第 23 卷 第 11 期 控 制 与 决 策 2008 年 11 月
Vol. 23 No. 11 Control and Decision Nov. 2008

文章编号: 1001-0920(2008)11-1206-05

变精度模糊粗糙集的一种定义

李 凡, 刘启和, 杨国纬
(电子科技大学 计算机科学与工程学院, 成都 610054)

摘 要: 模糊粗糙集模型同经典粗糙集模型类似,容易受到噪音数据的影响. 针对该问题,受变精度粗糙集模型的启发,提出了变精度模糊粗糙集的概念. 针对现有变精度模糊粗糙集模型尚不能满足一些基本性质的缺陷,重新定义了模糊近似空间中某一模糊集的 β-下近似和 β-上近似,该定义方式能够满足上述的基本性质.

关键词: 粗糙集; 变精度粗糙集; 模糊粗糙集; 变精度模糊粗糙集
中图分类号: TP18 **文献标识码**: A

Definition of variable precision fuzzy rough sets

LI Fan, LIU Qi-he, YANG Guo-wei
(School of Computer Science and Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China. Correspondent: LI Fan, E-mail: lifan@uestc.edu.cn)

Abstract: Like rough sets, fuzzy rough sets are sensitive to noises in data. Therefore, inspired by the variable precision rough sets model, the concept of variable precision fuzzy rough sets is proposed. But the existing model of variable precision fuzzy rough sets does not possess some basic requirements. To overcome this shortcoming, the concepts of the β-lower and β-upper approximations of a fuzzy set in a fuzzy approximation space are redefined. These definitions are proved to possess those basic requirements.

Key words: Rough sets; Variable precision rough sets; Fuzzy rough sets; Variable precision fuzzy rough sets

1 引 言

粗糙集理论是 Pawlak 提出的一种能够有效处理不精确和不确定知识的新型数学工具[1]. 自 20 世纪 80 年代以来,随着其理论研究的不断深入以及在机器学习、数据挖掘、模式识别与智能信息处理等领域的成功应用,逐渐成为学术界关注的热点之一[2]. 但在 Pawlak 提出的经典粗糙集模型中,信息系统的背景知识为一般二元等价关系,所近似的概念为普通集合,这与实际应用中所需处理的问题间可能存在一定差异. 为此研究者们从不同侧面提出了模糊粗糙集的概念[3-6],将粗糙集理论的思想扩展到模糊信息系统. 其中最有代表性的是 Dubois 等[3,4]提出的模糊粗糙集模型. 但是模糊粗糙集模型同经典粗糙集模型类似,容易受到噪音数据的影响. Ziarko[7]提出的变精度粗糙集模型能够较好地解决经典粗糙集模型易受到噪音数据影响的问题,研究者们受到该模型的启发,提出了变精度模糊粗糙集的概念[8,9]. 但经分析发现,现有的变精度模糊粗糙集模型不能满足一些粗糙集、变精度粗糙集和模糊粗糙集所共有的基本性质.

本文针对这一问题,提出了变精度模糊粗糙集的另一种定义,该定义能够满足这些基本性质.

2 基本概念

令 U 为非空有限集,包含论域中所有个体, R 是 U 上的一般二元等价关系,称 (U, R) 为 Pawlak 近似空间. 记 x 的 R 等价类为 $[x]_R$. $\forall X \subseteq U$, X 的下近似和上近似集分别定义为[1,2]

$$\underline{R}X = \{x \in U : [x]_R \subseteq X\}, \tag{1}$$

$$\overline{R}X = \{x \in U : [x]_R \cap X \neq \varnothing\}. \tag{2}$$

令 $A, B \subseteq U$, $e(A, B)$ 称为 A 关于 B 的相对错误分类率,定义为[7]

$$e(A,B) = \begin{cases} 1 - \dfrac{|A \cap B|}{|A|}, & |A| > 0; \\ 0, & |A| = 0. \end{cases} \tag{3}$$

令 (U, R) 为 Pawlak 近似空间, $X \subseteq U$, X 的 β-

收稿日期: 2007-07-19; **修回日期**: 2007-10-11.
基金项目: 国家 863 计划项目(2005AA114030).
作者简介: 李凡(1972 —),男,江苏南通人,博士生,从事粗糙集理论、智能信息处理等研究; 杨国纬(1939 —),男,重庆人,教授,博士生导师,从事人工智能、计算机网络等研究.

