

文章编号: 1001-0920(2008)11-1281-05

## 一类时滞复杂动态网络的鲁棒自适应同步问题

米 阳<sup>1</sup>, 李秀英<sup>1</sup>, 李文林<sup>2</sup>, 井元伟<sup>3</sup>

(1. 上海电力学院 数理系, 上海 200090; 2. 河南师范大学 数学系,  
河南 新乡 453002; 3. 东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110004)

**摘 要:** 针对一类耦合时滞复杂网络, 基于变结构控制研究其同步问题. 首先, 利用系统的左特征向量函数设计切换面, 使网络的运动轨线在期望的同步轨道保持稳定; 然后, 针对网络中的非线性项已知和未知时, 分别设计相应的滑模控制器, 使从任意时刻出发的动态网络轨线都能在有限时间内同步到达期望的轨道; 最后, 利用所设计的控制器对两个算例进行仿真, 仿真结果说明了所设计控制器的有效性.

**关键词:** 复杂动态网络; 同步; 变结构控制

**中图分类号:** TP271      **文献标识码:** A

## Robust adaptive synchronization problem study for a class of time-delay complex dynamical network

MI Yang<sup>1</sup>, LI Xiu-ying<sup>1</sup>, LI Wen-lin<sup>2</sup>, JING Yuan-wei<sup>3</sup>

(1. Department of Mathematics and Physics, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China; 2. Department of Mathematics, He 'nan Normal University, Xinxiang 453002, China; 3. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: MI Yang, E-mail: miyangmi@163.com)

**Abstract:** According to a class of coupling delays complex networks, the synchronization problems are studied based on variable structure control. The switching surface is designed by using the left eigenvector function of the system, which can assure the state of the network keep stable at the desired synchronization orbit. The sliding mode controllers are designed for the network with known and unknown nonlinear term, which can assure the network state from arbitrary time hitting the desired switching manifold in finite time. Finally, two examples are simulated by using the designed variable structure controller, the results demonstrate the effectiveness of the proposed controllers.

**Key words:** Complex dynamical network; Synchronization; Variable structure control (VSC)

### 1 引 言

在自然界中,许多实际的系统如生物系统、技术系统、社会系统等都可用各种网络模型描述,因此复杂网络成为近年来一个新的研究方向.早期网络主要研究一些简单的规则网络,随着计算机技术的飞速发展,人们对复杂网络的认识发生了巨大变化.特别是 Watts 和 Strogatz<sup>[1,2]</sup> 提出的小世界网络模型以及 Barabasi 和 Albert<sup>[3]</sup> 提出了无尺度网络模型,标志着复杂网络的研究进入网络科学的新时代.

在复杂动态网络的研究中,节点的同步是非常重要的和有意义的现象,因此关于耦合网络的同步问

题受到广泛关注.文献[4,5]提出一个简单的一致联结复杂动力网络模型,并研究了网络的简单动态同步问题;[6]研究了一类一般复杂网络系统的混沌同步问题;[7]针对一类时滞动态复杂网络设计了反馈控制器,使网络状态实现同步.目前,对于耦合时滞复杂网络同步问题的研究已获得了大批研究成果<sup>[8,9]</sup>.

变结构方法具有快速性和鲁棒性,能有效处理动态系统中存在的时滞问题<sup>[10-12]</sup>.基于以上研究成果,本文采用变结构控制方法研究了一类时滞耦合复杂网络的同步问题.利用系统的左特征向量函数

收稿日期: 2008-01-17; 修回日期: 2008-04-09.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60643003); 上海市教委科研创新项目(08LZ144); 上海市教委科研基金项目(6LZ013); 上海市科委基金项目(071605123).

作者简介: 米阳(1976—),女,河南南阳人,副教授,博士,从事模糊控制、变结构控制等研究;井元伟(1956—),男,辽宁西丰人,教授,博士生导师,从事智能控制、复杂网络控制等研究.

构造稳定的切换面,针对系统不确定项的界已知和未知时分别设计控制器,保证了网络状态实现同步.

