第 23 卷 第 10 期 控 制 与 决 策 2008 年 10 月
Vol. 23 No. 10 Control and Decision Oct. 2008

文章编号: 1001-0920(2008)10-1192-04

基于搜索空间可调的自适应粒子群优化算法与仿真

段其昌, 张红雷
(重庆大学 自动化学院, 重庆 400044)

摘 要: 针对收缩因子粒子群优化(CPSO)算法易陷入局部最优和发生过早收敛的问题,提出了基于搜索空间可调的自适应粒子群优化(APSO)算法. 该算法根据种群早熟收敛程度和个体适应值,在 CPSO 算法停滞时,将全部粒子有效地划分在 3 类不同的搜索空间,使种群始终保持搜索空间的多样性,易于跳出局部最优,从而有效地改善了 CPSO 算法后期的寻优能力.

关键词: 收缩因子粒子群优化; 早熟收敛; 搜索空间; 自适应参数调整
中图分类号: TP18 文献标识码: A

Adaptive particle swarm optimization based on search space adjustable and simulation

DUAN Qi-chang, ZHANG Hong-lei
(College of Automation, Chongqing University, Chongqing 400044, China. Correspondent: ZHANG Hong-lei, E-mail: zhl8241@163.com)

Abstract: An adaptive particle swarm optimization (APSO) algorithm based on the search space adjustable is proposed and applied to solve the problem that constriction-factor PSO (CPSO) algorithm easily fall into local optimal and occur premature convergence. When the CPSO algorithm stagnates, according to the extent premature convergence groups and individual fitness, the algorithm will divide particles to three different searching spaces, by which the swarm is kept to maintain the diversity of the searching space and easy to jump out of local optima. The late CPSO algorithm optimization capabilities availability are improved.

Key words: Constriction-factor PSO; Premature convergence; Search space; Adaptive parameter adjusting

1 引 言

粒子群优化(PSO)算法[1]是一种较好的全局优化算法,已在很多领域得到成功的应用,例如函数优化、系统辨识、神经网络训练等[2]. 传统的 PSO 算法存在两个严重的缺点:易发生过早收敛,在搜索后期效率较低. 这使得最终搜索得到的结果有可能不是全局最优解,而是局部最优解. 为提高算法的性能,已有学者提出了多种改进方案,例如惯性权重法[3]、压缩因子法[4]、混合粒子群算法[5,6]等. 而通过种群搜索空间的调整,提高算法性能的研究目前尚不多见.

本文以压缩因子粒子群优化(CPSO)算法为基础,根据群体早熟收敛程度和个体适应值,提出一种基于搜索空间可调的自适应粒子群优化(APSO)算法.

2 PSO 算法

2.1 PSO 算法思想

PSO 算法源于对鸟类捕食行为的模拟,每个粒子具有位置和速度两个特征. 设种群搜索空间大小为 X,粒子 P_i 位置 $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{in})$,速度 $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \cdots, v_{in})$,个体极值 $Pb_i = (pb_{i1}, pb_{i2}, \cdots, pb_{in})$,种群全局极值 $Pg_i = (pg_1, pg_2, \cdots, pg_n)$. 算法的核心思想是:通过跟踪粒子当前的局部最优解和全局最优解来更新粒子的速度和位置,当达到中止条件时,将当前的全局最优解作为该问题的最优解. 粒子的更新公式为

$$v_{id}^{(t+1)} = v_{id}^{(t)} + c_1 r_1 (pb_{id}^{(t)} - x_{id}^{(t)}) + c_2 r_2 (pg_d^{(t)} - x_{id}^{(t)}), \tag{1}$$

$$x_{id}^{(t+1)} = x_{id}^{(t)} + v_{id}^{(t+1)}. \tag{2}$$

其中: r_1 和 r_2 为分布于 $[0, 1]$ 之间的随机数; c_1 和 c_2 为学习因子,通常取值均为 2.

Shi 等[3] 在式(1) 中引入惯性权重 ω,提出了惯

收稿日期: 2007-07-09; 修回日期: 2007-10-22.
作者简介: 段其昌(1953 —),男,四川内江人,教授,博士,从事模式识别、智能系统的研究; 张红雷(1982 —),男,江苏沛县人,硕士,从事控制工程的研究.

性权重粒子群优化(ωPSO) 算法如下:

$$v_{id}^{(t+1)} = \omega v_{id}^{(t)} + c_1 r_1 (p_{id}^{(t)} - x_{id}^{(t)}) + c_2 r_2 (pg_d^{(t)} - x_{id}^{(t)}), \tag{3}$$

其中 ω 为正数,控制前一速度对当前速度的影响.