下近似和 β 上近似分别定义为[7]

$$\underline{R}_\beta(X) = \{x \in U : e([x]_R, X) \le \beta\}, \quad (4)$$

$$\overline{R}_\beta(X) = \{x \in U : e([x]_R, X) < 1 - \beta\}, \quad (5)$$

其中 $0 \le \beta < 0.5$.

由式(3)～(5)定义的变精度粗糙集模型的基本性质有[7]

1) $\overline{R}_\beta(X) \supseteq \underline{R}_\beta(X)$; (6)

2) $\overline{R}_\beta(\varnothing) = \underline{R}_\beta(\varnothing) = \varnothing$, (7)

$\overline{R}_\beta(U) = \underline{R}_\beta(U) = U$. (8)

映射 $T:[0,1]^2 \to [0,1]$,如果 $x,y,z \in [0,1]$,满足以下条件:

1) 交换律. $T(x,y) = T(y,x)$.

2) 结合律. $T(T(x,y),z) = T(x,T(y,z))$.

3) 单调性. 若 $x_1 \le x_2, y_1 \le y_2$,则 $T(x_1,y_1) \le T(x_2,y_2)$.

4) 边界条件. $T(1,x) = x$.

则称 T 为 T 三角模[10],或 T 范数.

映射 $I:[0,1]^2 \to [0,1]$,如果满足以下条件:

1) $I(1,0) = 0$,

2) $I(1,1) = I(0,1) = I(0,0) = 1$,

则称 I 为蕴涵算子[10]. 对于蕴涵算子,有以下类型[10]: I 为左单调蕴涵算子,当且仅当 $\forall a \in [0,1]$, $I(\cdot,a)$ 为减函数; I 为右单调蕴涵算子,当且仅当 $\forall a \in [0,1]$, $I(a,\cdot)$ 为增函数;若 I 既是左单调蕴涵算子,又是右单调蕴涵算子,则称 I 为复合单调蕴涵算子; I 如果满足 $\forall a \in [0,1]$,有 $I(1,a) = a$,则称 I 为 Border 蕴涵算子.

当以下 3 个条件成立时,论域 U 上的模糊二元关系 R 称为模糊等价关系[10]:

1) 自反性. $R(x,x) = 1, \forall x \in U$.

2) 对称性. $R(x,y) = R(y,x), \forall x,y \in U$.

3) 传递性. $R(x,z) \ge \min(R(x,y),R(y,z))$, $\forall x,y,z \in U$.

令 U 为非空集合, R 为 U 上的模糊等价关系,则称 $FAS = (U,R)$ 为模糊近似空间[11].

在 Dubois 等[3,4] 提出模糊粗糙集的定义后, Radzikowska 等[11] 对这一定义方式进行了扩展,得到以下的定义.

定义 1　令 $FAS = (U,R)$ 为模糊近似空间, F 为 U 的模糊子集, I 和 T 分别为 Border 蕴涵算子和 T 三角模, F 的下近似和上近似为两个模糊集,分别为[11]

$$\underline{R}(F)(x) = \inf_{y \in U} I(R(x,y),F(y)), \quad (9)$$

$$\overline{R}(F)(x) = \sup_{y \in U} T(R(x,y),F(y)). \quad (10)$$

对于 $\forall x \in U$,由式(9)和(10)定义的模糊粗糙集模型的基本性质有[11]:

1) $\overline{R}(F)(x) \ge \underline{R}(F)(x)$. (11)

2) $\overline{R}(\varnothing)(x) = \underline{R}(\varnothing)(x) = 0$. (12)

3) $\overline{R}(U)(x) = 1; \underline{R}(U)(x) = 1$,若 I 为左单调蕴涵算子. (13)

3　变精度模糊粗糙集模型的相关工作

模糊粗糙集模型将 Pawlak 的经典粗糙集模型从普通信息系统推广到模糊信息系统,是粗糙集理论的重要扩展. 但是这种模型同经典粗糙集模型类似,容易受到噪音数据的影响. 此处以 Dubois 等的模糊粗糙集模型[3,4] 为例观察这一事实,即式(9)中 $I(x,y) = \max\{1 - x, y\}$,式(10)中 $T(x,y) = \min\{x,y\}$, $\forall x,y \in [0,1]$. 对于模糊近似空间 $FAS = (U,R)$,如果 U 中仅仅存在一个元素 y 与 x 很接近(即 $R(x,y)$ 接近 1),同时 y 对 F 的隶属度较小(即 $F(y)$ 较小),则由 $\underline{R}(F)(x) = \inf_{y \in U} \max\{1 - R(x,y), F(y)\}$ 可知 x 对 $\underline{R}(F)$ 的隶属度较小. 同理,如果仅存在一个元素 $y \in U$ 和 x 很接近,同时 y 对 F 的隶属度较大,则易得 x 对 $\overline{R}(F)$ 的隶属度较大.

