第 23 卷 第 11 期　控 制 与 决 策　2008 年 11 月
Vol. 23 No. 11　Control and Decision　Nov. 2008

文章编号: 1001-0920(2008)11-1286-05

一类高阶非线性参数化系统自适应重复学习控制

孙云平, 李俊民, 王元亮
(西安电子科技大学 理学院, 西安 710071)

摘　要: 针对一类高阶非线性参数化系统, 利用参数重组技巧,提出了一种自适应重复学习控制方法. 该方法结合反馈线性化,可以处理参数在一个未知紧集内周期性、快时变的非线性系统. 通过引进微分-差分参数自适应律,设计了一种自适应控制策略,使广义跟踪误差在误差平方范数意义下渐近收敛于零. 通过构造 Lyapunov 泛函,给出了闭环系统收敛的一个充分条件. 实例仿真结果说明了该方法的可行性和有效性.

关键词: 非线性参数化系统; 混合型参数; 自适应控制; 重复学习控制; Lyapunov 泛函
中图分类号: TP273　　**文献标识码**: A

Adaptive repetitive learning control for a class of nonlinearly parameterized uncertain systems

SUN Yun-ping, LI Jun-min, WANG Yuan-liang
(School of Science, Xidian University, Xi'an 710071, China. Correspondent: SUN Yun-ping, E-mail: sunypxd@163.com)

Abstract: An adaptive repetitive learning control method for high-order nonlinearly parameterized uncertain systems with time-varying and time-invariant parameters is proposed. Combining the parameter regrouping technique with the feedback linearization approach, the method can be applied to the nonlinear systems in which the parameters are rapid time-varying and periodic in a unknown compact set. By introducing a differential-difference adaptive law, an adaptive repetitive learning control strategy is designed to ensure the asymptotic convergence of the extended tracking error in the sense of square error norm. Also, a sufficient condition for the convergence of the method is given. A simulation example illustrates the effectiveness and the feasibility of the proposed method.

Key words: Nonlinearly parameterized systems; Mixed parametric; Adaptive control; Repetitive learning control; Lyapunov functional

1　引　　言

在许多应用中,所研究的控制对象的系统动力是完全或部分未知的,从而不确定性非线性系统控制器的设计问题便成为控制领域中一个具有挑战性的主题. 为此,人们提出了各种控制方法论述了与系统动力相关的不确定性. 一般而言,如果系统不确定性是已知周期的不确定性,则可利用学习控制与反馈线性化相结合的方法在线估计系统不确定性,从而实现期望的结果[1].

重复控制的概念首先由 Hara[2]提出,针对一类线性时不变系统,利用小增益定理在频率域上进行收敛性分析. 它能够有效地处理重复跟踪控制问题[3]或抑制周期性干扰问题[4],并广泛应用到机器人系统[1]和电动液压材料检测系统[5]. 而当系统不确定性参数的周期预先可知时,文献[6]通过分段积分方法,构造了自适应控制器的参数周期自适应律,解决了一阶混合线性参数化不确定性系统的周期自适应控制问题,但仅对不确定参数满足匹配条件的情况作了研究. [7]针对一类含有非参数化不确定的非线性系统,提出了一种重复学习控制方法,但要求目标轨线是周期函数. [8]对一类既有完全未知的虚拟控制系数又有时变参数不确定性的不匹配非线性系统,给出了一种自适应鲁棒重复学习控制策略,将 Nussbaum-type 函数与 Backstepping 方法相结合,能够保证系统状态一致最终有界. [9]对含有混合参数的二阶非线性系统,结合 Backstepping 方法,提

收稿日期: 2007-07-21; **修回日期**: 2007-11-06.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60374015).
作者简介: 孙云平(1966—),男,四川江津人,博士生,从事学习控制、自适应控制等研究; 李俊民(1965—),男,陕西岐山人,教授,博士生导师,从事自适应控制与学习控制、最优控制与算法等研究.