Clerc[4] 建议采用收缩因子来保证 PSO 算法收敛,并提出了 CPSO 算法如下:

$$v_{id}^{(t+1)} = \chi [v_{id}^{(t)} + c_1 r_1 (p_{id}^{(t)} - x_{id}^{(t)}) + c_2 r_2 (pg_d^{(t)} - x_{id}^{(t)})], \tag{4}$$

其中 $\chi = 0.729$ 为收缩因子,用来控制速度的权值.

2.2　粒子搜索空间对 PSO 算法的影响

为防止粒子远离解空间,PSO 算法一般限制粒子速度小于 V_{max} (V_{max} 为粒子最大速度,取值为搜索空间 X 的大小). 从整体上看,式(1) 的第 1 部分称为记忆项,表示速度大小和方向的影响;第 2 部分称为自身认知项,表示粒子的动作来源于自己的经验;第 3 部分称为群体认知项,反映粒子间的协同合作和知识的共享.

图 1 以二维空间为例描述了粒子的运动原理. 其中:“+”代表局部最优解或全局最优解,“·”代表粒子,“○”代表粒子的搜索空间 X,初始设置为种群最大搜索空间 X_{max}.

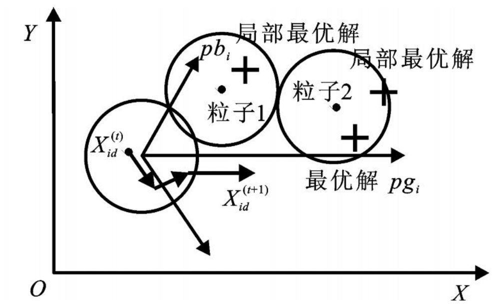

图 1　粒子运动原理

由式(1) 可知,即使对同一粒子的同一次更新,得到的速度大小和方向也是随机的,这样就保证了种群粒子的多样性,但却失去了对粒子速度更新的控制. 在固定搜索空间的限制下,粒子不会出现远离解空间的现象. 但粒子仍可在接近最优解时,受局部最优解的影响而拥有一个很大的速度,远离最优解(如图 1 中粒子 2);也可在接近局部最优解时,拥有一个很小的速度,迅速向局部最优解靠拢,发生早熟收敛(如图 1 中粒子 1).

此时,扩大粒子 1 的搜索空间,可以接受跳出局部最优解的速度,向全局最优解靠拢,防止早熟收敛;相反,缩小粒子 2 的搜索空间,则可使其避免局部最优解的干扰,迅速向全局最优解收敛,加快粒子的收敛速度. 可见,粒子搜索空间的适当调节对 PSO 算法的寻优有很大影响,这也是 APSO 算法改进的关键之处.

3　APSO 算法

3.1　CPSO 算法早熟收敛分析

对于 PSO 算法而言,保持种群多样性是算法能够收敛到全局最优的前提条件. 在种群规模一定的情况下,种群多样性越大,越有可能产生出更优子代;一旦种群丧失多样性,个体间相互趋同,则易发生过早收敛现象.

张丽平等从 PSO 算法特征方程出发,证明了 CPSO 算法在粒子轨迹无 V_{max} 限制时绝对收敛[7],这与 Clerc 在提出 CPSO 算法时的提法是一致的. 对于 CPSO 算法,收缩因子为 $0.729 < 1$. 由于算法无搜索空间限制,粒子的更新速度完全被接受. CPSO 算法虽然收敛速度快,但其求解过程则是种群多样性迅速丧失的过程,表现出强烈的趋同性,易发生早熟收敛现象. 由上述分析知,若在 CPSO 算法发生早熟收敛前,及时调整粒子搜索空间,则对改进算法会有重要作用.

可见,如何正确评价粒子群的早熟收敛程度,成为改进算法的前提条件. 本文用于评价粒子群早熟收敛程度的指标[8]如下:设种群规模为 n 的粒子群,第 k 次迭代时粒子 P_i 的个体适应值为 f_i,最优粒子的个体适应值为 f_{max},粒子群的平均适应值为 f_{avg}. 对优于 f_{avg} 的个体适应值求均值得到 f'_{avg},定义 $\Delta = |f_0 - f'_{avg}|$,用于评价粒子群的早熟收敛程度.

3.2　基于搜索空间可调的自适应调整策略

为克服 CPSO 算法搜索空间不限或固定不变,导致算法易发生早熟收敛的不足,当种群停滞时,应根据种群早熟收敛程度,自适应调整粒子的搜索空间. 本文根据粒子个体适应值的不同,将种群分为 3 个子群,分别采用不同的操作,使种群始终保持搜索空间的多样性,进而保证种群的多样性. 参照文献[8]的调整算法,对于适应值为 f_i 的粒子 P_i,其搜索空间 X 调整如下:

1) f_i 优于 f'_{avg} 的粒子. 这些粒子是种群中较为优秀的个体,已经比较接近全局最优,应缩小其搜索空间,以加速向全局最优收敛. 本文根据粒子个体适应值,按下式调整粒子的搜索空间:

$$X = \left(1 - 0.5\frac{|f_i - f'_{avg}|}{|f_0 - f'_{avg}|}\right) X_{max}. \tag{5}$$

粒子越优秀,其搜索空间相应越小,以强化局部寻优.

