

文章编号: 1001-0920(2008)11-1311-04

一类网络控制系统的稳定性分析

王志文¹, 潘 纬¹, 郭 戈²

(1. 兰州理工大学 电气与信息工程学院, 兰州 730050; 2. 大连海事大学 自动化学院, 辽宁 大连 116026)

摘 要: 针对网络控制系统中普遍存在的信息量化问题, 采用基于模型的控制策略, 研究了一类网络控制系统的稳定性. 在考虑均匀量化的影响下, 对于不同的初始量化误差, 分别讨论了系统的稳定性, 并给出了保证系统全局指数稳定的充分必要条件以及系统的稳定域范围. 仿真结果验证了所得结论的正确性.

关键词: 网络控制系统; 稳定性; 量化; 稳定域

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Stability analysis of a class of networked control systems

WANG Zhi-wen¹, PAN Wei¹, GUO Ge²

(1. College of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China; 2. Automation Research Center, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China. Correspondent: WANG Zhi-wen, E-mail: wwwangzhiwen@163.com)

Abstract: The stability of a class of networked control systems is considered by adopting model-based control strategy in view of the quantization effect which exists generally in networked setting. Necessary and sufficient conditions for system to be globally exponentially stable and the stable regions of the system are presented under different initial quantization errors. Simulation examples results show the correction of the conclusion.

Key words: Networked control systems; Stability; Quantization; Stable region

1 引 言

随着计算机技术和通信技术的飞速发展, 控制系统的规模越来越庞大, 分散化程度越来越高, 传统的点对点控制已经无法满足复杂工程系统对控制系统结构的要求, 进而促进了网络化控制系统的发展. 通过网络形成闭环的控制系统称为网络控制系统(NCS)^[1-4]. 由于网络本身所具有的特性, 网络的引入同时会给控制系统分析和综合带来很多新问题, 如网络带宽资源的有限性, 网络中信息传输的速率与传输中的延迟, 信息的量化, 分布式的控制方式等. 因此, 网络化控制系统的分析与综合不同于传统的控制系统, 必须综合考虑控制与通讯的耦合^[5-9].

大量文献已经讨论了网络带宽对控制系统性能的影响以及在网络通讯限制下 NCS 的调度和控制问题. Montestruque 等^[10-12]研究了网络存在于传感器和控制器之间的 NCS 的控制问题, 提出基于模型的网络控制系统结构(MB-NCS). 其核心思想是利

用一个近似于被控对象动态系统的模型重新构造被控对象的状态, 在保证系统稳定的前提下, 尽可能少用网络传输数据, 从而减少了网络的利用率, 同时给出了保证系统全局指数稳定的最大通讯间隔. 在此基础上, 文献[13, 14]提出了改进的基于模型的控制方法, 并给出 NCS 全局指数稳定的充分必要条件. 文献[15, 16]研究了基于模型的网络化输入多采样率控制系统的稳定性.

在上述基于模型的网络控制系统研究中, 都没有考虑网络中的信息量化问题. 事实上, 网络控制系统是通过网络形成闭环的实时反馈控制系统, 由于信息通过网络进行传输, 不可避免地引入了信息的量化. 因此, 本文采用基于模型的控制策略, 考虑了通讯通道中的量化因素, 研究了基于模型的量化状态反馈网络控制系统的稳定性.

2 问题的描述

考虑如图 1 所示的网络控制系统.

收稿日期: 2007-07-23; 修回日期: 2007-12-10.

基金项目: 新世纪优秀人才支持计划项目(NCET-04-0982); 国家自然科学基金项目(60504017); 兰州理工大学特色学术梯队项目(0915).

作者简介: 王志文(1976—), 男, 甘肃民勤人, 讲师, 博士生, 从事网络控制系统的研究; 郭戈(1972—), 男, 甘肃庄浪人, 教授, 博士生导师, 从事网络化控制系统分析、移动机器人等研究.