出了一种自适应重复学习控制方法，使跟踪误差的平方在一个周期上的积分范数渐近收敛于零. 然而，有关非线性参数化非线性系统的重复学习控制的文献至今较为少见，这是由于对它进行分析和设计是很困难的. [10]针对非线性参数化的复杂不确定性系统，设计了自适应学习控制律，基于 Lyapunov 稳定性分析，保证了系统状态的跟踪误差全局收敛于零. [11]对一类非线性参数化的非线性系统，利用积分 Lyapunov 函数，设计了重复学习控制策略，有效地避开了控制器的奇异性问题. 但[10,11]都要求时变参数的上界预先可知.

本文针对一类非线性参数化不确定系统，利用反馈线性化设计方法，提出一种自适应重复学习控制方法. 该方法可以处理参数在一个未知紧集内周期性快时变的非线性系统，通过引入微分-差分自适应学习律，设计了一种自适应控制策略，使得广义跟踪误差 $\sigma(t)$ 在 L_T^2-范数意义下渐近收敛于零. 通过构造 Lyapunov 泛函，给出了闭环系统收敛的一个充分条件. 实例仿真说明了该方法的可行性.

在本文中，函数 $f(v)$ 的 L_T^2-范数（$v \in [t-T, t)$）定义为 $\int_{t-T}^{t} f^2(\tau)\,\mathrm{d}\tau$，$T$ 为已知的有限正常数.

2　问题描述

考虑下列高阶非线性不确定性系统：

$$\dot{x} = Ax + b[\theta_1(t)\xi(x,t)\theta_2 + u(t)],$$
$$x(0) = x_0. \tag{1}$$

其中：$x(t) = (x_1(t), x_2(t), \cdots, x_m(t))^{\mathrm{T}} \in R^m$ 是系统的可测状态向量；$u(t) \in R$ 是系统的控制输入；$\theta_1(t) = (\theta_{1,1}(t), \cdots, \theta_{1,p}(t)) \in R^{1\times p}$ 是未知连续的时变参数向量；$\theta_2 = (\theta_{2,1}, \cdots, \theta_{2,p})^{\mathrm{T}} \in R^p$ 是未知的常参数向量；$\xi(x,t) = \mathrm{diag}[\xi_1(x,t), \xi_2(x,t), \cdots, \xi_p(x,t)]$ 是已知的矩阵值函数；I_{m-1} 表示 $(m-1)\times(m-1)$ 单位矩阵，

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & I_{m-1} \\ \cdots & \ddots & \cdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix},\ b = [0, 0, \cdots, 1]^{\mathrm{T}};$$

$x_r(t) = (x_{r,1}(t), x_{r,2}(t), \cdots, x_{r,m}(t))^{\mathrm{T}} \in R^m$ 是参考对象的状态向量，目标轨线是 $x_{r,1}(t)$，且 $x_{r,1}^{(k)}(t) = x_{r,k+1}(t)$，$k = 0, 1, \cdots, m$，$x_r(0)$ 是参考对象的初值.

注 1　系统(1)常见于机器人的机械臂系统[12]，对于这样的非线性参数化不确定性系统的重复学习控制问题，目前还没有有效的处理方法.

在本文中，系统(1)及目标轨线 $x_{r,1}(t)$ 满足下列假设：

假设 1　θ_2 是未知的常参数向量，但符号是已知的. 不失一般性，设 θ_2 的每个分量 $\theta_{2,l} > 0$，$l = 1, 2, \cdots, p$.

假设 2　$\theta_1(t)$ 是周期为 T 的未知连续向量函数，$\theta_1(t) = \theta_1(t-T)$，即 $\theta_1(t)$ 的每个分量 $\theta_{1,l}(t)$ $(l = 1, 2, \cdots, p)$ 都是周期为 T 的时间函数，且在某个紧集内变化. 即存在一个正数 $\theta_M < \infty$，使得 $\|\theta_1(t)\| \le \theta_M$，这里 θ_M 可以是未知常参数.

假设 3　$\xi(x,t)$ 关于 x 是李普希茨连续，关于 t 是分段连续，即对 $\forall x^1, x^2 \in R^m$，使得 $\|\xi(x^1,t) - \xi(x^2,t)\| \le l\,\|x^1 - x^2\|$，$l$ 是未知李普希茨常数.

