

文章编号: 1001-0920(2008)10-1117-05

2-D 状态滞后系统的时滞相关 H 控制

彭丹, 关新平, 龙承念

(燕山大学 电气工程学院, 河北 秦皇岛, 066004)

摘要: 研究了具有状态滞后的二维(2-D)离散线性系统的时滞相关 H 控制问题. 首先提出了 2-D 状态滞后系统的时滞相关有界实引理; 基于此引理, 通过线性矩阵不等式(LMI)的可行性, 设计状态反馈控制器使得闭环系统具有 H 扰动衰减度; 进而求解一个线性凸优化问题可得最小化值. 所得的时滞相关结果可转化为时滞无关情形. 数值算例说明了所得结论的有效性和优越性.

关键词: 2-D 状态滞后系统; H 扰动衰减度; H 控制; 时滞相关; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273.1 **文献标识码:** A

Delay-dependent H control of 2-D state-delayed systems

PENG Dan, GUAN Xin-ping, LONG Cheng-nian

(Institute of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China. Correspondent: PENG Dan, E-mail: dpeng1219@yahoo.com.cn)

Abstract: This paper studies the delay-dependent H control problem of two-dimensional (2-D) discrete linear systems with state delays. Firstly, we propose the delay-dependent bounded real lemma of 2-D state-delayed systems. Based on the lemma, the design of state feedback controller is developed, such that the closed-loop system has H disturbance attenuation via the feasibility of linear matrix inequalities (LMIs). Furthermore, the minimum value of can be obtained by solving a linear convex optimization problem. The delay-dependent result can be extended to the delay-independent one. Numerical examples demonstrate the effectiveness and advantages of our results.

Key words: 2-D state-delayed systems; H disturbance attenuation; H control; Delay-dependent; LMI

1 引言

在过去的几十年里, 2-D 系统的稳定性分析问题已得到充分重视^[1,2]. 当控制实际系统时, 希望设计一个控制系统不仅稳定, 而且能够保证较好的性能水平(H 控制^[3]和保性能控制^[4]).

时滞在多种领域中大量存在, 而时滞通常是造成系统不稳定和破坏系统性能的根源. 实际中大量存在的 2-D 时滞系统^[5]激发了众多学者对其稳定性^[6,7], H 控制^[8]和保性能控制^[9]问题的研究. 现实中大多采用时滞无关方法, 但此方法通常比时滞相关方法具有更大的保守性, 特别在时滞较小时, 目前关于 2-D 时滞系统的时滞相关 H 控制结果还较为少见.

本文基于文献[10-12]提出的 1-D 时滞系统时滞相关稳定性分析方法, 研究了 2-D 状态滞后系统的时滞相关 H 控制问题. 首先, 得到了 2-D 状态滞

后系统的时滞相关有界实引理; 然后, 利用有界实引理, 设计了状态反馈控制器保证闭环系统具有 H 扰动衰减度; 进而, 由受限于 LMI 的凸优化问题最小化 H 性能值; 最后, 通过数值算例说明所得时滞相关方法的有效性和优越性.

2 时滞相关有界实引理

考虑一类具有不同方向状态滞后的 2-D 离散系统, 由 FM LSS 模型^[13]来描述

$$\begin{aligned} x(i+1, j+1) = & \\ & A_1 x(i+1, j) + A_2 x(i, j+1) + \\ & A_{1d} x(i+1, j-d_1) + B_1(i+1, j) + \\ & A_{2d} x(i-d_2, j+1) + B_2(i, j+1), \quad (1) \\ z(i, j) = & Cx(i, j) + D(i, j). \quad (2) \end{aligned}$$

其中: $x(i, j) \in R^n$ 是系统的状态向量; $(i, j) \in R^m$ 是噪声信号, 并假设为未知能量有界的; $z(i, j)$

收稿日期: 2007-08-16; 修回日期: 2007-10-22.

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目(60525303); 教育部科技重点研究项目(204014).

作者简介: 彭丹(1978—), 女, 吉林省吉林市人, 博士生, 从事 2-D 离散线性系统的研究; 关新平(1963—), 男, 黑龙江齐齐哈尔人, 教授, 博士生导师, 从事时滞系统、混沌系统等研究.

R^p 是控制输出; d_1 和 d_2 是正常数, 表示滞后项; A_k, A_{kd}, B_k, C, D 是具有相应维数的常数矩阵, $k = 1, 2$.