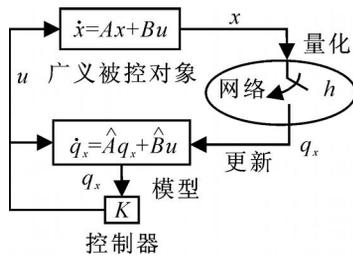


图1 网络控制系统结构

在图1所示的NCS中,网络存在于传感器和控制器之间,被控对象为包含传感器和执行器的广义被控对象.采用基于模型的控制策略,在 t_k 时刻,利用被量化后的被控对象的状态 q_x 来更新模型状态.然后系统以开环形式运行 h 秒,即被量化后的被控对象状态作为模型状态的初始值,利用模型状态反馈使对象达到稳定.到 t_{k+1} 时刻,系统又以闭环形式工作,再次利用被量化后的被控对象状态重新更新模型状态.定义量化误差为 $e = x - q_x$,则整个系统可以描述如下:

被控对象: $\dot{x} = Ax + Bu$;

模型: $\dot{q}_x = \hat{A}q_x + \hat{B}u$;

控制器: $u = Kq_x$.

其中: $x(t) \in \mathbf{R}^n, u(t) \in \mathbf{R}^m, A$ 和 B 为常数矩阵, K 为状态反馈控制器增益.

定义整个系统的状态为 $z(t) = [x(t), e(t)]^T$, 则系统的动态模型可表示为

$$\begin{aligned} \dot{z} &= z, t \in [t_k, t_{k+1}), \\ \begin{bmatrix} x(t_k) \\ e(t_k) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x(t_k^1) \\ x(t_k) - q(x(t_k)) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (1)$$

其中

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A + BK & -BK \\ \tilde{A} + \tilde{B}K & A - \tilde{B}K \end{bmatrix},$$

$\bar{A} = A - A$ 和 $\tilde{B} = B - B$ 为模型误差, t_k^1 指每次传输开始时刻.

可以看出,在模型误差一定的情况下,系统的稳定性取决于传输开始时刻的量化误差.

3 主要结果

3.1 $e(t_k) = 0$

定理1 系统(1)在初始条件 $z(t_0) = [x(t_0), 0]^T$ 的响应为

$$z(t) = e^{(t-t_k)} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} e^{h \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}} z(t_0), \quad t \in [t_k, t_{k+1}), t_{k+1} - t_k = h.$$

证明 当 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 时,系统响应为

$$z(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \end{bmatrix} = e^{(t-t_k)} \begin{bmatrix} x(t_k) \\ 0 \end{bmatrix} = e^{(t-t_k)} z(t_k). \quad (2)$$

由于在 t_k 时刻,即传输开始时刻,量化误差 $e(t_k) = 0$,则有

$$z(t_k) = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} z(t_k) \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} e^h, \quad (3)$$

由式(2)可得

$$z(t_k) = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} e^{hz} z(t_{k-1}). \quad (4)$$

于是有

$$\begin{aligned} z(t) &= e^{(t-t_k)} z(t_k) = \\ e^{(t-t_k)} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} e^{hz} z(t_{k-1}) &= \\ e^{(t-t_k)} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} e^{h \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}} e^{hz} z(t_{k-2}) &= \dots = \\ e^{(t-t_k)} \left(\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} e^{h \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}} \right)^k z(t_0) &= \\ e^{(t-t_k)} M^k z(t_0). \end{aligned} \quad (5)$$

综上所述,定理1得证.

定理2 当且仅当 M 的所有特征根在单位圆内时,系统(1)的解 $z = [x \ e]^T = [0 \ 0]^T$ 全局指数稳定.

证明 首先证明充分性.对式(5)两边取范数,有

$$\begin{aligned} z(t) &= e^{(t-t_k)} M^k z(t_0) \\ e^{(t-t_k)} M^k z(t_0) & \end{aligned}$$

因为

$$e^{(t-t_k)} e^{(t-t_k)} e^{(t-t_k)} = K_1,$$

其中 (\cdot) 为 M 的最大奇异值.又 M 的所有特征根在单位圆内,因此存在 K_2 和 $\epsilon > 0$ 使得 $M^k \leq K_2 e^{-\epsilon k}$,而

$$K_2 e^{-\epsilon k} < K_2 e^{-\epsilon \frac{t-t_k}{h}} = K_3 e^{-\epsilon t},$$

其中各参数均为正实数. $K_3 = K_2 e^{\epsilon/h}, \epsilon = \epsilon/h$,综合以上分析,可得 $z(t) \leq K_1 K_3 e^{-\epsilon t} z_0$,则定理2的充分性得证.