假设 4　目标轨线 $x_{r,1}(t)$ 和其一阶导数直到 m 阶导数在 L_T^2-范数意义下有界. 即

$$\int_{t-T}^{t} [x_{r,1}^{(k)}(\tau)]^2\,\mathrm{d}\tau < \infty,\ k = 0, 1, \cdots, m.$$

定义广义跟踪误差 $\sigma(t) = \sum_{i=1}^{m} c_i e_i(t)$，$c_m = 1$，$c_i\ (i = 1, 2, \cdots, m)$ 是霍尔维茨多项式 $s^{m-1} + c_{m-1}s^{m-2} + \cdots + c_1$ 的系数. 其中：s 是 Laplace 算子，$e_i(t) = x_{r,i}(t) - x_i(t)$.

控制目标是在周期自适应控制机理下，保证 $\sigma(t)$ 在 L_T^2-范数意义下渐近收敛于零，同时保证闭环系统所有信号在 L_T^2-范数意义下有界.

3　设计重复学习控制律和周期自适应律

$\sigma(t)$ 关于 t 的导数为

$$\dot{\sigma}(t) = \sum_{i=1}^{m} c_i x_{r,i+1} - \sum_{i=1}^{m-1} c_i x_{i+1} - \dot{x}_m = [\theta_1(t), 1]\begin{bmatrix} -\xi(x,t) & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^{m} c_i x_{r,i+1} - \sum_{i=1}^{m-1} c_i x_{i+1} \end{bmatrix} \times$$
$$[\theta_2^{\mathrm{T}}, 1]^{\mathrm{T}} - u(t) = \Theta(t)\eta(x,t)\omega - u(t) = \sum_{j=1}^{p+1} [\Theta_j(t)\eta_j(x,t)\omega_j] - u(t). \tag{2}$$

其中

$$\Theta(t) = [\Theta_1(t), \cdots, \Theta_p(t), \Theta_{p+1}(t)],$$
$$\Theta_l(t) = \theta_{1,l}(l = 1, 2, \cdots, p),\ \Theta_{p+1}(t) = 1,$$
$$\omega = [\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_{p+1}]^{\mathrm{T}},$$
$$\omega_l = \theta_{2,l}(l = 1, 2, \cdots, p),\ \omega_{p+1} = 1,$$
$$\eta(x,t) = \mathrm{diag}[\eta_1(x,t), \eta_2(x,t), \cdots, \eta_{p+1}(x,t)],$$
$$\eta_l(x,t) = -\xi_l(x,t)\ (l = 1, 2, \cdots, p),$$
$$\eta_{p+1}(x,t) = \sum_{i=1}^{m} c_i x_{r,i+1} - \sum_{i=1}^{m-1} c_i x_{i+1}.$$

注 2　$\Theta_j(t)$ 仍是周期为 T 的未知连续时变参数，$\omega_j > 0\ (j = 1, 2, \cdots, p+1)$ 是未知的时不变参

数.由式(1)和(2)的特点,构造的学习控制律为

$$u(t)=K\sigma(t)+\sum_{j=1}^{p+1}[\hat{\Theta}_j(t)\eta_j(x,t)\hat{\omega}_j(t)].\quad(3)$$

其中:$K>0$ 是常数增益,$\hat{\Theta}_j(t)$ 和 $\hat{\omega}_j(t)$ 分别是 $\Theta_j(t)$ 和 $\omega_j(j=1,2,\cdots,p+1)$ 的估计量.

