文章编号: 1001-0920(2008)11-1216-05

Delta 算子系统动态输出反馈 D-稳定鲁棒协方差控制

肖民卿[1,2], 曹长修[1], 姚志强[2]
(1. 重庆大学 自动化学院, 重庆 400044; 2. 福建师范大学 数学与计算机科学学院, 福州 350007)

摘 要: 研究 Delta 算子描述的线性不确定系统基于动态输出反馈的 D-稳定鲁棒协方差控制问题. 设计动态输出反馈控制器,使 Delta 算子不确定系统鲁棒 D-稳定,且稳态输出协方差矩阵具有给定上界. 利用线性矩阵不等式(LMI)方法,给出 D-稳定鲁棒协方差控制器存在的充分条件. 在此基础上,提出相应控制器的设计算法. 数值算例表明了该设计方法的可行性.

关键词: 鲁棒协方差控制; Delta 算子系统; 动态输出反馈; D-稳定
中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

D-stable robust covariance control via dynamic output feedback for delta operator systems

XIAO Min-qing[1,2], *CAO Chang-xiu*[1], *YAO Zhi-qiang*[2]
(1. College of Automation, Chongqing University, Chongqing 400044, China; 2. School of Mathematics and Computer Science, Fujian Normal University, Fuzhou 350007, China. Correspondent: XIAO Min-qing, E-mail: xxmmqq@fjnu.edu.cn)

Abstract: The problem of D-stable robust covariance control for the delta operator formulated linear uncertain systems based on dynamic output feedback is studied. The aim is to design a dynamic output feedback controller such that the delta operator uncertain system is robustly D-stable, and the output covariance matrix is less than a given positive definite matrix. Based on linear matrix inequality (LMI) theory, an existence condition of such controller is given, and then the design procedure of the controller is presented. A numerical example shows the feasibility of the design method.

Key words: Robust covariance control; Delta operator system; Dynamic output feedback; D-stable

1 引 言

近年来,Delta 算子系统控制成为控制理论和应用研究的热点之一,已获得许多成果[1-6]. 一些学者研究了 Delta 算子系统基于区域极点约束[7,8]的各类控制问题,如文献[3]给出了保成本控制的研究成果;[4,5]将连续系统和离散系统统一于 Delta 算子框架中,并研究了鲁棒 D-镇定、鲁棒 H_∞控制等问题;[6]研究了鲁棒容错控制问题. 然而,至今为止,关于 Delta 算子系统鲁棒协方差控制方面的研究成果尚不多见.

一方面,对于线性随机系统,可通过使其闭环系统稳态输出协方差矩阵不超过给定的上界来保证控制系统具有期望的稳态性能[7];另一方面,由于状态的不易量测或测量设备的限制,状态反馈控制在物理上通常难以实现. 因此,研究基于输出反馈的鲁棒协方差控制更具现实意义. 文献[9]研究了连续系统输出反馈鲁棒协方差控制问题. 运用线性矩阵不等式(LMI)理论,采取变量替换法设计控制器,在求解时须事先设定参数 ε的值. 遗憾的是目前没有有效方法选取 ε的值以保证问题有解.

本文针对一类 Delta 算子描述的范数有界参数不确定线性随机系统,研究了采用动态输出反馈实现系统 D-稳定鲁棒协方差控制的问题. 运用 LMI 方法,基于消元法思想,给出满足性能指标要求的动态输出反馈控制器的存在条件和避免选取自由参数的控制器设计方法.

收稿日期: 2007-09-07; 修回日期: 2007-11-16.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60673014).
作者简介: 肖民卿(1970 —),男,福建莆田人,副教授,博士生,从事线性系统代数理论、鲁棒控制等研究; 曹长修(1937 —),男,山东蓬莱人,教授,博士生导师,从事线性系统理论、智能控制等研究.