### 2 网络系统描述

考虑一个由  $N$  个等同节点线性耦合的时滞复杂动态网络,模型状态方程如下:

$$\dot{x}_i = Ax_i + f(x_i, t) + \sum_{j=1}^N A_{ij} x_j(t - \tau_{ij}(t)) + B_i u_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

其中:  $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})^T$   $R^n$  是节点  $i$  的状态向量;  $f(x_i, t): R^n \times R \rightarrow R^n$  是光滑的非线性向量函数;  $A_{ij} x_j(t - \tau_{ij}(t))$  是时滞不确定互联项,这里  $\tau_{ij}(t)$  可微且满足  $0 \leq \dot{\tau}_{ij}(t) \leq \tau_{ij} < \infty, \tau_{ij} > 0$ ;  $A$   $R^{n \times n}$ ,  $B_i \in R^{n \times m}$  是具有适当维数的常数矩阵,  $u_i \in R^m$  是控制输入.

当  $t \rightarrow \infty$  时,有  $x_1 = x_2 = \dots = x_N = s(t)$ ,称系统(1)达到渐近同步.其中:耦合控制项满足  $\sum_{j=1}^N A_{ij} x_j(t - \tau_{ij}(t)) + B_i u_i = 0$ ;  $s(t)$  是网络的一个孤立节点的解,满足如下方程:

$$\dot{s} = As + f(s, t). \quad (2)$$

控制的目标是设计控制器  $u_i \in R^m$ ,使其满足如下方程:

$$\lim_{x \rightarrow s} \|x_i(t) - s(t)\| = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (3)$$

从而实现系统(1)与(2)渐近同步.

为了研究状态轨线的同步问题,令  $e_i = x_i(t) - s$ ,式(1)减(2)得

$$\dot{e}_i = Ae_i + \tilde{f}(x_i, s) + \sum_{j=1}^N A_{ij} x_j(t - \tau_{ij}(t)) + B_i u_i, \quad (4)$$

其中  $\tilde{f}(x_i, s) = f(x_i, t) - f(x, t)$ .

假设 1 矩阵对  $(A, B_i)$  是可控的.

假设 2 每个输入矩阵  $B_i$  是满秩矩阵.

假设 3 非线性函数  $f$  满足如下条件:

$$\|f(x_i, t) - f(x_j, t)\| \leq \mu_i \|x_i(t) - x_j(t)\|, \quad (5)$$

其中  $\mu_i > 0$  是常数,  $i, j = 1, 2, \dots, N$ .

假设 4 互联项矩阵满足如下匹配条件:

$$A_{ij} = B_i H_{ij}. \quad (6)$$

假设 5 系统(4)时滞项满足

$$\tau_j(t) \leq \tau_{j \max}, \quad (7)$$

其中  $\tau_{j \max} = \max_{t \geq 0} \tau_j(t)$ .

式(4)可表示为

$$\dot{e}_i = Ae_i + \tilde{f}(x_i, s) + \sum_{j=1}^N B_i H_{ij} x_j(t - \tau_{ij}(t)) + B_i u_i. \quad (8)$$

### 3 设计切换面

针对系统(8)设计如下滑模向量:

$$\sigma(e) = [\sigma_1^T(e_1), \sigma_2^T(e_2), \dots, \sigma_N^T(e_N)]. \quad (9)$$

其中

$$\sigma_i(e_i) = C_i e_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

是局部滑模面;  $C_i$  是  $m \times n$  常数矩阵;  $e = [e_1^T, e_2^T, \dots, e_N^T] \in R^N$ .

给出如下引理:

引理 1<sup>[12]</sup> 假设  $X$  和  $Y$  具有适当维数的向量或矩阵,通过选择常数  $\beta > 0$ ,有

$$2X^T Y \leq \beta X^T X + \beta^{-1} Y^T Y. \quad (11)$$

引理 2<sup>[12]</sup> 假设矩阵  $D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}$  是可逆

矩阵,且  $\|D_{22}\| \neq 0$ ,那么

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} D_{11,2}^{-1} & -D_{11,2}^{-1} A_{12} A_{22}^{-1} \\ -D_{22}^{-1} D_{21} D_{11,2}^{-1} & D_{22}^{-1} + D_{22}^{-1} D_{21} D_{11,2}^{-1} D_{12} D_{22}^{-1} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

其中  $D_{11,2} = D_{11} - D_{12} D_{22}^{-1} D_{21}$  是可逆的.