时变参数周期学习律为

$$\hat{\Theta}_j(t)=\begin{cases}\hat{\Theta}_j(t-T)+q_{1,j}\eta_j(x,t)\sigma(t),\ t\in[T,\infty);\\ \dfrac{t}{T}q_{1,j}\eta_j(x,t)\sigma(t),\ t\in[0,T);\\ 0,\ t\in[-T,0);\end{cases}$$
$$j=1,2,\cdots,p+1.\quad(4)$$

时不变参数学习律为

$$\dot{\hat{\omega}}_j(t)=q_{2,j}\eta_j(x,t)\hat{\Theta}_j(t)\sigma(t),$$
$$j=1,2,\cdots,p+1.\quad(5)$$

其中 $q_{1,j}>0$ 和 $q_{2,j}>0$ 均是常数增益.设 $q_{0,j}(t)=\dfrac{t}{T}q_{1,j}$, $t\in[0,T)$, $j=1,2,\cdots,p+1$,则 $q_{0,j}(t)$ 在区间 $[0,T)$ 上是严格单调增加的连续函数,满足 $q_{0,j}(0)=0$, $q_{0,j}(T)=q_{1,j}$, $j=1,2,\cdots,p+1$.

注3 式(4)中时变增益 $q_{0,j}(t)$ 的选取,确保了 $\hat{\Theta}_j(t)(j=1,2,\cdots,p+1)$ 在 $[0,\infty)$ 上的连续性.

注4 由于式(4)是连续的,从而保证了式(5)中 $\hat{\omega}_j(t)(j=1,2,\cdots,p+1)$ 的连续性.

为了简化证明,除非特别说明,以下 j 指的是 $j=1,2,\cdots,p+1$.将式(3)代入(2),有

$$\dot{\sigma}(t)=-K\sigma(t)+\sum_{j=1}^{p+1}[\tilde{\Theta}_j(t)\eta_j(x,t)\omega_j+$$
$$\hat{\Theta}_j(t)\eta_j(x,t)\tilde{\omega}_j(t)].\quad(6)$$

其中:$\tilde{\Theta}_j(t)=\Theta_j(t)-\hat{\Theta}_j(t)$, $\tilde{\omega}_j(t)=\omega_j-\hat{\omega}_j(t)$.

4 收敛性分析

定理1 系统(1)在假设1~假设4的条件下,学习控制律(3),周期校正律(4)和(5),保证了:1)广义跟踪误差 $\sigma(t)$ 在 L_T^2-范数意义下渐近收敛于零,即 $\lim\limits_{t\to\infty}\int_{t-T}^{t}\sigma^2(\tau)\mathrm{d}\tau=0$;2)闭环系统所有信号均在 L_T^2-范数意义下有界.

证明 构造的Lyapunov泛函

$$E(t)=\frac{1}{2}\sigma^2(t)+\int_{t-T}^{t}\sum_{j=1}^{p+1}\frac{\omega_j}{2q_{1,j}}\tilde{\Theta}_j^2(\tau)\mathrm{d}\tau+$$
$$\sum_{j=1}^{p+1}\frac{1}{2q_{2,j}}\tilde{\omega}_j^2(t).\quad(7)$$

对于任意的 $t\geq T$, $E(t)$ 在一个周期区间 $[t-T,t)$ 上的差分为

$$\Delta E(t)=$$
$$\frac{1}{2}[\sigma^2(t)-\frac{1}{2}\sigma^2(t-T)]+$$
$$\frac{1}{2}\int_{t-T}^{t}\sum_{j=1}^{p+1}\frac{\omega_j}{q_{1,j}}[\tilde{\Theta}_j^2(\tau)-\tilde{\Theta}_j^2(\tau-T)]\mathrm{d}\tau+$$
$$\sum_{j=1}^{p+1}\frac{1}{2q_{2,j}}[\tilde{\omega}_j^2(t)-\tilde{\omega}_j^2(t-T)].\quad(8)$$

下面分别计算式(8)的每一项.

利用式(6),计算式(8)右边第1项,得

$$\frac{1}{2}[\sigma^2(t)-\sigma^2(t-T)]=$$
$$\int_{t-T}^{t}\{-K\sigma^2(\tau)+\sum_{j=1}^{p+1}[\tilde{\Theta}_j(\tau)\eta_j(x,\tau)\omega_j+$$
$$\hat{\Theta}(\tau)\eta_j(x,\tau)\tilde{\omega}_j(\tau)]\sigma(\tau)\}\mathrm{d}\tau.\quad(9a)$$