从实际应用的角度看,导致上述现象的个别元素往往是噪音数据. 为了避免个别异常数据对上、下近似的计算结果产生整体性的影响,一种思路是将 Ziarko 的"变精度"思想引入模糊粗糙集模型. 目前,已经有研究者提出了变精度模糊粗糙集模型[8,9]. 该模型对上、下近似的定义虽然考虑到了噪音数据的影响,但是并没有继承粗糙集、变精度粗糙集和模糊粗糙集所共有的某些基本性质. 下面首先介绍变精度模糊粗糙集模型的定义[8,9](此处做了必要的转化).

定义 2　令 $FAS = (U,R)$ 为模糊近似空间, F 为 U 的模糊子集, $\forall x_i \in U$,由 x_i 和 R 导出的模糊等价类表示为一个模糊集,其隶属函数定义为 $X_i(x) = R(x_i,x)$, $\forall x \in U$,则 F 的 β 下近似为

$$\underline{R}_\beta(F)(x_i) = \begin{cases} \inf\limits_{x \in S_{i_l}} I(X_i(x),F(x)), \\ \quad \exists \alpha_l = \sup\{\alpha \in (0,1] : e_\alpha(X_i,F) \le \beta\}; \\ 0, \text{ otherwise}. \end{cases} \quad (14)$$

其中

$$S_{i_l} = \mathrm{supp}(X_i \cap (X_i^F)_{\alpha_l}), \quad (15)$$

$$e_\alpha(X_i,F) = 1 - \frac{\mathrm{power}(X_i \cap (X_i^F)_\alpha)}{\mathrm{power}(X_i)}. \quad (16)$$

F 的 β 上近似为

$$\overline{R}_\beta(F)(x_i)=\begin{cases}\sup\limits_{x\in S_{i_u}} T(X_i(x),F(x)), \\ \qquad \exists\alpha_u=\sup\{\alpha\in(0,1]:e'_\alpha(X_i,F)<1-\beta\};\\ 0,\ \text{otherwise}.\end{cases}\tag{17}$$

其中

$$S_{i_u}=\mathrm{supp}(X_i\cap(X_iF)_{\alpha_u}),\tag{18}$$

$$e'(X_i,F)=1-\frac{\mathrm{power}(X_i\cap(X_iF)_\alpha)}{\mathrm{power}(X_i)}.\tag{19}$$

在式(19)中,对于模糊集 A,A_α 表示 A 的 α 截集[10],即 $A_\alpha=\{x\in U:A(x)\geq\alpha\}$,$\mathrm{power}(A)=\sum_x A(x)$. 此外,对于模糊集 A 和 B,A^B,AB 均为模糊集,分别为

$$A^B(x)=\begin{cases}I(A(x),B(x)),\ A(x)>0;\\ 0,\ \text{otherwise};\end{cases}\tag{20}$$

$$(AB)(x)=T(A(x),B(x)).\tag{21}$$

4 变精度模糊粗糙集模型应具备的基本性质

首先,变精度模糊粗糙集应把"变精度"思路同模糊粗糙集结合起来;其次,应当具备粗糙集、变精度粗糙集以及模糊粗糙集共有的最基本性质. 对于 $\forall x\in U$,这些性质包括:

1) $\overline{R}_\beta(F)(x)\geq\underline{R}_\beta(F)(x)$; (22)

2) $\underline{R}_\beta(\varnothing)(x)=\overline{R}_\beta(\varnothing)(x)=0$, (23)

$\underline{R}_\beta(U)(x)=\overline{R}_\beta(U)(x)=1$; (24)

3) $\underline{R}_0(F)(x)=\underline{R}(F)(x)$, (25)

$\overline{R}_0(F)(x)=\overline{R}(F)(x)$. (26)