2 问题描述

设 Delta 算子描述的不确定离散系统为

$$
\begin{aligned}
&\delta x(k) = \\
&(A + \Delta A)x(k) + (B + \Delta B)u(k) + Dw(k), \\
&y(k) = C_1 x(k), \\
&z(k) = C_2 x(k). \qquad (1)
\end{aligned}
$$

其中: δ 为 Delta 算子符号, $\delta = (q-1)/T$, q 为前向移位算子, 即 $qx(k) = x(k+1)$, T 为采样周期; $x(k) \in R^n$ 为系统状态; $u(k) \in R^m$ 为控制输入; $y(k) \in R^q$ 为量测输出; $z(k) \in R^s$ 为被调输出; $w(k) \in R^p$ 为具有单位协方差矩阵的零均值白噪声过程, 且与初始状态 $x(0)$ 不相关; A, B, D, C_1, C_2 为已知适维常数矩阵; ΔA, ΔB 为系统不确定性, 具有如下形式:

$$[\Delta A \quad \Delta B] = EF[G_1 \quad G_2]. \qquad (2)$$

这里: E, G_1, G_2 为已知适维常数矩阵; F 为满足 $F^{\mathrm{T}}F \le I$ 的适维不确定性参数矩阵.

设 n_c 阶 $(0 < n_c < n)$ 动态输出反馈控制器为

$$
\begin{aligned}
&\delta x_c(k) = A_c x_c(k) + B_c y(k), \\
&u(k) = C_c x_c(k) + D_c y(k), \qquad (3)
\end{aligned}
$$

其中 $x_c(k) \in R^{n_c}$ 为控制器的状态. 将控制器 (3) 用于系统 (1), 得到如下闭环系统:

$$\delta \bar{x}(k) \tilde{=} \bar{x}(k) + \dot{D}w(k), \qquad (4a)$$

$$z(k) = \bar{C}_2 \bar{x}(k). \qquad (4b)$$

其中

$$\bar{x}(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ x_c(k) \end{bmatrix}, \sim = \bar{A} + \Delta\bar{A} + (\bar{B} + \Delta\bar{B})K\bar{C}_1,$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, \bar{C}_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} D_c & C_c \\ B_c & A_c \end{bmatrix}, [\Delta\bar{A} \quad \Delta\bar{B}] = \bar{E}F[\bar{G}_1 \quad \bar{G}_2],$$

$$\bar{E} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{G}_1 = [G_1 \quad 0], \bar{G}_2 = [G_2 \quad 0],$$

$$\dot{D} = \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{C}_2 = [C_2 \quad 0].$$

记 γ 为 δ 变换的复频域变量; $D(a, r)$ 表示 γ 平面上以 $a + \mathrm{j}0$ 为中心, r 为半径的圆盘区域; $\lambda(A)$ 为矩阵 A 的特征值集合. 根据 Delta 算子系统理论[3,4]可知, Delta 算子系统渐近稳定的充分必要条件是其极点均落在 γ 平面的圆盘区域 $D(-1/T, 1/T)$ 中, 即 Delta 算子系统的稳定域为 $D(-1/T, 1/T)$, 如图 1 所示. 若系统极点均落在稳定域中的圆盘 $D(a, r)$ 内, 则称 Delta 算子系统是 D- 稳定的.

本文研究的问题是: 对 Delta 算子不确定离散系统 (1), 给定稳定域内的圆形区域 $D(a, r)$ 和对称

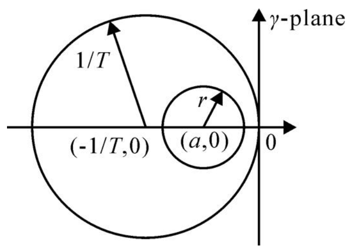

图 1　δ 算子系统稳定域

正定矩阵 U, 设计动态输出反馈控制器 (3), 使得对于所有允许的不确定性, 闭环系统 (4) 的极点均落在 $D(a, r)$ 中, 即系统 (4) 是 D- 稳定的, 且稳态输出协方差矩阵满足 $\lim_{k\to\infty} E[z(k)z^{\mathrm{T}}(k)] < U$.