孤立误差子系统满足

$$\dot{e}_i = Ae_i + B_i u_i. \quad (13)$$

因为  $(A, B_i)$  是可控的,所以存在矩阵  $K_i \in R^{m \times n}$  使矩阵  $\tilde{A}_i = A + B_i K_i$  是稳定矩阵,且矩阵  $B_i$

是满秩矩阵,不妨令矩阵  $B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{B}_i \end{bmatrix}$ ,  $\tilde{B}_i \in R^{m \times m}$  是可逆矩阵.将控制器  $u_i = K_i e_i + v_i$  代入式(13),系统

方程可变化为

$$\dot{e}_{i1} = \tilde{A}_{i11} e_{i1} + \tilde{A}_{i12} e_{i2}, \quad (14)$$

$$\dot{e}_{i2} = \tilde{A}_{i21} e_{i1} + \tilde{A}_{i22} e_{i2} + \tilde{B}_i v_i. \quad (15)$$

由于  $\tilde{A}_i$  是稳定矩阵,不妨假设  $\lambda_{i1}, \lambda_{i2}, \dots, \lambda_{im}, \mu_{i1}, \mu_{i2}, \dots, \mu_{i(m-m)}$  是  $\tilde{A}_i$  的  $n$  个稳定特征根,令

$$\Lambda_{i1} = \begin{bmatrix} \mu_{i1} & & & \\ & \mu_{i2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mu_{i(m-m)} \end{bmatrix}, \quad \Lambda_{i2} = \begin{bmatrix} \lambda_{i1} & & & \\ & \lambda_{i2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_{im} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

因为利用极点配置可得可逆的特征向量矩阵

$\begin{bmatrix} G_{i1} & G_{i2} \\ V_{i1} & V_{i2} \end{bmatrix}$ ,所以下面等式成立<sup>[18]</sup>:

$$\begin{bmatrix} G_{i1} & G_{i2} \\ V_{i1} & V_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{A}_{i11} & \tilde{A}_{i12} \\ \tilde{A}_{i21} & \tilde{A}_{i22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_{i1} & 0 \\ 0 & \Lambda_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{i1} & G_{i2} \\ V_{i1} & V_{i2} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_{i11} & \tilde{A}_{i12} \\ \tilde{A}_{i21} & \tilde{A}_{i22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{i1} & G_{i2} \\ V_{i1} & V_{i2} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} G_{i1} & G_{i2} \\ V_{i1} & V_{i2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Lambda_{i1} & 0 \\ 0 & \Lambda_{i2} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} G_{i1} & G_{i2} \\ V_{i1} & V_{i2} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \xi_{i1} & \xi_{i2} \\ \eta_{i1} & \eta_{i2} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_{i11} & \tilde{A}_{i12} \\ \tilde{A}_{i21} & \tilde{A}_{i22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_{i1} & \xi_{i2} \\ \eta_{i1} & \eta_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_{i1} & \xi_{i2} \\ \eta_{i1} & \eta_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda_{i1} & 0 \\ 0 & \Lambda_{i2} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

因此

$$\tilde{A}_{i11} \xi_{i1} + \tilde{A}_{i12} \eta_{i1} = \xi_{i1} \Lambda_{i1}. \quad (21)$$

由以上推导可得，矩阵  $\begin{bmatrix} \xi_{i1} & \xi_{i2} \\ \eta_{i1} & \eta_{i2} \end{bmatrix}$  是

$\begin{bmatrix} \tilde{A}_{i11} & \tilde{A}_{i12} \\ \tilde{A}_{i21} & \tilde{A}_{i22} \end{bmatrix}$  的右特征向量矩阵。