式(22)描述的是论域中任意元素 x,其对 F 的 β 下近似集的隶属度值小于其对 F 的 β 上近似集的隶属度值. 在变精度粗糙集模型中,相应的性质为式(6),在模糊粗糙集模型中,相应的性质为式(11). 同时容易验证这也是粗糙集所具有的最基本性质之一[1,2]. 因为变精度粗糙集模型继承了粗糙集模型的这一性质,要求变精度模糊粗糙集模型继承模糊粗糙集模型的这一性质是合理的. 所以将式(22)作为变精度模糊粗糙集的基本性质是合理的. 式(23)和(24)描述的是论域中任意元素对空集的 β 下近似和 β 上近似的隶属度为 0,对全集的 β 下近似和 β 上近似的隶属度为 1. 这两条性质也是粗糙集、变精度粗糙集以及模糊粗糙集共同具有的基本性质. 类似式(22)的分析,将式(23)和(24)作为变精度模糊粗糙集的基本性质是合理的. 式(25)和(26)描述的性质表明在 β 为 0 时,变精度模糊粗糙集的基本定义应等同于模糊粗糙集的基本定义. 这显然也是变精度模糊粗糙集应具备的性质. 故将式(22)~(26)作为变精度模糊粗糙集的最基本性质是合理的.

下面通过例 1 来说明第 3 节描述的变精度模糊粗糙集的定义不能满足基本性质(22)和(23).

例 1 令 $U=\{x_1,x_2,\cdots,x_6\}$,R 为 U 上的模糊等价关系,由 x_1 和 R 导出的模糊相似类为

$$X_1=1/x_1+0.65/x_2+0.65/x_3+0.6/x_4+0.6/x_5+0.5/x_6.$$

其中 F 为 U 上的模糊集,定义为 $F=0.7/x_1+0.75/x_2+0.8/x_3+0.8/x_4+0.85/x_5+0.9/x_6$. 令 $\beta=0.25$,$I(x,y)=\max(1-x,y)$,$T(x,y)=\min(x,y)$,可以由式(14)~(19)计算得到

$$\alpha_l=0.75,\ \underline{R}_\beta(F)(x_1)=0.75;$$

$$\alpha_u=0.65,\ \overline{R}_\beta(F)(x_1)=0.7.$$

因此有 $\underline{R}_\beta F(x_1)>\overline{R}_\beta F(x_1)$. 同理,令 $\beta=0.25$,对空集 $\varnothing$,通过计算容易验证 $\alpha_l=0.35$,$\underline{R}_\beta(\varnothing)(x_1)=0.35$,$\overline{R}_\beta(\varnothing)(x_1)=0$,因此式(23)也不成立.

5 变精度模糊粗糙集模型的一种定义

本节给出模糊近似空间中某一模糊子集的 β 下近似和 β 上近似的定义. 出发点是在原有模糊粗糙集模型的基础上引入变精度的概念,同时该定义能满足第 4 节中提出的变精度模糊粗糙集所应满足的基本性质.

定义 2 令 FAS $=(U,R)$ 为模糊近似空间,F 为 U 的模糊子集,I 和 T 分别为 Border 蕴涵算子和 T 三角模,则 F 的 β 下近似为

$$\underline{R}_\beta(F)(x_i)=\inf_{y\in S_{\alpha_l}} I(R(x_i,y),F(y)).\tag{27}$$

其中

$$\alpha_l=\inf\{\alpha:e_\alpha(X_i,F)\leq\beta\},\tag{28}$$

$$e_\alpha(X_i,F)=1-\frac{\sum_{y\in S_\alpha}X_i(y)}{\mathrm{power}(X_i)},\tag{29}$$

$$S_\alpha=\{y\in\mathrm{supp}(X_i):|I(R(x_i,y),F(y))-F(x_i)|\leq\alpha\}.\tag{30}$$

β 上近似为

$$\overline{R}_\beta(F)(x_i)=\sup_{x\in S_{\alpha_u}}\mathrm{T}(R(x_i,y),F(y)).\tag{31}$$

其中

$$\alpha_u=\inf\{\alpha:e'_\alpha(X_i,F)<1-\beta\},\tag{32}$$

$$e'_\alpha(X_i,F)=1-\frac{\sum_{y\in S'_\alpha}X_i(y)}{\mathrm{power}(X_i)},\tag{33}$$

$$S'_\alpha=\{y\in\mathrm{supp}(X_i):|(T(R(x_i,y),F(y))-F(x_i)|\leq\alpha\}.\tag{34}$$

式(30)和(34)中的 S_α 和 S'_α 称为计算 β 下近似和 β 上近似时的计算区域.