用反证法证明定理2的必要性.设系统(1)稳定,且 M 至少有一个特征根在单位圆外.既然系统稳定,则系统响应的周期采样也稳定,即系统响应周期采样的序列乘积随时间会收敛到零.以 $t = t_{k+1}$ 为例,因为 M 至少有一个特征根在单位圆外,则 $z(t_{k+1})$ 将随着 k 的增大而增大,即当 $k \rightarrow \infty$ 时, $z(t_{k+1}) \rightarrow \infty$,显然系统不能稳定,这与假设矛盾.定理2的必要性得证.

可以看出,如果采用适当的动态量化或分辨率很高的量化器,只要保证每次传输开始时刻都有 $e(t_k) = 0$,即 $\begin{bmatrix} x(t_k) \\ e(t_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(t_k^1) \\ 0 \end{bmatrix}$.由于此时不存在

量化误差,系统的稳定性只取决于状态更新时间 h 和模型误差,那么 Montestruque 提出的 MB-NCS 的稳定性理论同样适用于考虑量化因素后的基于模型网络控制系统.然而,在实际中量化误差是不可避免的,因此,分析量化误差对于 MB-NCS 稳定性的影响是非常必要的.

3.2 $e(t_k) = 0$

对于系统 (1),选取如下均匀量化:

$$q(z) = z^{-1} \text{sat}(z), \quad z \in \mathbb{R}^n, \quad \text{sat}(z) = \begin{cases} z & |z| \leq 1 \\ \frac{z}{|z|} & |z| > 1 \end{cases} \quad (6)$$

其中 z 为量化信号, $q(z)$ 为均匀量化后的信号.

定理 3 对于不考虑量化因素的网络控制系统 (1),如果存在状态反馈使得系统稳定,且满足 $N^T P N - P = -Q_D$,其中

$$N = e^{(A+BK)h} + e^{Ah} \int_0^h e^{-A(\tilde{t})} (\tilde{A} + \tilde{B}K) e^{(\tilde{A} + \tilde{B}K)\tilde{t}} d\tilde{t} = e^{(A+BK)h} + (h),$$

Q_D 为对称正定矩阵.则在引入式 (6) 的均匀量化后,状态反馈控制能够使得 MB-NCS 的状态不超出稳定域,即 $\|x(t)\| \leq \rho$,其中

$$\rho = \sqrt{\frac{\max((e^{Ah} - (h))^T P (e^{Ah} - (h)))^2}{\min(Q_D)}}.$$

证明 由式 (1) 可得误差的响应为

$$e(t) = e^{A(t-t_k)} e(t_k) + \int_{t_k}^t (t-s) (x_k - e(t_k)) ds = (e^{A(t-t_k)} - (t-t_k)) e(t_k) + (t-t_k) x_k,$$

其中

$$(t-t_k) = \int_0^{t-t_k} e^{A(t-t_k-s)} (\tilde{A} + \tilde{B}K) e^{(A+BK)s} ds.$$

当 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 时,对象状态响应为

$$x(t) = \hat{x}(t) + e(t) = e^{(A+BK)(t-t_k)} x(t_k) + (e^{A(t-t_k)} - (t-t_k)) e(t_k) + (t-t_k) x(t_k).$$

由 Lyapunov 不等式可以得出

$$V(x(t_{k+1})) - V(x(t_k)) \leq -hc \|x_k\|^2, \quad c \in \mathbb{R}^+.$$

进一步可得

$$\begin{aligned} V(x(t_{k+1})) &= x^T(t_{k+1}) P x(t_{k+1}) = \\ &= x^T(t_k) (e^{(A+BK)h} + (h))^T P (e^{(A+BK)h} + (h)) x(t_k) + \\ &+ e^T(t_k) (e^{Ah} - (h))^T P (e^{Ah} - (h)) e(t_k) = \\ &= x_k^T P x_k - x_k^T Q_D x_k + e_k^T (e^{Ah} - (h))^T P (e^{Ah} - (h)) e_k. \end{aligned}$$

可得

$$\begin{aligned} V(x(t_{k+1})) - V(x(t_k)) &= \\ &= e_k^T (e^{Ah} - (h))^T P (e^{Ah} - (h)) e_k - \\ &- x_k^T Q_D x_k \\ &\leq \max((e^{Ah} - (h))^T P (e^{Ah} - (h)))^2 - \min(Q_D) \|x_k\|^2. \end{aligned}$$

即当

$$\|x(t)\| \leq \rho$$

$$\rho = \sqrt{\frac{\max((e^{Ah} - (h))^T P (e^{Ah} - (h)))^2}{\min(Q_D)}}.$$

时,均匀量化后状态反馈控制能使系统稳定.