设计如下切换函数：

$$C_i = [V_{i1} \quad V_{i2}]. \quad (22)$$

当系统运动轨线到达滑模面时， $\sigma_i = C_i e_i = V_{i1} e_{i1} + V_{i2} e_{i2} = 0$ ，可得

$$e_{i2} = -V_{i2}^{-1} V_{i1} e_{i1}. \quad (23)$$

将式(23)代入(14)，得如下滑模方程：

$$\dot{e}_{i1} = (\tilde{A}_{i11} - \tilde{A}_{i12} V_{i2}^{-1} V_{i1}) e_{i1}. \quad (24)$$

因为矩阵  $V_{i2} \in R^{m \times m}$  和矩阵  $(G_{i1} - G_{i2} V_{i2}^{-1} V_{i1})$  是可逆的，且由引理 2 可得

$$\eta_{i1} = -V_{i2}^{-1} V_{i1} \xi_{i1}. \quad (25)$$

将其带入式(21)得

$$(\tilde{A}_{i11} - \tilde{A}_{i12} V_{i2}^{-1} V_{i1}) \xi_{i1} = \xi_{i1} \Lambda_{i1}. \quad (26)$$

由以上推导可知，滑模方程(13)包含的  $n - m$  个期望特征根是稳定的，所以滑模方程(14)是稳定的。

又由于  $C_i$  是矩阵  $\tilde{A}_i$  的具有  $m$  个稳定特征根的左特征向量，那么

$$C_i \tilde{A}_i = \Lambda_{i2} C_i. \quad (27)$$

针对复杂网络系统(4)，已知耦合项满足假设 4，即满足匹配条件。若非线性项也满足匹配条件，即  $\tilde{f}(x_i, s) = B_i \bar{f}(x_i, s)$ ，则系统(4)可转换为系统(24)，即包含期望的特征根，那么系统(4)显然稳定。当系统(4)中的非线性项不满足匹配条件时，系统(4)可表示为

$$\dot{e}_{i1} = \tilde{A}_{i11} e_{i1} + \tilde{A}_{i12} e_{i2} + \tilde{f}_{i1}(x_i, s), \quad (28)$$

$$\dot{e}_{i2} = \tilde{A}_{i21} e_{i1} + \tilde{A}_{i22} e_{i2} + \tilde{f}_{i2}(x_i, s) +$$

$$\sum_{j=1}^N \tilde{B}_i \tilde{H}_{ij} x_j(t - \tau_{ij}(t)) + \tilde{B}_i v_i. \quad (29)$$

当  $\sigma_i = 0$  时， $e_{i2} = -V_{i2}^{-1} V_{i1} e_{i1}$ ，因此滑模方程(28)可

表示为

$$\dot{e}_{i1} = \bar{A}_i e_{i1} + \tilde{f}_{i1}(x_i, s), \quad (30)$$

其中  $\bar{A}_i = \tilde{A}_{i11} - \tilde{A}_{i12} V_{i2}^{-1} V_{i1}$ 。显然矩阵  $\bar{A}_i$  是稳定的。那么具有非匹配不确定项的复杂网络的同步条件可归纳为如下定理。

**定理 1** 若非线性项  $\tilde{f}(x_i, s)$  不满足匹配条件，则系统(30)在分散滑模控制作用下实现渐近同步当且仅当

$$k_1 \mu_i < -\beta_i (\lambda_i + \beta_i). \quad (31)$$

其中  $k_1 > 0$  是常数， $\lambda_i = \max\{\lambda_{i1}, \lambda_{i2}, \dots, \lambda_{im}\} < 0$ 。

**证明** 针对系统(30)设计李雅普诺夫函数

$$V = \sum_{i=1}^N e_{i1}^T e_{i1}. \quad (32)$$

对函数  $V$  求导并将系统(30)代入得

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^N 2e_{i1}^T [\bar{A}_i e_{i1} + \tilde{f}_{i1}(x_i, s)]. \quad (33)$$

由假设 3 可知，存在正常数  $k_1$  使  $\|\tilde{f}_{i1}(x_i, s)\| \leq k_1 \mu_i \|e_{i1}\|$  成立，且由引理 1 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \lambda_i \|e_{i1}\|^2 + \beta_i \|e_{i1}\|^2 + \frac{1}{\beta_i} k_1 \mu_i \|e_{i1}\|^2 = \\ &(\lambda_i + \beta_i + \frac{1}{\beta_i} k_1 \mu_i) \|e_{i1}\|^2. \end{aligned} \quad (34)$$