3 主要结果

Delta 算子闭环系统状态方程 (4a) 写成前向移位算子描述的通常离散系统形式为

$$\bar{x}(k+1) = (I + \tilde{T})\bar{x}(k) + T\dot{D}w(k). \qquad (5)$$

若系统 (4) 渐近稳定, 则离散系统 (5) 渐近稳定. 于是由协方差控制理论可知, 系统 (4) 的稳态状态协方差矩阵 $X = \lim_{k\to\infty}\{E\bar{x}(k)\bar{x}^{\mathrm{T}}(k)\}$ 存在, 且满足矩阵方程

$$(I + \tilde{T})X(I + \tilde{T})^{\mathrm{T}} - X + T^2\dot{D}\dot{D}^{\mathrm{T}} = 0. \qquad (6)$$

引理 1　对于 Delta 算子闭环系统 (4), 给定圆形区域 $D(a, r)$ 及对称正定矩阵 U, 若存在对称正定矩阵 P, 使对所有允许的参数不确定性都有

$$\begin{bmatrix} -P & \tilde{P}^{\mathrm{T}} - aP \\ \sim P - aP & -r^2P + \dot{D}\dot{D}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} < 0, \qquad (7)$$

$$\begin{bmatrix} -P & P\bar{C}_2^{\mathrm{T}} \\ \bar{C}_2 P & -U \end{bmatrix} < 0, \qquad (8)$$

则系统 (4) 是 D- 稳定的, 且稳态输出协方差矩阵满足 $\lim_{k\to\infty} E[z(k)z^{\mathrm{T}}(k)] < U$.

证明　若存在正定矩阵 P 使式 (7) 成立, 则由 Lyapunov 稳定性理论易知, $\lambda\left(\frac{\sim - aI}{r}\right) \subset D(0,1)$, 即 $\tilde{\lambda}() \subset D(a, r)$. 因为 $D(a, r)$ 在稳定域中, 闭环系统 (4) 是渐近稳定的, 故稳态状态协方差矩阵 $X = \lim_{k\to\infty}\{E\bar{x}(k)\bar{x}^{\mathrm{T}}(k)\}$ 存在且满足矩阵方程 (6).

下面证明 $X < P$, 分如下两种情形讨论.

1) 当 $-1/T \le a < 0$, 且 $0 < r < -a$ 时, 用对角矩阵 $\mathrm{diag}(I, TI)$ 分别左乘、右乘式 (7) 两边, 得

$$\begin{bmatrix} -P & * \\ (I + \tilde{T})P - (1 + aT)P & -r^2T^2P + T^2\dot{D}\dot{D}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} < 0, \qquad (9)$$

其中 * 表示由矩阵对称性得到的块矩阵. 分别用 $[rTI \quad I]$ 及其转置左乘、右乘式 (9) 两边, 整理得

$$-2(1+aT)(1+aT+rT)P \leqslant$$
$$-(1+aT)(I+T\widetilde{A})P-(1+aT)P(I+T\widetilde{A})^{\mathrm{T}}. \tag{10}$$

由式(9)又可得

$$\begin{bmatrix} -P & * \\ (I+T\widetilde{A})P & \Theta+T^2\overline{D}\overline{D}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}<0, \tag{11}$$

其中

$$\Theta=-(1+aT)(I+T\widetilde{A})P-(1+aT)P(I+T\widetilde{A})^{\mathrm{T}}+(1+aT)^2P-r^2T^2P.$$

由式(10),有

$$-P<-(1+aT+rT)^2P=-2(1+aT)(1+aT+rT)P+(1+aT)^2P-r^2T^2P\leqslant\Theta.$$

从而$-P+T^2\overline{D}\overline{D}^{\mathrm{T}}<\Theta+T^2\overline{D}\overline{D}^{\mathrm{T}}$,则由式(11)可得

$$\begin{bmatrix} -P & * \\ (I+T\widetilde{A})P & -P+T^2\overline{D}\overline{D}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}<0.$$

根据矩阵Schur补性质可得

$$(I+T\widetilde{A})P(I+T\widetilde{A})^{\mathrm{T}}-P+T^2\overline{D}\overline{D}^{\mathrm{T}}<0. \tag{12}$$

2) 当$-2/T<a<-1/T$,且$0<r<2/T+a$时,用类似方法可知矩阵不等式(12)仍然成立.