因此

$$\sigma(t)\dot{\sigma}(t)=-K\sigma^2(t)+\sum_{j=1}^{p+1}[\tilde{\Theta}_j(t)\eta_j(x,t)\omega_j+$$
$$\hat{\Theta}_j(t)\eta_j(x,t)\tilde{\omega}_j(t)]\sigma(t).\quad(9b)$$

利用恒等式 $(a-b)^2-(a-c)^2=(c-b)[2(a-b)+(b-c)]$,式(4)和 $\Theta_j(t)=\Theta_j(t-T)$,计算式(8)右边第2项,得

$$\int_{t-T}^{t}\sum_{j=1}^{p+1}\frac{\omega_j}{2q_{1,j}}[\tilde{\Theta}_j^2(\tau)-\tilde{\Theta}_j^2(\tau-T)]\mathrm{d}\tau=$$
$$\int_{t-T}^{t}\sum_{j=1}^{p+1}[-\tilde{\Theta}_j(\tau)\eta_j(x,\tau)\omega_j\sigma(\tau)-$$
$$\frac{1}{2}q_{1,j}\eta_j^2(x,\tau)\omega_j\sigma^2(\tau)]\mathrm{d}\tau.\quad(10)$$

利用式(5)计算(8)右边第3项,得

$$\sum_{j=1}^{p+1}\frac{1}{2q_{2,j}}[\tilde{\omega}_j^2(t)-\tilde{\omega}_j^2(t-T)]=$$
$$-\sum_{j=1}^{p+1}\int_{t-T}^{t}\tilde{\omega}_j(\tau)\eta_j(x,\tau)\hat{\Theta}_j(\tau)\sigma(\tau)\mathrm{d}\tau.\quad(11a)$$

因而有

$$\sum_{j=1}^{p+1}\frac{1}{q_{2,j}}\tilde{\omega}_j(t)\dot{\tilde{\omega}}_j(t)=$$
$$-\sum_{j=1}^{p+1}\tilde{\omega}_j(t)\eta_j(x,t)\hat{\Theta}_j(t)\sigma(t).\quad(11b)$$

将式(9a),(10)和(11a)分别代入(8),得

$$\Delta E(t)=$$
$$\int_{t-T}^{t}\{-K\sigma^2(\tau)-$$
$$\sum_{j=1}^{p+1}\frac{1}{2}q_{1,j}\eta_j^2(x,\tau)\omega_j\sigma^2(\tau)\}\mathrm{d}\tau\leq$$
$$\int_{t-T}^{t}-K\sigma^2(\tau)\mathrm{d}\tau<0.\quad(12)$$

对 $\forall t\in[nT,(n+1)T)$,记 $t=nT+t_0$, $t_0\in[0,T)$, $n=1,2,\cdots$.显然当 $t\to\infty$ 时,有 $n\to\infty$,重复应用式(8),得到

$$E(t)=E(t_0)+\sum_{h=0}^{n-1}\Delta E(t-hT).\quad(13)$$

当 $t_0 \in [0, T)$ 时,由式(12)和(13)可得

$$E(t) < \max_{t_0\in[0,T)} E(t_0) - K\sum_{h=0}^{n-1}\int_{t+(h+1)T}^{t+hT}\sigma^2(\tau)\,\mathrm{d}\tau. \tag{14}$$

若 $\max\limits_{t_0\in[0,T)} E(t_0)$ 是有限的,则式(14)两端取极限,得

$$\lim_{t\to\infty} E(t_0) < \max_{t_0\in[0,T)} E(t_0) - K\lim_{n\to\infty}\sum_{h=0}^{n-1}\int_{t+(h+1)T}^{t+hT}\sigma^2(\tau)\,\mathrm{d}\tau. \tag{15}$$

因为 $E(t) \geq 0$,根据式(15),若 $\max\limits_{t_0\in[0,T)} E(t_0)$ 在区间 $[0, t)$ 上有界,由级数收敛性定理可知,广义跟踪误差 $\sigma(t)$ 在 L_T^2- 范数意义下渐近收敛于零,即 $\lim\limits_{t\to\infty}\int_{t-T}^{t}\sigma^2(\tau)\,\mathrm{d}\tau = 0$. 因此,下面只需证明 $\max\limits_{t_0\in[0,T)} E(t_0)$ 的有限性. 为了简便,以下证明记 $t_0 = t$.