又因为  $\lambda_i < 0$ ，所以  $\dot{V} < 0$ 。□

### 4 设计具有已知界非线性项的时滞复杂网络的同步条件

基于上节设计的滑模面，当系统运动轨线到达滑模面时，可保证系统实现同步。为了保证从任意状态出发的运动轨线都能在有限时间内到达切换面，本节需设计一组分散滑模控制器，使系统在滑动模态保持全局鲁棒稳定性。一般系统的到达条件为

$$\sigma(t)^T \dot{\sigma}(t) < 0. \quad (35)$$

因为本文考虑的系统存在耦合项，常规的到达条件不成立，所以需要重新设计到达条件如下：

$$\sum_{i=1}^N \frac{\sigma_i^T(e_i) \dot{\sigma}_i(e_i)}{\|\sigma_i(e_i)\|} < 0. \quad (36)$$

为了保证从任意初始状态出发的轨线都能到达切换面，设计控制器满足如下定理。

**定理 2** 当设计控制器满足

$$u_i = K_i e_i - (C_i B_i)^{-1} R_i \frac{\sigma_i}{\|\sigma_i\|} \|e_i\|, \quad (37)$$

其中

$$\begin{aligned} R_i &= \mu_i \|C_i\| + \sum_{j=1}^N \|C_j B_j\| \times \\ &\|H_{ij}\| \|x_{j \max}\| + \epsilon, \end{aligned}$$

$\epsilon > 0$  是常数时，系统(4)的运动状态渐近收敛到切换面  $\sigma(e) = 0$ ，即实现同步。

限于篇幅，证明略。

### 5 设计具有不确定界非线性项的时滞复杂网络的同步条件

在实际中,可能存在非线性项满足  $\tilde{f}(x_i, s) = \mu_i e_i$ , 而  $\mu_i$  是未知参数. 本节将针对未知参数设计鲁棒自适应控制器, 从而实现系统的同步.

首先给出如下假设:

假设 6  $\text{rank}(\tilde{f}, B_i) = \text{rank}(B_i)$ .

假设 7 令  $B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{2i} \end{bmatrix}$ , 其中  $B_{2i} \in R^{m \times m}$  是非奇异矩阵.

令  $u_i = K_i e_i + v_i$ , 则滑模方程变为

$$\dot{e}_{i1} = (\tilde{a}_{i1} - \tilde{a}_{i2} V_{i2}^{-1} V_{i1}) e_{i1}. \quad (38)$$

通过构造切换函数, 很容易证明滑动模态是渐近稳定的. 因此本节将设计满足定理 3 的鲁棒控制器, 保证系统从任意点出发的状态轨线都能在有限时间内到达切换面.

定理 3 若假设 6 和假设 7 成立, 且满足如下鲁棒自适应控制器:

$$u_i = K_i e_i - (C_i B_i)^{-1} \left[ C_i \hat{\mu}_i - \dot{e}_i + \sum_{j=1}^N C_j B_j \times \begin{bmatrix} H_{ij} & x_{j \max} & + & i \text{sgn} & i \end{bmatrix} \right],$$

$$\dot{\hat{\mu}}_i = C_i e_i, \quad \tilde{\mu}_i = \hat{\mu}_i - \mu_i. \quad (39)$$

其中  $\hat{\mu}_i$  是未知参数  $\mu_i$  的估计值,  $i > 0$  是常数. 则保证系统 (4) 实现全局一致渐近稳定.

限于篇幅, 证明略.

### 6 仿真算例

例 1 具有已知界非线性项的复杂网络的仿真算例.

用混沌 Chua 系统描述复杂网络的一个动态节点. 孤立的 Chua 系统可用如下状态方程描述:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= p(-x_1 + x_2 - f(x_1)), \\ \dot{x}_2 &= x_1 - x_2 + x_3, \quad \dot{x}_3 = qx_2. \end{aligned}$$

其中

$$f(x) = m_0 x + \frac{1}{2} (m_1 - m_0) (|x + 1| - |x - 1|).$$

这里:  $m_0 < 0, m_1 < 0, p = 10, q = 14.87, m_0 = -1.27, m_1 = -0.68$ , 且都是常数.