假设系统(1)和(2)具有如下边界条件:

$$\begin{cases} \{x(i, j) = 0, \forall i = 0, j = -d_1, -d_1 + 1, \dots, 0, \\ \{x(i, j) = 0, \forall j = 0, i = -d_2, -d_2 + 1, \dots, 0, \\ x_{00} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

定义 1^[8] 考虑具有零边界条件($x_{00} = 0$)的 2-D 状态滞后系统(1)和(2), 如果系统是渐近稳定的, 且 $\|z\|_2 < \epsilon$, 则称系统具有 H 扰动衰减度, 其中

$$\begin{aligned} z &= [z^T(i+1, j) \quad z^T(i, j+1)]^T, \\ &= [z^T(i+1, j) \quad z^T(i, j+1)]^T. \end{aligned}$$

下面的定理 1 给出了保证 2-D 状态滞后系统(1)和(2)具有时滞相关 H 扰动衰减度的充分条件.

定理 1 考虑具有零边界条件的 2-D 状态滞后系统(1)和(2). 对于任意滞后 d_k , 满足 $0 < d_k < \infty$ ($k = 1, 2$) 和 $d^* = \max\{d_1^*, d_2^*\}$, 2-D 系统(1)和(2)具有时滞相关 H 扰动衰减度的充分条件是, 存在矩阵 $P > 0, Q > 0, R_k > 0, S_k > 0, Y_{kl}, W_{kl}, M_{kl}$ ($k, l = 1, 2$), $X_{l_1, l_2} > 0, X_{l_1, l_2}$ ($l_1 = 1, 4, 6, l_2 = 1, 3$) 和 X_{l_3, l_4} ($l_3 = 2, 3, 5; l_4 = 1, 2, 3, 4$), 使得

$$\begin{bmatrix} 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 12^T & -I + d^* X_b & 23 & L_{1d}^T & 25 \\ 13^T & 23^T & -P & 0 & 0 \\ 14^T & L_{1d} & 0 & -I & 0 \\ 15^T & 25^T & 0 & 0 & -d^* S \end{bmatrix} < 0, \quad (4)$$

$$= \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & X_3 & Y \\ X_2^T & X_4 & X_5 & W \\ X_3^T & X_5^T & X_6 & M \\ Y^T & W^T & M^T & S \end{bmatrix} > 0. \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} 11 &= \begin{bmatrix} \bar{Y}_1 & Y_{12} + Y_{21}^T \\ Y_{21} + Y_{12}^T & \bar{Y}_2 \\ -Y_{11}^T + W_{12} & -Y_{21}^T + W_{12} \\ -Y_{12}^T + W_{21} & -Y_{22}^T + W_{21} \\ -Y_{11} + W_{11}^T & -Y_{12} + W_{21}^T \\ -Y_{21} + W_{12}^T & -Y_{22} + W_{22}^T \\ \bar{W}_1 & -W_{12} - W_{21}^T \\ -W_{21} - W_{12}^T & \bar{W}_2 \end{bmatrix} + d^* \begin{bmatrix} X_1 & X_2 \\ X_2^T & X_4 \end{bmatrix}, \\ \bar{Y}_1 &= Y_{11} + Y_{11}^T - Q + R_1, \\ \bar{Y}_2 &= Y_{22} + Y_{22}^T - P + Q + R_2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{W}_1 &= -W_{11} - W_{11}^T - R_1, \quad \bar{W}_2 = -W_{22} - W_{22}^T - R_2, \\ 12 &= \begin{bmatrix} M_{11}^T & M_{21}^T \\ M_{12}^T & M_{22}^T \\ -M_{11}^T & -M_{21}^T \\ -M_{12}^T & -M_{22}^T \end{bmatrix} + d^* \begin{bmatrix} X_3 \\ X_5 \end{bmatrix}, \quad 13 = \begin{bmatrix} A_1^T P \\ A_2^T P \\ A_{1d}^T P \\ A_{2d}^T P \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$14 = \begin{bmatrix} L_d^T \\ 0_{2n \times 2p} \end{bmatrix}, \quad 15 = \begin{bmatrix} \bar{S}_1 & d^* A_1^T S_2 \\ d^* A_2^T S_1 & \bar{S}_2 \\ d^* A_{1d}^T S_1 & d^* A_{1d}^T S_2 \\ d^* A_{2d}^T S_1 & d^* A_{2d}^T S_2 \end{bmatrix},$$