因为在区间 $[0, T)$ 上,$\Theta_j(t) = \frac{t}{T}q_{1,j}\eta_j(x, t)\sigma(t)$ 是连续的,而系统(1)的右边关于变量 x 是李普希茨连续的. 根据微分方程解的存在性定理可知,存在有限正常数 $T_1 > 0$,使得系统(1)在区间 $[0, T_1) \subset [0, T)$ 上存在唯一的连续解,因此下面又只需证明当 $t \in [T_1, T)$ 时,$\max\limits_{t\in[0,T)} E(t)$ 的有限性.

根据时变增益 $q_{0,j}(t)$ 的选取,可得 $q_{1,j} \geq q_{0,j}(t) \geq q_{0,j}(T_1) > 0$, $\forall t \in [T_1, T)$. 进一步得到,对 $\forall t \in [T_1, T)$, $2q_{1,j} \geq q_{0,j}(t) > 0$,即 $\lambda_j = \frac{1}{q_{0,j}(t)} - \frac{1}{2q_{1,j}} > 0$. 令 $q_{0,j}(T_1) = \varepsilon_j$,式(7)两边关于 t 求导,并利用式(9b)和(11b),得

$$\dot{E}(t) \leq -K\sigma^2(t) + \sum_{j=1}^{p+1}\frac{\omega_j}{2q_{1,j}}\tilde{\Theta}_j^2(t) + \sum_{j=1}^{p+1}\tilde{\Theta}_j(t)\eta_j(x, t)\omega_j\sigma(t). \tag{16}$$

由式(4)得

$$\sum_{j=1}^{p+1}\Big[\tilde{\Theta}_j(t)\eta_j(x, t)\omega_j\sigma(t) + \frac{\omega_j}{2q_{1,j}}\tilde{\Theta}_j^2(t)\Big] = \sum_{j=1}^{p+1}\Big[\frac{\tilde{\Theta}_j(t)\Theta_j(t)}{q_{0,j}(t)}\omega_j - \lambda_j\omega_j\tilde{\Theta}_j^2(t)\Big]. \tag{17}$$

利用 Young's 不等式

$$x^{\mathrm{T}}y \leq cx^{\mathrm{T}}x + \frac{1}{4c}y^{\mathrm{T}}y, c > 0,$$

$$\frac{\tilde{\Theta}_j(t)\Theta_j(t)}{q_{0,j}(t)}\omega_j \leq \frac{\omega_j}{\varepsilon_j}\Big(c\tilde{\Theta}_j^2(t) + \frac{1}{4c}\Theta_j^2(t)\Big).$$

令 $0 < c/\varepsilon_j < \lambda_j$,从而式(16)变为

$$\dot{E}(t) \leq -K\sigma^2(t) - \sum_{j=1}^{p+1}\Big(\lambda_j - \frac{c}{\varepsilon_j}\Big)\omega_j\tilde{\Theta}_j^2(t) + \sum_{j=1}^{p+1}\frac{\omega_j}{4\varepsilon_j c}\Theta_j^2(t). \tag{18}$$

因为 $\Theta(t) = \Theta(t - T)$,由假设 2 可知,存在一个正数 Θ_M,使得 $\|\Theta(t)\| \leq \Theta_M$, $t \in [0, T)$,而 $\Theta_j(t)$ 是 $\Theta(t)$ 的第 j 个分量,因此存在一个正数 $\Theta_{M_j}(t)$,使得 $|\Theta_j(t)| \leq \Theta_{M_j}(t)$. 不妨令 $\Theta_M = \max\{\Theta_{M_1}, \cdots, \Theta_{M_{p+1}}\}$,同理,$\omega$ 是未知的常参数向量,ω_j 是 ω 的第 j 个分量. 这时,取 $\omega_M = \max\{\omega_1, \cdots, \omega_{p+1}\}$,则由式(18)可知,在区域

$$\Big\{(\sigma(t), \tilde{\Theta}_j(t)) \in R^2 \,\Big|\, K'\sigma^2(t) + \sum_{j=1}^{p+1}\Big(\lambda_j - \frac{c}{\varepsilon_j}\Big)\tilde{\Theta}_j^2(t) \leq \sum_{j=1}^{p+1}\frac{1}{4\varepsilon_j c}\Theta_M^2\Big\}$$