Chua 系统对应的时滞耦合网络可用下面方程描述:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_{i1} \\ \dot{x}_{i2} \\ \dot{x}_{i3} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -p & p & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \\ x_{i3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -pf(x_{i1}) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} x_{k,1}(t - ij) \\ x_{k,1}(t - ij) \\ x_{k,3}(t - ij) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_i. \end{aligned}$$

为了仿真方便, 不妨设  $ij < 0.02$ , 利用定理 2 中设计的控制器, 系统的误差同步轨线如图 1 ~ 图 3 所示. 可以看出, 网络系统的状态轨线在有限的时间内可到达设计的滑模面.

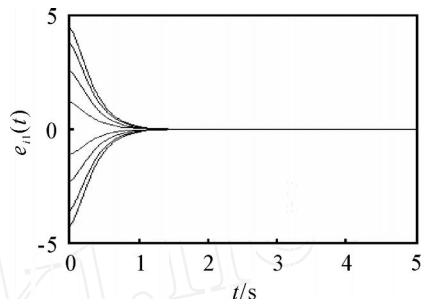


图 1 Chua 系统的  $e_{i1}$  同步稳定轨线

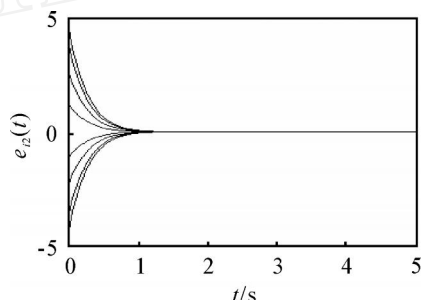


图 2 Chua 系统的  $e_{i2}$  同步稳定轨线

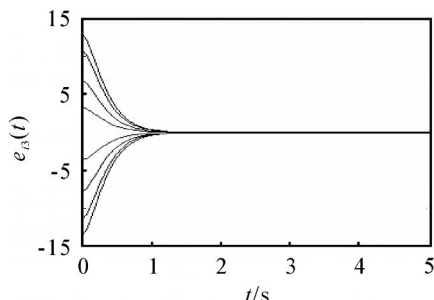


图 3 Chua 系统的  $e_{i3}$  同步稳定轨线

例 2 具有未知界非线性项的复杂网络系统仿真.

用 Duffing 系统描述复杂网络的一个动态节点, 其中孤立 Duffing 可用如下方程表示:

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = -0.1x_2 - x_1^3 + 12\cos t.$$

对应的网络方程如下:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_{i1} \\ \dot{x}_{i2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -x_{i1}^3 + 12\cos t \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} x_{k,1}(t - ij) \\ x_{k,1}(t - ij) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_i. \end{aligned}$$

由定理 3, Duffing 系统的误差同步轨线如图 4 所示, 从而说明了本文设计的自适应变结构控制器的有效性.

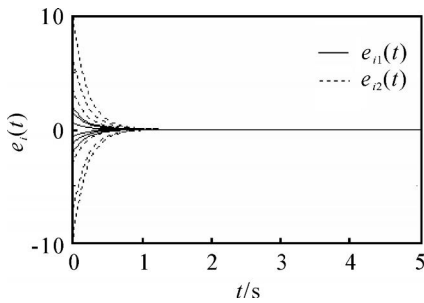


图 4 Duffing 系统的  $e_1, e_2$  同步稳定轨线

### 7 结 论

本文基于变结构控制考虑了一类复杂网络的同步稳定问题,并分别考虑了包含已知界的非线性项和未知界的非线性项的情况.通过两个仿真算例,表明了本文方法的有效性.

### 参考文献(References)

[1] Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of small-world networks[J]. Nature, 1998, 393(6684) : 440-442.

[2] Strogatz S H. Exploring complex networks[J]. Nature, 2001, 410(7024) : 268-276.