2) f_i 优于 f_{avg} 但劣于 f'_{avg} 的粒子. 这些粒子是种群中一般的个体,具有良好的全局寻优能力和局部寻优能力,故不改变其搜索空间.

3) f_i 劣于 f_{avg} 的粒子. 这些粒子是种群中较差的个体,对其搜索空间按下式进行调整:

$$X = \left[1.5 - \frac{1}{1 + k_1 \exp(-k_2 \Delta)}\right] X_{max},$$
$$k_1, k_2 > 0. \quad (6)$$

其中: k_1 主要用来控制 X 的上限, k_1 越大, X 的上限越大,本文取 $k_1 = 4$; Δ 始终大于或等于 0,所以 X 的取值范围在 $(0.5, 1.3] X_{max}$ 之间.

在搜索过程中, X 根据 Δ 取值的不同而动态地自适应调整:当种群个体趋于离散,即 Δ 变大时, X 减小,种群的开发能力增强,以加强局部寻优;当种群个体趋于收敛(如算法陷入局部最优),即 Δ 变小时, X 增大,种群的探测能力增强,从而有效地跳出局部最优.

综上所述,本文提出的 APSO 算法步骤如下:

步骤 1: 初始化粒子群. 设置粒子位置 X,速度 V,个体极值 Pb,全局极值 Pg 和全局最优适应值 f_{max}.

步骤 2: 评价粒子早熟收敛程度,判断算法是否停滞. 如果停滞则进入步骤 3,否则进入步骤 4.

步骤 3: 根据个体适应值自适应调整粒子搜索空间 X.

步骤 4: 根据式(4) 和(2) 更新每个粒子的速度和位置.

步骤 5: 判断算法是否结束. 若算法结束,则退出并返回最优个体,统计运行时间和迭代次数;若未结束,则进入步骤 2.

4 仿真实验与结果分析

为验证本文算法的性能,仿真实验在 Matlab7.0 环境下进行,采用表 1 所示的 3 个经典测试函数进行仿真,同时与 ωPSO 算法和 CPSO 算法进行比较. 在 ωPSO 算法中, ω 从 0.9 线性减小至 0.4; 在 CPSO 算法中,采用文献[4] 的结论,取 $c_1 = 2.8$, $c_2 = 1.3$;为便于与 CPSO 算法比较,APSO 算法也取 $c_1 = 2.8$, $c_2 = 1.3$, $k_2 = X_{max}/2$. 本文对 3 种算法的初始群体均设置为 30,最大迭代次数均为 4000.

实验从 20 次达到目标值的平均迭代次数、平均运行时间和 4000 次迭代的最优解 3 个方面进行比较,结果如表 2 所示. 从结果可以看出,对于 4000 次寻优的最优解, ωPSO 算法最好,最接近各函数的最优解; APSO 算法次之; CPSO 算法最差,对 Griewank 函数在 4000 次寻优后仍未找到目标解. 从目标值求解的平均迭代次数和平均运行时间可以看出,APSO 算法获得了最好的效果. 与 CPSO 算法的快速收敛性相比,APSO 算法仅以极小的时间代价便取得了比 CPSO 算法更好的寻优效果. 相比而言, ωPSO 算法为达到目标值则付出了最长的运行时间和最大的迭代步长.

各算法 4000 次迭代的仿真曲线如图 2 ～ 图 4 所示.

在图 2 ～ 图 4 中,APSO 算法明显优于两种传统算法. 对于 Sphere 函数,CPSO 算法和 APSO 算法以线性方式逼近目标值,相对于 CPSO 算法,APSO 算法在到达目标值后,仍能保持寻优能力,迅速向

表 1 测试函数

函数名	函数表达式	维数	变量范围	目标值	最优值
Sphere	$f_1(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$	30	[-100, 100]	0.01	0
Rastrigrin	$f_2(x) = \sum_{i=1}^{n} (x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10)$	30	[-5.12, 5.12]	100	0
Griewank	$f_3(x) = \frac{1}{4000}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \prod_{i=1}^{n}\cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$	30	[-600, 600]	0.1	0