下面讨论本节提出的变精度模糊粗糙集定义的若干基本性质.

定理1　对由式(27)～(34)定义的U的某一模糊子集F的β下近似和β上近似,性质(22)和(23)成立;当I为左单调蕴涵算子时性质(24)成立;当I为右单调蕴涵算子时性质(25)和(26)成立.

证明　式(22) 因为I为Border蕴涵算子,则$\forall x_i \in U, I(R(x_i,x_i),F(x_i)) = F(x_i)$,因此有$x_i \in S_{\alpha_l}$. 据此易得$\underline{R}_\beta(F)(x_i) \le F(x_i)$. 注意到$T(R(x_i,x_i),F(x_i)) = T(1,F(x_i)) = F(x_i)$,则有$x_i \in S'_{\alpha_u}$,据此易得$\overline{R}_\beta(F)(x_i) \ge F(x_i)$,因此有$\overline{R}_\beta(F)(x_i) \ge \underline{R}_\beta(F)(x_i)$.

式(23) 因为$\underline{R}_\beta(\varnothing)(x_i) \le \varnothing(x_i) = 0$,因此有$R_\beta(\varnothing)(x_i) = 0$. 而$\forall y \in U, \varnothing(y) = 0$,由$T$的单调性有$T(R(x_i,y),\varnothing(y)) \le T(1,0) = 0$,可以得到$\overline{R}_\beta(\varnothing)(x_i) = 0$.

式(24) 因为$\overline{R}_\beta(U)(x_i) \ge U(x_i) = 1$,因此有$\overline{R}_\beta(U)(x_i) = 1$. 若$I$为左单调蕴涵算子,则有$\forall y \in U, I(R(x_i,y),U(y)) = I(R(x_i,y),1) \ge I(1,1) = 1$,即意味着$\underline{R}_\beta(U)(x_i) = 1$.

式(25) 若$\beta = 0$, $e_\alpha(X_i,F) \le \beta$意味着$S_{\alpha_l} = \mathrm{supp}(X_i)$,则$\forall x \in U \backslash \mathrm{supp}(X_i), R(x_i,x) = 0$. 若$I$为右单调蕴涵算子,则有$I(R(x_i,x),F(x)) = I(0,F(x)) \ge I(0,0) = 1$. 由此不难得到

$$\underline{R}_0(F)(x_i) = \inf_{y \in \mathrm{supp}(X_i)} I(R(x_i,y),F(y)) = \inf_{y \in U} I(R(x_i,y),F(y)) = \underline{R}(F)(x_i).$$

式(26) 由T的单调性类似可证. □

在由式(3)～(5)定义的变精度粗糙集模型中,以下性质成立[7]:

$$\underline{R}_\beta(X \cap Y) \subseteq \underline{R}_\beta X \cap \underline{R}_\beta Y,$$

$$\overline{R}_\beta(X \cup Y) \supseteq \overline{R}_\beta X \cap \overline{R}_\beta Y.$$

相应地,对于式(27)～(34)定义的变精度模糊粗糙集模型,以下定理成立.

定理2　令FAS $= (U,R)$为模糊近似空间,A和B分别为U的模糊子集,$\underline{R}_\beta(A \cap B)(x) \le \underline{R}_\beta(A)(x) \cap \underline{R}_\beta(B)(x)$成立. 当$I$为右单调蕴涵算子,同时$\forall y \in U$,以下2个条件之一满足:

1) $I(R(x,y),A(y)) \ge A(x), I(R(x,y),B(y)) \ge B(x)$;

2) $I(R(x,y),A(y)) \le A(x), I(R(x,y),B(y)) \le B(x)$.