用式(12)减去(6)得

$$(I+T\widetilde{A})(P-X)(I+T\widetilde{A})^{\mathrm{T}}-(P-X)<0,$$

由系统(4)渐近稳定可知,$\lambda(I+T\widetilde{A})\subset D(0,1)$,根据Lyapunov稳定性理论可得$X<P$.

由式(8)及Schur补性质可得$\overline{C}_2P\overline{C}_2^{\mathrm{T}}-U<0$,因此,$\lim\limits_{k\to\infty}E[z(k)z^{\mathrm{T}}(k)]=\overline{C}_2X\overline{C}_2^{\mathrm{T}}<U$.□

引理 2[10] 若给定适维矩阵Y,E和G,其中Y是对称的,则$Y+EFG+G^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}E^{\mathrm{T}}<0$对所有满足$F^{\mathrm{T}}F\leqslant I$的矩阵$F$都成立的充分必要条件是:存在一个常数$\varepsilon>0$,使$Y+\varepsilon EE^{\mathrm{T}}+\varepsilon^{-1}G^{\mathrm{T}}G<0$.

用N_S表示矩阵S核空间的基排列成的矩阵.

引理 3[11] 若给定适维矩阵Z,M和N,其中Z是对称的,则存在L使$Z+M^{\mathrm{T}}LN+N^{\mathrm{T}}L^{\mathrm{T}}M<0$的充分必要条件是

$$N_M^{\mathrm{T}}ZN_M<0,\ N_N^{\mathrm{T}}ZN_N<0.$$

为方便起见,记$W=N_{C_1}$,$N=[B^{\mathrm{T}}\quad G_2^{\mathrm{T}}]$,$V=N_N$.

引理 4 对于Delta算子系统(1)和对称正定矩阵$P=\begin{bmatrix} H & H_1 \\ H_1^{\mathrm{T}} & H_2 \end{bmatrix}$,设$P^{-1}=\begin{bmatrix} J & J_1 \\ J_1^{\mathrm{T}} & J_2 \end{bmatrix}$.其中:$H,J\in R^{n\times n}$;$H_2,J_2\in R^{n_c\times n_c}$.存在矩阵$K$使对所有允许的不确定性,$\widetilde{A}$都满足式(7)的充分必要条件是:存在正常数$\varepsilon$使下式成立:

$$V^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} \Pi & * \\ G_1HA^{\mathrm{T}}-aG_1H & -\varepsilon I+G_1HG_1^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}V<0, \tag{13}$$

$$\begin{bmatrix} \Xi_1 & * & * \\ \Xi_2 & -I+\frac{1}{r^2}D^{\mathrm{T}}JD & * \\ \Xi_3 & \frac{1}{r^2}E^{\mathrm{T}}JD & -\varepsilon^{-1}I+\frac{1}{r^2}E^{\mathrm{T}}JE \end{bmatrix}<0. \tag{14}$$

其中

$$\Pi=(A-aI)H(A-aI)^{\mathrm{T}}-r^2H+DD^{\mathrm{T}}+\varepsilon EE^{\mathrm{T}},$$
$$\Xi_1=W^{\mathrm{T}}[-J+\varepsilon^{-1}G_1^{\mathrm{T}}G_1+(\frac{A-aI}{r})^{\mathrm{T}}J(\frac{A-aI}{r})]W,$$
$$\Xi_2=\frac{1}{r^2}D^{\mathrm{T}}J(A-aI)W,$$
$$\Xi_3=\frac{1}{r^2}E^{\mathrm{T}}J(A-aI)W.$$

证明 将$\widetilde{A}=\overline{A}+\Delta\overline{A}+(\overline{B}+\Delta\overline{B})K\overline{C}_1$代入式(7),由引理2和矩阵Schur补性质可知,存在矩阵K使式(7)对所有允许的F成立,当且仅当存在矩阵K和常数$\varepsilon>0$使下式成立:

$$\begin{bmatrix} -P & * & * \\ \overline{A}P-aP & \Phi & * \\ \overline{G}_1P & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix}+\overline{N}^{\mathrm{T}}KM_1+M_1^{\mathrm{T}}K^{\mathrm{T}}\overline{N}<0. \tag{15}$$