$$23 = \begin{bmatrix} B_1^T P \\ B_2^T P \end{bmatrix}, \quad 25 = \begin{bmatrix} d^* B_1^T S_1 & d^* B_1^T S_2 \\ d^* B_2^T S_1 & d^* B_2^T S_2 \end{bmatrix},$$

$$\bar{S}_1 = d^* (A_1 - I)^T S_1, \quad \bar{S}_2 = d^* (A_2 - I)^T S_2,$$

$$X_{l_1} = \begin{bmatrix} X_{l_1,1} & X_{l_1,2} \\ X_{l_1,2}^T & X_{l_1,3} \end{bmatrix}, \quad X_{l_3} = \begin{bmatrix} X_{l_3,1} & X_{l_3,2} \\ X_{l_3,3} & X_{l_3,4} \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & S_2 \end{bmatrix},$$

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}.$$

证明 首先证明系统(1)渐近稳定. 由于式(4)和(5)暗含

$$1 = \begin{bmatrix} 11 & 13 & 15 \\ 13^T & -P & 0 \\ 15^T & 0 & -d^* S \end{bmatrix} < 0, \quad (6)$$

$$1 = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & Y \\ X_2^T & X_4 & W \\ Y^T & W^T & S \end{bmatrix} > 0, \quad (7)$$

故只需证明式(6)和(7)保证系统(1)渐近稳定. 为此, 记

$$x_{i,j} = x(i, j), \quad (8)$$

$$\begin{aligned} V_{11}(i, j) &= x_{i,j}^T P x_{i,j} + \sum_{l=-d_1}^{-1} x_{i,l+1}^T R_1 x_{i,l+1} + \\ &+ \sum_{l=-d_2}^{-1} x_{l+1,i}^T R_2 x_{l+1,i} + \sum_{l=-d_1+1}^{-1} y_{l,i+1}^T S_1 y_{l,i+1} + \\ &+ \sum_{l=-d_2+1}^{-1} y_{l+1,i}^T S_2 y_{l+1,i}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{d1}(i, j) &= x_{i,0}^T Q x_{i,0} + \sum_{l=-d_1}^{-1} x_{i,l}^T R_1 x_{i,l} + \\ &+ \sum_{l=-d_1+1}^{-1} y_{l,i}^T S_1 y_{l,i}, \end{aligned}$$

$$V_{d2}(i, j) = x_{0,i}^T \bar{Q} x_{0,i} + \sum_{l=-d_2}^{-1} x_{l,1}^T R_2 x_{l,1} +$$

$$\bar{y}_{l,1} = \bar{y}_{l,1}^T S_2 \bar{y}_{l,1}$$

其中: $\bar{y}_{1,l} = x_{1,l+1} - x_{1,l}$, $\bar{y}_{l,1} = x_{l+1,1} - x_{l,1}$, $\bar{Q} = P - Q$, 且 $P > 0, Q > 0, R_k > 0$ 和 $S_k > 0 (k = 1, 2)$ 是待定的. 由于

$$x_{1,-d_1} = x_{1,0} - \bar{y}_{1,1}, \quad x_{-d_2,1} = x_{0,1} - \bar{y}_{l,1}$$

则有

$$= 2(x^T Y + x_d^T W) (x - x_d - x) = 0, \quad (9)$$

对于任意矩阵 Y 和 W 成立, 其中

$$x = [x_{1,0}^T \quad x_{0,1}^T]^T, \quad x_d = [x_{1,-d_1}^T \quad x_{-d_2,1}^T]^T, \\ x = [\bar{y}_{1,1}^T \quad \bar{y}_{l,1}^T]^T, \quad d = \min\{d_1, d_2\}.$$

另一方面, 对任意矩阵 $X = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 \\ X_2^T & X_4 \end{bmatrix} \geq 0$, 等式

$$= d^T X - X^T X = 0 \quad (10)$$

恒成立, 其中 $= [x^T \quad x_d^T]^T$.