的外部,使得 $\dot{E}(t)/\omega_M$ 是负定的,即 $\dot{E}(t)$ 是负定的,其中 $K' = K/\omega_M$. 从而 $E(t)$ 在有限区间 $[T_1, T)$ 是有界的. 由 $E(t)$ 的有界性和 $E(t)$ 的定义,可以推知 $\sigma(t)$, $\tilde{\Theta}_j(t)$ 和 $\tilde{\omega}_j(t)$ 在 L_T^2- 范数意义下分别是有界的. 又由 $\sigma(t)$ 的定义和假设 4 可知,$x_i(t)$ $(i = 1, 2, \cdots, m)$ 在 L_T^2- 范数意义下是有界的. 从而,由式(3)得到 $u(t)$ 在 L_T^2- 范数意义下有界. 由假设 3 和式(1),易得其他信号在 L_T^2- 范数意义下有界. □

5　实例仿真

考虑如下一个关节的机器人操作臂方程:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \dfrac{1}{ml^2 + I}\end{bmatrix}(u - gl\cos x_1 + \eta_1).$$

其中:x_1 是关节角度,x_2 是角速度,m 是质量,l 是长度,I 是惯性矩,g 是重力加速度,u 是关节输入,$\eta_1 = 5x_1^2\sin^3(0.5\pi t)$ 是外界干扰.

在仿真中,$m = 3$ kg,$l = \frac{1}{3}$ m,$I = \frac{2}{3}$ kg·m^2,$b = 1/(ml^2 + I) = 1$,参考轨迹是 $x_{r,1}(t) = 2\sin(2t)$,$T = 4$ s. 系统的初始条件为:$x_1(0) = 0$,$x_2(0) = 0$. 系统的不确定性能表示为 $\theta_1(t)\xi(x, t)\theta_2$. 其中

$$\theta_1(t) = [\sin^3(0.5\pi t) \quad -1],$$

$$\xi(x, t) = \mathrm{diag}[x_1^2 \quad \cos x_1],\ \theta_2 = [5b \quad bgl]^{\mathrm{T}}.$$

广义跟踪误差 $\sigma(t) = 3e_1 + e_2$,$|\sigma_i|_{\sup}$ 表示在第 i 个周期广义跟踪误差的最大绝对值. $q_{2,j} = 0.5$,$q_{0,j}(t) = \frac{t}{T}q_{1,j}$,$q_{1,j} = 0.5$,$j = 1, 2, 3$,$K = 70$. 根据本文提出的学习控制律(3),参数自适应律(4)和(5),利用 Matlab 编程仿真,得到仿真结果如图 1～图 4 所示. 图 1 说明了第 i 个周期广义跟踪误差的最大绝对值. 由图 2 可以看出,控制曲线 $u(t)$ 是有界的. 图 3 和图 4 分别说明了时变参数 $\Theta_j(t)$ 和时不变参数 $\omega_j(t)$ $(j = 1, 2, 3)$ 估计曲线的有界性,这与理论分析结果是相符的. 以上实例仿真结果表明所提

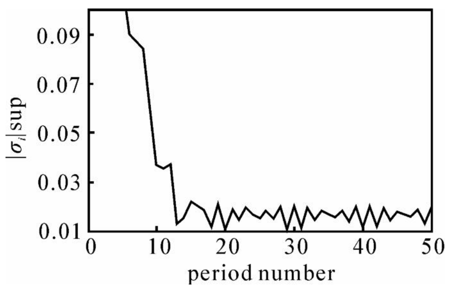

图 1 广义误差曲线 $|\sigma_i|_{\sup}$

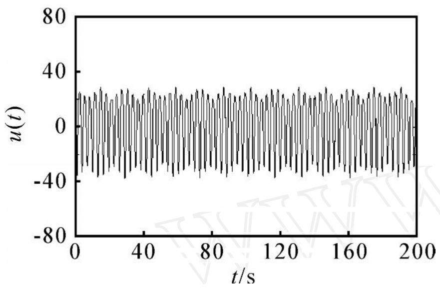

图 2 控制曲线 u(t)