表 2 3 种算法计算各函数的比较

算法	比较项	Sphere 函数	Rastrigrin 函数	Griewank 函数
ωPSO	平均迭代次数	2815	2324	2845
	平均运行时间/s	0.2970	0.7030	1.2850
	最优解(4000 次)	1.125e-020	34.7731	0.0194
CPSO	平均迭代次数	1834	472	4000
	平均运行时间/s	0.0970	0.0470	0.7720
	最优解(4000 次)	5.7739e-009	78.6016	0.1682
APSO	平均迭代次数	645	166	482
	平均运行时间/s	0.1250	0.0940	0.2820
	最优解(4000 次)	2.150e-042	54.9820	0.0238

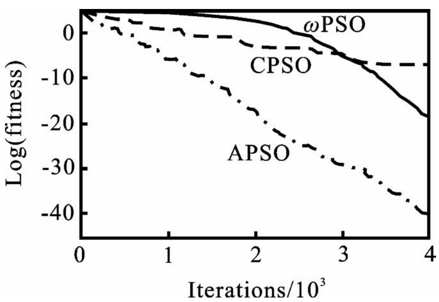

图 2　对 Sphere 函数的迭代过程比较

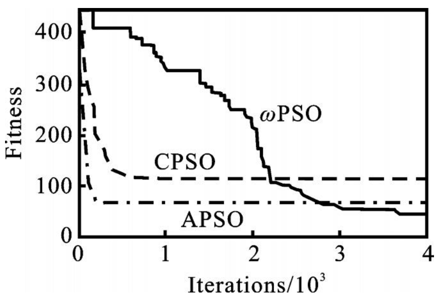

图 3　对 Rastrigrin 函数的迭代过程比较

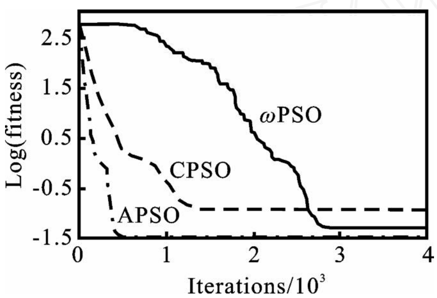

图 4　对 Griewank 函数的迭代过程比较

最优解逼近. 对于 Rastrigrin 函数和 Griewank 函数, ωPSO 算法收敛速度较慢, CPSO 算法和 APSO 算法的斜率下降很快. 在保证快速收敛的前提下, 当 CPSO 算法陷入局部最优时, APSO 算法仍具有较强的寻优能力, 最终收敛结果优于 CPSO 算法, 与 ωPSO 算法相当.

5　结　论

本文针对 CPSO 算法的不足, 以种群收敛程度为依据对其进行改进, 提出了基于搜索空间可调的自适应粒子群优化(APSO)算法. 仿真结果表明, 该算法明显优于惯性权重法和压缩因子法. 对较复杂的全局优化问题的仿真结果表明, 当 CPSO 算法的全局搜索能力急剧下降、陷入局部最优时, APSO 算法仍表现出较强的全局搜索能力.

参考文献(References)

[1] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization [C]. Proc of IEEE Int Conf on Neural Network. Piscataway: IEEE Press, 1995: 1942-1948.

[2] Eberhart R C, Shi Y. Particle swarm optimization developments, applications and resources [C]. Proc of 2001 Congress Evolutionary Computation. Piscataway: IEEE Press, 2001: 81-86.

[3] Shi Y, Eberhart R C. A modified particle swarm optimizer [C]. Proc of IEEE Int Conf on Evolutionary Computation. Piscataway: IEEE Press, 1998: 69-73.

[4] Clerc M. The swarm and the queen: Towards a deterministic and adaptive particle swarm optimization [C]. Proc of 1999 Congress on Evolutionary Computation. Washington, 1999: 1951-1957.

[5] Lovbjerg M, Rasmussen T K, Krink T. Hybrid particle swarm optimizer with breeding and subpopulation [C]. Proc of 3rd Genetic and Evolutionary Computation Conf. Sanfrancisco, 2001: 469-476.

[6] Eberhart R C, Shi Y. Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization [C]. Proc of 2000 Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, 2000: 84-88.

[7] 张丽平. 粒子群优化算法的理论与实践[D]. 杭州: 浙江大学, 2005.
(Zhang L P. The theorem and practice upon the particle swarm optimization algorithm[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2005.)

[8] 吴浩扬, 朱长纯, 常炳国, 等. 基于种群过早收敛程度定量分析的改进自适应遗传算法[J]. 西安交通大学学报, 1999, 33(11): 27-30.
(Wu H Y, Zhu C C, Chang B G, et al. Adaptive genetic algorithm to improve group premature convergence[J]. J of Xi'an Jiaotong University, 1999, 33(11): 27-30.)

下　期　要　目