现在对系统(1) 定义 $V(i, j)$, 并通过计算得到

$$V(i, j) = V_{11}(i, j) - V_{d1}(i, j) - V_{d2}(i, j) = \\ V_{11}(i, j) - V_{d1}(i, j) - V_{d2}(i, j) + \dots + \\ \dots + \dots \quad (11)$$

其中

$$= [x^T \quad x_d^T \quad x^T]^T, \quad = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix},$$

$$1 = A^T P A + Y + Y^T - \bar{Q} + R +$$

$$dX_1 + \sum_{k=1}^2 d_k \bar{A}_k^T S_k \bar{A}_k,$$

$$2 = A^T P A_d - Y + W^T +$$

$$dX_2 + \sum_{k=1}^2 d_k \bar{A}_k^T S_k A_d,$$

$$3 = A_d^T P A_d - W - W^T - R$$

$$dX_4 + \sum_{k=1}^2 d_k A_d^T S_k A_d,$$

$$A = [A_1 \quad A_2], \quad A_d = [A_{1d} \quad A_{2d}],$$

$$\bar{A}_1 = [\bar{A}_1 - I \quad \bar{A}_2], \quad \bar{A}_2 = [\bar{A}_1 \quad \bar{A}_2 - I],$$

$$\bar{Q} = \text{diag}\{Q, \bar{Q}\}, \quad R = \text{diag}\{R_1, R_2\}.$$

由于 LMI(7) 保证了 $1 \geq 0$, 再应用 Schur 补性质, 式(6) 表明 < 0 . 从而 LMI(4) 和(5) 对任意 $0, \text{使 } V(i, j) < 0$, 即系统(1) 渐近稳定.

现在证明零初始条件下, 对于任意非零 $(i, j) \in \{0, \dots, \dots\}$, 有 $z_2 < 2$. 为此, 引入

$$J = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} (z^T z - 2^T),$$

类似于式(9) 和(10), 分别有

$$1 = 2(x^T Y + x_d^T W + M^T) (x -$$

$$x_d - x) = 0, \quad (12)$$

$$1 = d^T \bar{X}_1 - \bar{X}_1^T \bar{X}_1 = 0 \quad (13)$$

同时成立, 其中: $1 = [x, x_d,]^T, Y, W$ 和 M 为任意自由加权矩阵, 且

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & X_3 \\ X_2^T & X_4 & X_5 \\ X_3^T & X_5^T & X_6 \end{bmatrix} \geq 0.$$

根据式(11), 对系统(1) 和(2) 重新计算 $V(i, j)$ 为

$$V(i, j) = V_{11}(i, j) - V_{d1}(i, j) - V_{d2}(i, j) + \dots + \dots$$

进而, 由系统稳定和零初始条件有

$$J = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} [z^T z - 2^T + V(i, j)] \\ = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} [1^T \bar{X}_1 - \bar{X}_1^T \bar{X}_1 + \dots]. \quad (14)$$

其中

$$1 = [x, x_d, \dots, x]^T,$$

$$= \begin{bmatrix} 1 + C_d^T C_d & 2 & 4 \\ 2^T & 3 & 5 \\ 4^T & 5^T & 6 \end{bmatrix},$$

$$4 = A^T P B + C_d^T D_d + M^T +$$

$$dX_3 + \sum_{k=1}^2 d_k \bar{A}_k^T S_k B,$$

$$5 = A_d^T P B - M^T + dX_5 + \sum_{k=1}^2 d_k A_d^T S_k B,$$

$$6 = B^T P B + D_d^T D_d - 2^T I +$$

$$dX_6 + \sum_{k=1}^2 d_k B^T S_k B.$$

因 0 , 再根据 Schur 补性质, 不等式(4) 隐含 < 0 , 故 LMI(4) 和(5) 使得 $z_2 < 2$.

综合上述两点, LMI(4) 和(5) 保证系统(1) 和(2) 具有 H 扰动衰减度.

注 1 式(8) 中引入 2 个新的变量 $\bar{y}_{1,l}$ 和 $\bar{y}_{l,1}$, 使得式(9) 和(12) 成立, 其中用自由加权矩阵表示 x, x_d 和 x 之间的关系, 从而可得 2-D 系统(1) 和(2) 的时滞相关有界实引理, 即定理 1.