定理 4 基于模型均匀量化的网络控制系统 (1),通过状态反馈使网络控制系统稳定,其模型、对象状态分别不超出如下稳定区域 $\hat{\rho}$ 和 ρ ,即 $\|\hat{x}(t)\| \leq \hat{\rho}$ 和 $\|x(t)\| \leq \rho$.其中

$$\hat{\rho} = e^{(A+BK)h} (\hat{\rho} + \rho),$$

$$\rho = (e^{(A+BK)h} + (h)) \rho + (e^{Ah} - (h)) \rho,$$

(\cdot) 为矩阵的最大奇异值.

证明 当 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 时,有

$$\hat{x}(t) = e^{(A+BK)(t-t_k)} \hat{x}(t_k) = e^{(A+BK)(t-t_k)} q(x(t_k)). \quad (7)$$

令 $e_q(t_k) = q(x(t_k)) - x(t_k)$,并代入式 (7),得

$$\hat{x}(t) = e^{(A+BK)(t-t_k)} (e(t_k) + x(t_k)). \quad (8)$$

对于式 (8),两边同时取范数,考虑到

$$\|e(t_k)\| \leq \sqrt{\frac{\max((e^{Ah} - (h))^T P (e^{Ah} - (h)))^2}{\min(Q_D)}},$$

得

$$\|\hat{x}(t)\| \leq e^{(A+BK)(t-t_k)} (\|e(t_k)\| + \|x(t_k)\|) = \hat{\rho}.$$

同理可得

$$\begin{aligned} \|x(t)\| &= \|e^{(A+BK)(t-t_k)} x(t_k) + (e^{A(t-t_k)} - (t-t_k)) e(t_k) + (t-t_k) x(t_k)\| \\ &\leq (e^{(A+BK)h} + (h)) \|x(t_k)\| + (e^{Ah} - (h)) \|e(t_k)\| = \rho. \end{aligned}$$

由此定理得证.

4 仿真实例

4.1 $e(t_k) = 0$

设被控对象描述为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

其模型描述如下:

$$A = \begin{bmatrix} 0.0958 & 1.0604 \\ -0.0066 & -0.0134 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -0.0518 \\ 1.0269 \end{bmatrix}.$$

易知,模型误差为

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} -0.0958 & -0.0604 \\ 0.0066 & 0.0134 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} 0.0518 \\ -0.0269 \end{bmatrix}.$$

考虑量化因素,模型所接收到的状态更新不是 x 而是量化后的信号 q_x .对上述系统设计状态反馈控制器 $K = [-1 \quad -2]$,使闭环极点位于 $\lambda_{1,2} = -1$.通过 Matlab 仿真,可得更新时间与 M 矩阵最大特征值的关系曲线,如图 2 所示.根据定理 2,可知当更新时间 $h = 12$ s 时,系统全局指数稳定.

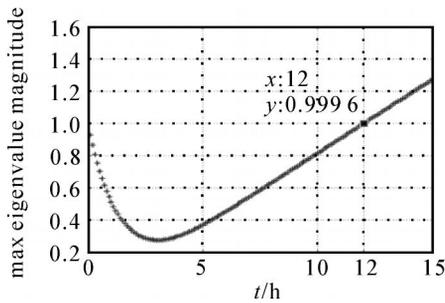


图 2 更新时间与 M 矩阵最大特征值的关系曲线

设系统初始状态为 $x = [1 \ 1]^T$, 更新时间 $h = 1$ s, 系统和模型的状态响应曲线如图 3 所示.