[3] Barabási A L, Albert R. Emergence of scaling in random networks [J]. Science, 1999, 286 (5439) : 509-512.

[4] Wang X F, Chen G. Synchronization in small-world dynamical networks[J]. Int J Bifurcation Chaos, 2002, 12(2) : 187-192.

[5] Wang X F, Chen G. Synchronization in scale-free dynamical networks: Robustness and fragility[J]. IEEE Trans, 2002, 49(1) : 54-62.

[6] Lu J H, Yu X H, Chen G R. Chaos synchronization of general complex networks dynamical [J]. Physica A, 2004, 334(1) : 281-302.

[7] Li Z, Chen G R. Robust adaptive synchronization of uncertain dynamical networks [J]. Physics Letters A, 2004, 324(2) : 166-178.

[8] Li C G, Chen G R. Synchronization in general complex dynamical networks with coupling delays [J]. Physica A, 2004, 343(15) : 263-278.

[9] Li P, Zhang Y, Zhang L. Global synchronization of a class of delayed complex networks[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2006, 30(4) : 903-908.

[10] Chou Chien-Hsin, Cheng Chih-Chiang. A decentralized reference adaptive variable structure controller for large-scale time-varying delay systems[J]. IEEE Trans Automatic Control, 2003, 48(7) : 1213-1217.

[11] Shyu Kuo-Kai, Liua Wen-Jeng, Hsu Kou-Cheng. Design of large-scale time-delayed systems with dead-zone input via variable structure control [J]. Automatica, 2005, 41(7) : 1239-1246.

[12] Lee J L, Wang W J. Robust decentralized stabilization via sliding mode control [J]. Theory and Advanced Technology, 1997, 10(2) : 622-631.

(上接第 1280 页)

### 6 结 论

本文针对 Furuta 摆这一欠驱动机械系统的基本系统,设计了将其从摆杆自由下垂位置稳定到垂直不稳定平衡点位置的切换控制系统.基于部分反馈线性化,设计一个饱和的状态反馈控制器作为系统的起摆控制器,该控制器能够实现倒立摆的摆角(几乎)指数收敛到零,稳定控制由线性的全状态反馈控制器实现.最后对文中给出的控制方案进行了仿真实验,实验结果表明了该方案有效性和起摆控制的快速性.同时,本文给出的快速起摆的设计方法可用来进行其他倒立摆系统的起摆控制设计,如车摆系统的快速起摆控制.

### 参考文献(References)

[1] Fantoni I, Lozano R. Stabilization of the Furuta pendulum around its homoclinic orbit [J]. Int J of Control, 2002, 75(6) : 390-398.

[2] Gordillo F, Acosta J A, Aracil J. A new swing-up law for the Furuta pendulum[J]. Int J of Control, 2003, 76(8) : 836-844.

[3] Sorenson A, Shiriaev A S. Friction compensation in the

Furuta pendulum for stabilizing rotational modes [C]. IEEE Conf on Decision and Control. Orlando, 2001 : 3772-3777.

[4] Carlos A I, Hebertt S R. A linear differential flatness approach to controlling the Furuta pendulum [J]. IMA J of Mathematical Control and Information, 2007, 24(1) : 31-45.

[5] Nair S, Leonard N E. A normal form for energy shaping: Application to the Furuta pendulum [C]. IEEE Conf on Decision and Control. Las Vegas, 2002 : 516-521.

[6] Acosta J A, Aracil J, Gordillo F. Nonlinear control strategies for the Furuta pendulum [J]. Control and Intelligent Systems, 2001, 29(3) : 101-107.

[7] Ding H S, Li Y P, Mao J Q, et al. Dynamic switching control for the swing-up and stabilizing control of the Furuta pendulum [C]. IEEE Conf on Industrial Electronics and Applications. Singapore, 2006 : 1-5.

[8] Astroem K J, Furuta K. Swinging up a pendulum by energy control[J]. Automatica, 2000, 36(2) : 287-295.

[9] Carlos A I, Juan H A. Stabilization of the Furuta pendulum based on Lyapunov function [J]. Nonlinear Dynamics, 2007, 49(1/2) : 1-8.