注 2 对于充分小的正常数, 选取矩阵

$$X = \frac{I_{(4n+2m) \times (4n+2m)}}{d^*}, S = \frac{I_{2n \times 2n}}{d^*},$$

$$Y = W = 0_{2n \times 2n}, M = 0_{2m \times 2n},$$

则 LMI(4) 和 (5) 成为时滞无关有界实引理(文献 [8] 中的定理 5). 这表明定理 1 同时给出了 2-D 状态滞后系统的时滞无关和时滞相关有界实引理.

3 时滞相关 H 控制

这部分利用定理 1 实现了 2-D 状态滞后系统的状态反馈 H 控制,使其具有 H 扰动衰减度.

考虑一类 2-D 状态滞后系统

$$\begin{aligned} x(i+1, j+1) = & A_{11}x(i+1, j) + A_{21}x(i, j+1) + \\ & A_{1d}x(i+1, j-d_1) + B_{11}u(i+1, j) + \\ & A_{2d}x(i-d_2, j+1) + B_{12}u(i, j+1) + \\ & B_{21}(i+1, j) + B_{22}(i, j+1), \end{aligned} \quad (15)$$

$$z(i, j) = D_1x(i, j) + D_2u(i, j) + D_3(i, j). \quad (16)$$

其中: $u(i, j) \in R^p$ 是控制输入; $B_{1k}, D_k (k=1, 2)$ 和 D_3 是具有相应维数的常数矩阵; 边界条件满足式 (3).

引入一个 2-D 的状态反馈控制器

$$u(i, j) = Kx(i, j), \quad (17)$$

那么闭环系统可表示为

$$\begin{aligned} x(i+1, j+1) = & (A_1 + B_{11}K)x(i+1, j) + \\ & (A_2 + B_{12}K)x(i, j+1) + \\ & A_{1d}x(i+1, j-d_1) + B_{21}(i+1, j) + \\ & A_{2d}x(i-d_2, j+1) + B_{22}(i, j+1), \end{aligned} \quad (18)$$

$$z(i, j) = (D_1 + D_2K)x(i, j) + D_3(i, j). \quad (19)$$

定理 2 给定常数 t, t_1 和 t_2 . 考虑具有边界条件 (3) 的 2-D 状态滞后系统 (15) 和 (16), 对任意滞后 d_k 满足 $0 < d_k < d_k^* (k=1, 2)$ 和 $d^* = \max\{d_1^*, d_2^*\}$, 设计状态反馈控制器 (17), 其实现系统 H 控制的充分条件是, 存在矩阵 $\tilde{P} > 0, \tilde{Q} > 0, \tilde{R}_k > 0, \tilde{Y}_{kl}, \tilde{W}_{kl}, \tilde{M}_{kl} (k, l=1, 2), \bar{X}_{l_1, l_2} > 0, \bar{X}_{l_1, l_2} (l_1=1, 4, 6, l_2=1, 3)$ 和 $\bar{X}_{l_3, l_4} (l_3=2, 3, 5, l_4=1, 2, 3, 4)$, 使得

$$\begin{bmatrix} \tilde{1} & \tilde{2} \\ \tilde{2}^T & \tilde{3} \end{bmatrix} < 0, \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_1 & \bar{X}_2 & \bar{X}_3 & \tilde{Y} \\ \bar{X}_2^T & \bar{X}_4 & \bar{X}_5 & \tilde{W} \\ \bar{X}_3^T & \bar{X}_5^T & \bar{X}_6 & \tilde{M} \\ \tilde{Y}^T & \tilde{W}^T & \tilde{M}^T & \tilde{S} \end{bmatrix} < 0. \quad (21)$$

其中

$$\tilde{1} = \begin{bmatrix} \tilde{1}_1 & \tilde{1}_2 \\ \tilde{1}_2^T & \tilde{1}_3 \end{bmatrix}, \tilde{2} = \begin{bmatrix} -^2 I & 0 \\ 0 & -^2 I \end{bmatrix} + d^* X_6,$$

