4942 & -39.0090 & -25.0895 & -30.7358 \\ -20.3913 & -24.6828 & 0.0589 & -14.6740 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$K_2 = KB = \begin{bmatrix} - 3.3069 & 3.0783 \\ - 1.6861 & - 0.6931 \end{bmatrix},$$

$$K_3 = KAB = \begin{bmatrix} - 1.8879 & 10.1436 \\ - 9.0157 & 6.7103 \end{bmatrix}.$$

则由定理 2 的证明过程得到递推滞后反馈控制器为

$$z(k+1) = (A - GC)z(k) + Gy_d(k) + Bu(k-2),$$

$$u(k) = K_1 z(k) + K_2 u(k-1) + K_3 u(k-2).$$

设定初始值

$$x(-2) = [5 \ 2 \ -6 \ 0]^T,$$

$$x(-1) = [-5 \ 3 \ 5 \ 4]^T,$$

$$x(0) = [5 \ 2 \ 0 \ 5]^T, \quad z(0) = [1 \ 2 \ -1 \ -2]^T,$$

$$u(-1) = [3 \ 4]^T, \quad u(-2) = [-3 \ 6]^T.$$

对控制系统作数值仿真,由图 1 可见闭环系统是渐近稳定的,其中 4 条曲线分别表示 x 的 4 个状态分量.

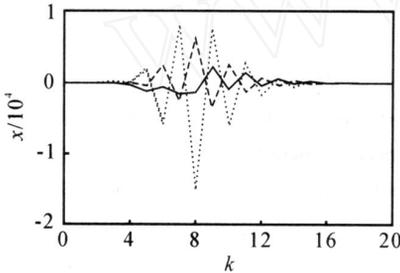


图 1 状态 x 的 4 个分量的受控行为

4 结 论

本文解决了带输出传输滞后的线性离散系统的 n 阶状态观测器设计问题,设计了基于观测器的输出动态反馈控制器,证明了闭环系统满足极点分离

原理.数值仿真例子验证了该方法的有效性.

参考文献(References)

[1] 程兆林,马树萍.线性系统理论[M].北京:科学出版社,2006.
(Cheng Z L, Ma S P. Linear system theory [M]. Beijing: Publication of Science, 2006.)

[2] Lian F L, Moyne J, Tilbury D. Analysis and modeling of networked control systems: MIMO case with multiple time delays [C]. Proc of the American Control Conf. Arlington, 2001: 4306-4312.

[3] Yong J. Stabilization of discrete-time linear systems with a time delay in the feedback loop [J]. Int J Control, 1988, 48(4): 1475-1485.

[4] Konishi K, Kokame H. Observer-based delayed feedback control for discrete-time chaotic systems [J]. Physics Letters A, 1998, 248(5/6): 359-368.

[5] Yamamoto S, Hino T, Ushio T. Dynamic delayed feedback controller for chaotic discrete-time systems [J]. IEEE Trans on Circuits and Systems — Fundamental and Applications, 2001, 48(6): 785-789.

[6] Yamamoto S, Hino T, Ushio T. Recursive delayed feedback control for chaotic discrete-time systems [C]. Proc of the 40th IEEE Conf on Decision and Control. Orlando, 2001: 2187-2192.

[7] Zhu J, Tian Y P. Nonlinear recursive delayed feedback control for chaotic discrete-time systems [J]. Physics Letters, 2003, 310(4): 295-300.

[8] Pyragas K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback [J]. Physics Letters A, 1992, 170(6): 421-428.

(上接第 1177 页)

[7] 王士同.神经模糊系统及其应用[M].北京:北京航空航天大学出版社,1998.
(Wang S T. Neural-fuzzy system and their application [M]. Beijing: Publishing House of Beijing Aeronautical University, 1998.)

[8] 王士同.模糊系统、模糊神经网络及应用程序设计[M].上海:上海科学技术文献出版社,1998.
(Wang S T. Fuzzy system, fuzzy neural networks and their programming [M]. Shanghai: Press of Shanghai Science and Technology, 1998.)

[9] Grolami M, He Chao. Probability density estimation from optimally condensed data samples [J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2003, 25(10): 1253-1264.

[10] Erhan G, Jose C P. Information theoretic clustering

[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(2): 158-171.

[11] Chung F L, Wang S T, Deng Z H, et al. CATSMLP: Towards a robust and interpretable multilayer perceptron with sigmoid activation functions [J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 2006, 36(6): 1319-1331.

[12] Jang J S R, Sun C T, Mizutani E. Neuro-fuzzy and soft computing [M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1997.

[13] Desai K M, Kolkar S K A, Badhe Y P, et al. Optimization of fermentation media for exopolysaccharide production from Lactobacillus plantarum using artificial intelligence based techniques [J]. Process Biochemistry, 2006, 41(8): 1842-1848.