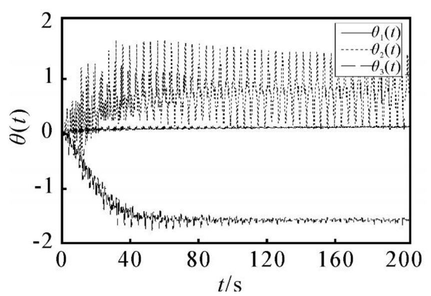

图 3 时变参数的估计曲线 $\Theta_j(t)$

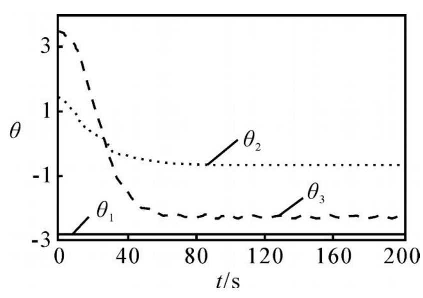

图 4 时不变参数的估计曲线 $\omega_j(t)$

出方法是可行的.

6 结 论

本文针对一类高阶非线性参数化系统,利用反馈线性化方法,引进微分 - 差分参数自适应律,设计了一种周期自适应控制策略. 通过构造Lyapunov泛函,保证了广义跟踪误差在 L_T^2- 范数意义下渐近收敛于零. 实例仿真结果说明了该方法的可行性.

参考文献(References)

[1] Dixon W E, Zergeroglu E, Dawson D M, et al. Repetitive leaning control: A Lyapunov-based approach [J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 2002, 32(4): 538-545.

[2] Hara S, Yamamoto Y, Omata T, et al. Repetitive control system: A new type servo system for periodic exogenous signals [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1988, 33(7): 659-668.

[3] Ledwich G F, Bolton A Repetitive and periodic controller design[J]. IEE Proc of Control Theory Application, 1993, 140(1): 19-24.

[4] Cao W J, Xu J X. Robust and almost perfect periodic tracking of nonlinear systems using repetitive VSC[C]. Proc of the American Control Conf. Arlington, 2001: 3830-3835.

[5] Lee S J, Tsao T C. Repetitive learning of backstepping controlled nonlinear electro-hydraulic material testing systems[J]. Control Engineering Practice, 2004, 12 (11): 1393-1408.

[6] Xu J X. A new periodic adaptive control approach for time-varying parameters with known periodicity [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(4): 579-583.

[7] Xu J X, Yan R. On repetitive learning control for periodic tricking tasks[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(11): 1842-1848.

[8] Yan R, Er Meng Joo, Pan Y J. Multi-period repetitive learning control for a class of unmatched systems with unknown control direction [C]. Proc of the 2006 American Control Conf. Minneapolis, 2006: 238-143.

[9] 孙云平, 刘赟, 李俊民. 一类二阶时变非线性系统的混合自适应重复学习控制[J]. 西安电子科技大学学报, 2006, 33(3): 495-499.
(Sun Y P, Liu Y, Li J M. Adaptive repetitive learning control for a class of second order nonlinear time-varying systems with mixed parameters [J]. J of Xidian University, 2006, 33(3): 495-499.)

[10] Fang Y, Xiao X, Ma B, et al. Adaptive learning control of complex uncertain systems with nonlinear parameterization [C]. Proc of the 2006 American Control Conf. Minneapolis, 2006: 3385-3390.

[11] Sun M X, Ge S Z. Adaptive repetitive control for a class of nonlinearly parametrized systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(10): 1684-1688.

[12] Xu J X, Qu Z. Robust iterative learning control for a class of nonlinear systems[J]. Automatica, 1998, 34 (8): 938-948.