$$2 = \begin{bmatrix} tP_1 & \bar{P} & 0 & d^* t_1 (P - I) & d^* t_2 \tilde{P}A_1^T \\ tP_2 & 0 & \bar{P} & d^* t_1 \tilde{P}A_2^T & d^* t_2 (P_2 - I) \\ \tilde{t}PA_{1d}^T & 0 & 0 & d^* t_1 \tilde{P}A_{1d}^T & d^* t_2 \tilde{P}A_{1d}^T \\ \tilde{t}PA_{2d}^T & 0 & 0 & d^* t_1 \tilde{P}A_{2d}^T & d^* t_2 \tilde{P}A_{2d}^T \\ tB_{21}^T & D_3^T & 0 & d^* t_1 B_{21}^T & d^* t_2 B_{21}^T \\ tB_{22}^T & 0 & D_3^T & d^* t_1 B_{22}^T & d^* t_2 B_{22}^T \end{bmatrix},$$

$$P_k = \tilde{P}A_k^T + V^T B_{1k}^T (k=1, 2), \bar{P} = \tilde{P}D_1^T + V^T D_2^T, \tilde{3} = \text{diag}\{-t\tilde{P}, -I, -I, -d^* t_1 \tilde{P}, -d^* t_2 \tilde{P}\}, \tilde{S} = \text{diag}\{t_1, \tilde{P}, t_2 \tilde{P}\}.$$

且 $\tilde{1}_{1k} (k=1, 2), \bar{X}_l (l=1, 2, \dots, 6), \tilde{Y}, \tilde{W}$ 和 \tilde{M} 分别与定理 1 中 $\tilde{1}_{1k} (k=1, 2), X_l (l=1, 2, \dots, 6), Y, W$ 和 M 的表达式相对应. 进而可得

$$u(i, j) = Kx(i, j) = V\tilde{P}x(i, j). \quad (22)$$

证明 将定理 1 应用于闭环系统 (18) 和 (19), 再用 Schur 补性质和同等变换即可证得.

注 3 类似于注 2, 对充分小的正常数, 选取

$$t = 1, t_1 = t_2 = \epsilon, \tilde{Y} = \tilde{W} = 0_{2n \times 2n},$$

$$\tilde{M} = 0_{2m \times 2n}, \bar{X} = \frac{I_{(4n+2m) \times (4n+2m)}}{d^*},$$

则 LMI(20) 和 (21) 等价于文献 [8] 定理 7 中给出的解决时滞无关 H 控制问题的充分条件.

下述凸优化问题可最小化系统的 H 性能指标上界. 给定滞后项 d_1 和 d_2 , 求解问题如下:

$$\begin{aligned} \min & \gamma, \\ \text{s. t. } & \tilde{P} > 0, \tilde{Q} > 0, \tilde{R}_k > 0, \\ & \bar{X}_{l_1, l_2} > 0, \text{ 式 (20) 和 (21)}, \end{aligned}$$

其中 $\gamma = \sqrt{\gamma}$. 如果问题 1 存在解, 则相应的控制器可由式 (22) 求得. 此外, 选取与注 3 相同的常数和自由加权矩阵, 问题 1 等价于文献 [8] 中的注 8.

4 数值算例

首先, 利用与文献 [8] 相同的例子说明所提出的时滞相关 H 控制方法有效, 且比已有的时滞无关方法具有更小的保守性.

考虑文献 [8] 中的例 9, 对系统 (15) 和 (16), 有

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.8 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0.3 & 0.6 \end{bmatrix},$$

$$A_{1d} = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ 0.2 & 0 \end{bmatrix}, A_{2d} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$B_{11} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 1 \end{bmatrix}, B_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3 \end{bmatrix},$$

$$B_{21} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.3 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix},$$

$$D_1 = [0.7 \ 0.1], D_2 = 0.4, D_3 = 0.7. \quad (23)$$

给定 $d_1 = 1, d_2 = 2$, 当 $t_1 = 0.01, t_2 = 0.101, t_3 = 0.11$ 时, 求解问题 1 得到 $\gamma_{\text{opt}} = 0.70001459$, 控制器

为

$$u(i, j) = V\tilde{P}^{-1}x(i, j) = [-1.75 \quad -0.25]x(i, j). \quad (24)$$

图 1 表示将控制器 (24) 代入系统 (23) 所得闭环系统的频率响应. 图 1 中 H 扰动衰减度的最大值为 0.70000398, 小于 0.70001459. 而由文献 [8] 的无关结果, 可得到 $\text{opt} = 2.0868 > 0.70001459$. 通过比较说明, 本文的时滞相关方法比文献 [8] 的无关结果保证了系统更小的 H 性能. 因此, 本文时滞相关方法降低了保守性.