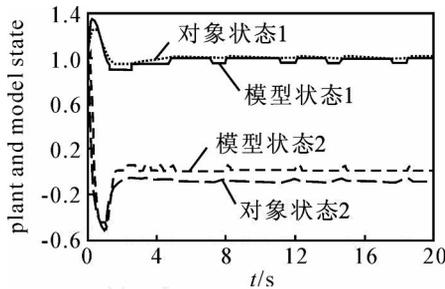


图 3 系统状态与模型状态

4.2 $e(t_k) = 0$

设被控对象描述为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

其模型描述如下:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -0.5395 & 1.7990 \\ -0.7126 & -0.4972 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} 0.3030 \\ 0.0096 \end{bmatrix}$$

易知, 模型误差为

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0.5395 & -0.7990 \\ 0.7126 & 0.4972 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} -0.3030 \\ 0.9904 \end{bmatrix}$$

设计状态反馈控制器 $K = [-1 \ -2]$. 通过 Matlab 仿真, 可得更新时间与 M 矩阵最大特征值的关系曲线, 如图 4 所示. 根据定理 2, 可知当更新时间 $h = 1.21$ s 时, 系统全局指数稳定.

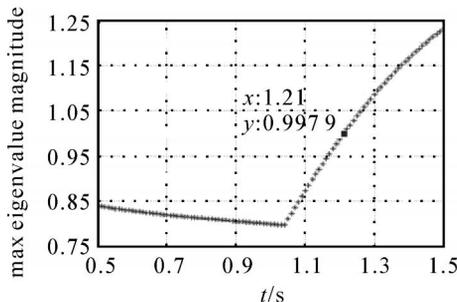


图 4 更新时间与 M 矩阵最大特征值的关系曲线

在此实例中, 假设传输开始时刻, 量化误差 $\epsilon = 0.343$, 选取更新时间 $h = 1$ s, 对称正定矩阵 $Q_D = I$. 根据定理 3 和定理 4, 分别得出考虑均匀量化因素后, 模型状态轨迹和对象状态轨迹的稳定域半径分

别为 $\rho^* = 3.34$, $\rho^* = 2.46$, 其仿真结果如图 5 所示.

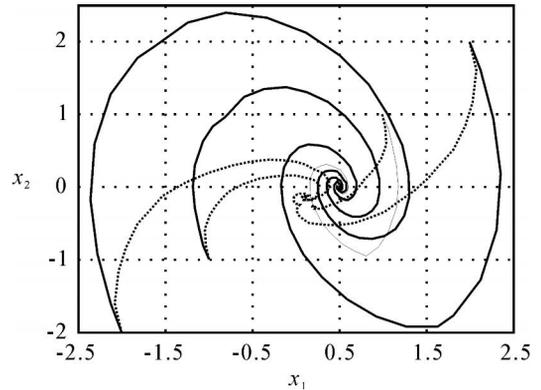


图 5 基于模型的网络控制系统状态轨迹

图 5 给出了被控对象和模型的状态运动轨迹和吸引区. 从图 5 中可以明显看出, 状态轨迹远远没有超出上述稳定域范围, 说明本文结论还较为保守.

5 结 论

本文采用基于模型的控制策略, 考虑了信息传输中的量化因素, 研究了一类网络控制系统的稳定性. 系统的稳定性依赖于量化误差、更新时间和模型误差. 在每次传输开始时刻, 如果量化误差为零, 则系统稳定性只依赖于更新时间和模型误差; 反之, 则必须考虑量化误差对系统稳定性的影响. 仿真实例表明了本文结论的正确性.

参考文献(References)

- [1] Halevi Y, Ray A. Integrated communication and control systems: Part I — Analysis [J]. J of Dynamic System Measure Control, 1988, 110(4): 367-373.
- [2] Nilsson J. Real-time control systems with delays [D]. Sweden: Lund Institute of Technology, 1998.
- [3] Walsh G C, Ye H, Bushnell L. Stability analysis of networked control systems [C]. Proc of the American Control Conf. San Diego, 1999: 2876-2880.
- [4] Branicky M S, Phillips S M, Zhang W. Stability of networked control systems: Explicit analysis of delay [C]. Proc of the American Control Conf. Chicago, 2000: 2352-2357.
- [5] Wong W S, Brockett R W. Systems with finite communication bandwidth constraints [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1997, 42(9): 1294-1299.
- [6] Wong W S, Brockett R W. Systems with finite communication bandwidth constraints [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1999, 44(5): 1049-1053.
- [7] Hristu D, Morgansen K. Limited communication control [J]. Systems and Control Letters, 1999, 37(7): 193-205.