证明　若$\forall y \in U$,条件1)满足,则$\underline{R}_\beta(A)(x) = A(x)$, $\underline{R}_\beta(B)(x) = B(x)$. 又因为$I$为右单调蕴涵算子,则有

$$I(R(x,y),(A \cap B)(y)) = \min\{I(R(x,y),A(y)),I(R(x,y),B(y))\} \ge \min\{A(x),B(x)\} = (A \cap B)(x).$$

因此有

$$\underline{R}_\beta(A \cap B)(x) = (A \cap B)(x) = \underline{R}_\beta(A)(x) \cap \underline{R}_\beta(B)(x).$$

若条件2)满足,假设此时存在$x_i \in U$,且$\underline{R}_\beta(A \cap B)(x_i) > \underline{R}_\beta(A)(x_i) \cap \underline{R}_\beta(B)(x_i)$. 不失一般性,假设$\underline{R}_\beta(A)(x_i) > \underline{R}_\beta(B)(x_i)$,则可得到$\underline{R}_\beta(A \cap B)(x_i) > \underline{R}_\beta(B)(x_i)$. 进一步可以假设$\overline{R}_\beta(A \cap B)(x_i) = I(R(x_i,y_j),(A \cap B)(y_j))$, $\underline{R}_\beta(B)(x_i) = I(R(x_i,y_k),B(y_k))$.

结合此前的假设,有

$$I(R(x_i,y_j),(A \cap B)(y_j)) > I(R(x_i,y_k),B(y_k)).$$

由题设,I为右单调蕴涵算子,则$y_j \ne y_k$,否则此不等式不成立. 同时因I为右单调蕴涵算子,$\forall y \in (S_{\alpha_l})_{A \cap B}$,有

$$I(R(x_i,y),(A \cap B)(y)) \le I(R(x_i,y),B(y)).$$

由此可得

$$I(R(x_i,y),B(y)) \ge I(R(x_i,y),(A \cap B)(y)) \ge I(R(x_i,y_j),(A \cap B)(y_j)) > I(R(x_i,y_k),B(y_k)).$$

由条件2)不难得到

$$|I(R(x_i,y),B(y)) - B(x_i)| < |I(R(x_i,y_k),B(y_k)) - B(x_i)|.$$

此式意味着$\forall y \in (S_{\alpha_l})_{A \cap B}$,有$y \in (S_{\alpha_l'})_B$,同时因为$y_j \ne y_k$,即意味着$(S_{\alpha_l})_{A \cap B} \subset (S_{\alpha_l'})_B$. 又因为

$$1 - \frac{\sum_{y \in (S_{\alpha_l'})_{A \cap B}} X_i(y)}{\mathrm{power}(X_i)} \le \beta,$$

易知$(S_{\alpha_l})_{A \cap B} \subset (S_{\alpha_l'})_B$和$\alpha_l'$为满足$e_\alpha(X_i,B) \le \beta$的$\alpha$的下确界相矛盾. 因此,$\underline{R}_\beta(A \cap B)(x) \le \underline{R}_\beta A(x) \cap \underline{R}_\beta B(x)$成立. 此处,$(S_{\alpha_l})_F$表示在计算$F$的$\beta$下近似时的计算区域. □

由T三角模的单调性,可以类似地证明以下定理.

定理3　令FAS $= (U,R)$为模糊近似空间,A和B分别为U的模糊子集,$\overline{R}_\beta(A \cup B)(x) \ge \overline{R}_\beta(A)(x) \cup \overline{R}_\beta(B)(x)$成立. 当$\forall y \in U$,以下2个条件之一满足:

1) $T(R(x,y),A(y)) \ge A(x), T(R(x,y),B(y)) \ge B(x)$;

2) $T(R(x,y),A(y)) \le A(x), T(R(x,y),B(y)) \le B(x)$.

例2　续例1. 已知

$$X_1 = 1/x_1 + 0.65/x_2 + 0.65/x_3 + 0.6/x_4 + 0.6/x_5 + 0.5/x_6,$$
$$F = 0.7/x_1 + 0.75/x_2 + 0.8/x_3 + 0.8/x_4 + 0.85/x_5 + 0.9/x_6.$$

同样令 $\beta = 0.25$, $I(x,y) = \max(1-x,y)$, $T(x,y) = \min(x,y)$,可得

$$\alpha_l = 0.15, S_{\alpha_l} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\},$$
$$\underline{R}_\beta F(x_1) = \inf_{y \in S_{\alpha_l}} I(R(x_i,y), F(y)) = 0.7.$$
$$\alpha_u = 0.05, S'_{\alpha_u} = \{x_1, x_2, x_3\},$$
$$\overline{R}_\beta F(x_1) = \sup_{x \in S'_{\alpha_u}} T(R(x_i,y), F(y)) = 0.7.$$

对于空集 $\varnothing$,可得

$$\alpha_l = 0.4, S_{\alpha_l} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\},$$
$$\underline{R}_\beta(\varnothing)(x_1) = \inf_{y \in S_{\alpha_l}} I(R(x_i,y), \varnothing(y)) = 0,$$
$$\alpha_u = 0, S'_{\alpha_u} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\},$$
$$\overline{R}_\beta(\varnothing)(x_1) = \sup_{x \in S'_{\alpha_u}} T(R(x_i,y), F(y)) = 0.$$

显然,性质(22) 和(23) 都是成立的.