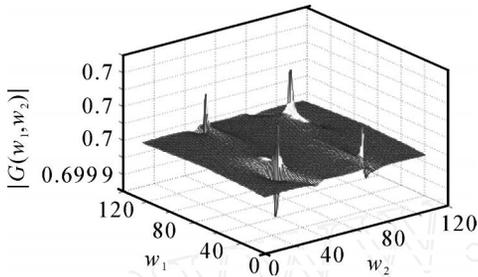


图 1 由式 (24) 和 (23) 组成闭环系统的最优频率响应

进一步验证, 当已有的时滞无关方法无效时, 本文的时滞相关方法仍可行. 考虑系统 (15) 和 (16), 其中

$$A_{1d} = \begin{bmatrix} -0.2450 & 0.0307 \\ -0.1444 & 0.0008 \end{bmatrix},$$

$$A_{2d} = \begin{bmatrix} 0.2860 & 0.1800 \\ -0.1435 & -0.4601 \end{bmatrix},$$

其他系统矩阵由式 (23) 给出. 注意到, 对于这个特例, 应用文献 [8] 提出的无关结果 (注 8) 找不到可行解. 然而, 求解问题 1 可得 $\text{opt} = 0.7002725$ 和控制律 $K = [-1.5817 \quad -0.1902]$. 显然, 本文提出的时滞相关方法比无关方法具有更广泛的应用空间.

5 结 论

本文研究了具有状态滞后 2-D 离散系统的时滞相关 H 控制问题. 给出了时滞相关有界实引理, 选取特定的自由加权矩阵, 其等价于已有的时滞无关有界实引理. 基于时滞相关有界实引理, 设计了状态反馈控制器, 使闭环系统具有 H 扰动衰减度, 并将控制器的存在问题转化为 LMI 的可行性问题; 然后, 由凸优化问题最小化 H 性能值. 数值算例说明了所得时滞相关结果的有效性, 且与已有的时滞无关结果相比, 保证了系统更小的 H 性能. 当时滞无关结果无效时, 时滞相关结果仍可行.

参考文献 (References)

- [1] Wang Z, Liu X. Robust stability of 2-dimensional uncertain discrete systems[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2003, 10(3): 133-136.
- [2] Du C, Xie L. Stability analysis and stabilization of uncertain 2-dimensional discrete systems: An LMI approach[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems, 1999, 46(11): 1371-1374.
- [3] Xu H, Zou Y, Xu S, Lam J. Bounded real lemma and robust H control of 2-D singular roesser models[J]. Systems and Control Letters, 2005, 54(4): 339-346.
- [4] Guan X, Long C, Duan G. Robust optimal guaranteed cost control for 2-D discrete systems[J]. IEE Proc on Control Theory and Applications, 2001, 148(5): 355-361.
- [5] Niculescu S. Delay effects on stability: A robust control approach[R]. New York: Lecture notes in control and information sciences, 2001.
- [6] Paszke W, Lam J, Galkowski K, et al. Robust stability and stabilisation of 2-D discrete state-delayed systems [J]. Systems and Control Letters, 2004, 51: 278-291.
- [7] Chen S F, Fong I K. Delay-dependent stability condition for uncertain linear 2-D state-delayed systems[C]. Proc the 45th IEEE Conf on Decision and Control. San Diego, 2006: 2783-2788.
- [8] Paszke W, Lam J, Galkowski K. H control of 2-D linear state-delayed systems[C]. 4th IFAC Workshop on Time Delay Systems. Rocquencourt, 2003: 8-10.
- [9] Peng D, Guan X, Long C. Robust output feedback guaranteed cost control for 2-D uncertain state-delayed systems[J]. Asian J of Control, 2007, 9(4): 470-474.
- [10] Wu M, He Y, She T, et al. Delay-dependent criteria for robust stability of time-varying delay systems[J]. Automatica, 2004, 40(8): 1435-1439.
- [11] Xu S, Lam J. Improved delay-dependent stability criteria for time-delay systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(3): 384-387.
- [12] Jiang X, Han Q. Delay-dependent robust stability for uncertain linear systems with internal time-varying delay[J]. Automatica, 2006, 42(6): 1059-1065.
- [13] Fornasini E, Marchesini G. Doubly indexed dynamical systems: State-space models and structural properties [J]. Theory of Computing Systems, 1978, 12: 59-72.