(下转第 1320 页)

方法的实用性和有效性.

参考文献(References)

- [1] Gregory L Plett, Hans Böttrich. DDEKF learning for fast nonlinear adaptive inverse control[C]. Proc of the 2002 Int Joint Conf on Neural Network. Honolulu: IEEE, 2002: 2092-2097.
- [2] Gregory L Plett. Adaptive inverse control of linear and nonlinear systems using dynamic neural networks[J]. IEEE Trans on Neural Network, 2003, 14(2): 360-376.
- [3] Liu Ya-qiu, Ma Guang-fu, Jiang Xue-yuan. A design method for adaptive inverse control using NARX neural networks[C]. Proc of the 5th World Conf on Intelligent Control and Automation. Huangzhou, 2004: 459-463.
- [4] 刘亚秋. 基于动态神经网络的自适应逆控制应用研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2004. (Liu Y Q. The application research of adaptive inverse control based on dynamic neural network[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2004.)
- [5] Sirisak Wongsura, Waree Kongprawechnon. Discrete-time feedback error learning for unknown nonlinear systems [C]. The 2nd Int Conf on Innovative Computing, Information and Control. Kumamoto: IEEE, 2007: 141-144.
- [6] Eiichi Muramatsu, Keiji Watanabe. Feedback error learning control without recourse to positive realness [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(10): 1762-1769.
- [7] Ruan Xiao-gang, Liu Liang, Yu Nai-gong, et al. A model of feedback error learning based on Kalman estimator[C]. Proc of the 6th World Conf on Intelligent Control and Automation. Dalian, 2006: 4190-4194.
- [8] Hyun-Chool Shin, Ali H Sayed, Woo-Jin Song. Variable step-size NLMS and affine projection algorithms[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2004, 11(2): 132-135.
- [9] Tiebao Yang, Behnam Shahrrava. Performance of variable step-size LMS algorithms for linear adaptive inverse control systems [C]. Conf on Electrical and Computer Engineering. Canadian, 2005: 755-758.
- [10] 古德温, 孙贵生. 自适应滤波、预测与控制[M]. 北京: 科学出版社, 1992. (Goodwin G C, Sin K S. Adaptive filtering prediction and control[M]. Beijing: Science Press, 1992.)
- [8] Hristu D. Stabilization of LTI systems with communication constraints [C]. Proc of the American Control Conf. Chicago, 2000: 2342-2346.
- [9] Hassibi A, Boyd S P, How J P. Control of asynchronous dynamical systems with rate constraints on events[C]. Proc of the 38th IEEE Conf on Decision and Control. San Diego, 1999: 1345-1351.
- [10] Montestruque L A, Antsaklis P J. Model-based networked control systems: stability [R]. American: University of Notre Dame, 2002.
- [11] Montestruque L A, Antsaklis P J. State and output feedback control in model-based networked control systems[C]. Proc of the 41th IEEE Conf on Decision and Control. Las Vegas, 2002: 1620-1625.
- [12] Montestruque L A, Antsaklis P J. On the modelbased control of networked systems[J]. Automatica, 2003, 39(10): 1837-1843.
- [13] Mu S, Chu T, Hao E, et al. Output feedback control of networked control systems [C]. Proc of IEEE Int Conf on System, Man and Cybernetic. Washington, 2003: 211-216.
- [14] Mu S, Chu T, Hao E, et al. An improved model-based control scheme for networked systems[C]. Proc of IEEE Int Conf on System, Man and Cybernetic. Hague, 2004: 6131-6136.
- [15] 项林英, 郭戈. 基于模型状态反馈的网络化输入多采样率系统[J]. 信息与控制, 2005, 34(3): 380-382. (Xiang L Y, Guo G. Model-based networked control system with multi-rate input sampling[J]. Information and Control, 2005, 34(3): 380-382.)
- [16] Wang Z W, Fan T C. Model-based networked control systems with multi-rate input sampling [C]. The 3rd Int Conf on Impulsive Dynamical Systems and Application. Qingdao, 2006: 603-608.

(上接第 1314 页)