6 结 论

经典粗糙集理论是处理不精确和不确定知识的有效数学工具,但仅适用于一般信息系统.模糊粗糙集模型将粗糙集理论的基本思想应用到模糊信息系统,是经典粗糙集理论的重要扩展.但从实际应用的角度而言,由于数据获取或数据处理方面的原因,信息系统中的数据难免含有噪音数据,而模糊粗糙集模型同经典粗糙集模型类似,都存在着容易受到噪音数据影响的问题.对此,研究者们受到变精度粗糙集模型的启发,提出了变精度模糊粗糙集的概念.现有的变精度模糊粗糙集模型不能满足一些基本的性质,而这些性质是粗糙集、变精度粗糙集和模糊粗糙集所共有的.本文针对现有变精度模糊粗糙集模型存在的这一问题,提出了变精度模糊粗糙集的一种定义,该定义能够满足上述的基本性质.

参考文献(References)

[1] Pawlak Z. Rough sets[J]. Int J of Computer and Information Science, 1982, 11(5): 341-356.

[2] Pawlak Z. Some issues on rough sets[J]. Trans on Rough Sets I, 2004: 1-58.

[3] Dubois D, Prade H. Rough fuzzy sets and fuzzy rough sets[J]. Int J of General Systems, 1990, 17(2/3): 191-209.

[4] Dubois D, Prade H. Putting rough sets and fuzzy sets together[C]. Intelligent Decision Support Handbook of Applications and Advances of the Rough Sets. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1992: 203-222.

[5] Bodjanova S. Approximation of fuzzy concepts in decision making[J]. Fuzzy Sets System, 1997, 85(1): 23-29.

[6] Yao Y. Combination of rough and fuzzy sets based on α level sets[C]. Rough Sets and Data Mining. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997: 301-321.

[7] Ziarko W. Variable precision rough set model[J]. J of Computer Systems and Science, 1993, 46(1): 39-59.

[8] Mieszkowicz-Rolka A, Rolka L. Variable precision fuzzy rough sets[J]. Trans on Rough Sets I, 2004: 144-160.

[9] Mieszkowicz-Rolka A, Rolka L. Fuzzy implication operators in variable precision fuzzy rough sets model [C]. Artificial Intelligence and Soft Computing-ICAISC 2004. Zakopane: Springer-Verlag, 2004: 498-503.

[10] Klir G J, Yuan B. Fuzzy logic: Theory and applications[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1995.

[11] Radzikowska A M, Kerre E E. A comparative study of fuzzy rough sets[J]. Fuzzy Sets System, 2002, 126(2): 137-155.

[12] 李凡,刘启和,叶茂,等. 不一致决策表的知识约简方法研究[J]. 控制与决策, 2006, 21(8): 857-862.
(Li F, Liu Q H, Ye M, et al. Approaches to knowledge reduction in inconsistent decision tables[J]. Control and Decision, 2006, 21(8): 857-862.)

(上接第 1205 页)

[48] Boukas E K, Shi P, Andijani A. Robust inventory-production control problem with stochastic demand[J]. Optimal Control Applications and Methods, 1999, 20(1): 1-20.

[49] Boukas E K, Rodrigues L. Inventory control of switched production systems: LMI approach analysis, control and optimization of complex dynamic systems [M]. London: Kluwer Academic Publisher, 2005.

[50] Laumanns M, Lefeber E. Robust optimal control of material flows in demand-driven supply networks[J]. Physica A, 2006, 363(1): 24-31.

[51] Huang Xiao-yuan, Yan Ni-na, Guo Hai-feng. A H_∞ control method of the bullwhip effect for a class of supply chain systems[J]. Int J of Production Research, 2007, 45(1): 207-226.

[52] 黄小原. 供应链运作——协调、优化与控制[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
(Huang X Y. The supply chain operation: Coordination, optimzaion and control[M]. Beijing: Science Press, 2007.)