其中:$\Phi=-r^2P+\overline{D}\overline{D}^{\mathrm{T}}+\varepsilon\overline{E}\overline{E}^{\mathrm{T}}$,$M_1=[\overline{C}_1P\quad 0\quad 0]$,$\overline{N}=[0\quad \overline{B}^{\mathrm{T}}\quad \overline{G}_2^{\mathrm{T}}]$.记$\overline{M}=[\overline{C}_1\quad 0\quad 0]$,可得$N_{M_1}=\mathrm{diag}(P^{-1},I,I)N_{\overline{M}}$.由引理3可知,存在矩阵$K$和常数$\varepsilon>0$使式(15)成立,当且仅当存在常数$\varepsilon>0$,使以下两式成立:

$$N_{\overline{N}}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} -P & * & * \\ \overline{A}P-aP & \Phi & * \\ \overline{G}_1P & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix}N_{\overline{N}}<0, \tag{16}$$

$$N_{\overline{M}}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} -P^{-1} & * & * \\ \overline{A}-aI & \Phi & * \\ \overline{G}_1 & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix}N_{\overline{M}}<0. \tag{17}$$

经过矩阵运算和变换可得,式(16)和(17)成立分别等价于式(13)和(14)成立.限于篇幅,不作详述.□

由引理1和引理4可得本文主要结论.

对于Delta算子系统(1),给定复平面上包含于稳定域的圆形区域$D(a,r)$和对称正定矩阵U,可得以下定理.

定理 1 若存在对称正定矩阵$H,J\in R^{n\times n}$,以及常数$\varepsilon>0$,使式(13)和(14)成立,且存在$n+n_c$阶对称正定矩阵$P=\begin{bmatrix} H & H_1 \\ H_1^{\mathrm{T}} & H_2 \end{bmatrix}$,$P^{-1}=$

$\begin{bmatrix} J & J_1 \\ J_1^{\mathrm{T}} & J_2 \end{bmatrix}$使式(8) 成立，则存在 n_c 阶动态输出反馈控制器(3)，使对于所有允许的参数不确定性，闭环系统(4)D- 稳定，且$\lim\limits_{k\to\infty} E[z(k)z^{\mathrm{T}}(k)] < U$.

定理 2　若存在对称正定矩阵 $H, J \in R^{n\times n}$，以及常数 $\varepsilon > 0$，使矩阵不等式(13)，(14) 和

$$\begin{bmatrix} -H & -I & HC_2^{\mathrm{T}} \\ -I & -J & C_2^{\mathrm{T}} \\ C_2H & C_2 & -U \end{bmatrix} < 0 \tag{18}$$

成立，则存在 n 阶动态输出反馈控制器(3)，使对于所有允许的参数不确定性，闭环系统(4) D- 稳定，且$\lim E[z(k)z^{\mathrm{T}}(k)] < U$.

证明　由式(18) 成立可知$\begin{bmatrix} H & I \\ I & J \end{bmatrix} > 0$，由矩阵 Schur 补性质有 $H - J^{-1} > 0$，故 $I - HJ$ 为非奇异阵. 任取 n 阶非奇异阵 H_1，令 $J_1 = (I - HJ)^{\mathrm{T}} H_1^{-\mathrm{T}}$，$H_2 = -H_1^{\mathrm{T}} J J_1^{-\mathrm{T}}$，$J_2 = -H_1^{-1} H J_1$，易证 H_2 和 J_2 均为对称矩阵，满足

$$\begin{aligned} & H_1^{\mathrm{T}} J_1 + H_2 J_2 = H_1^{\mathrm{T}} J_1 + H_1^{\mathrm{T}} J J_1^{-\mathrm{T}} H_1^{-1} H J_1 = \\ & H_1^{\mathrm{T}} [I + J(I - HJ)^{-1} H] J_1 = \\ & H_1^{\mathrm{T}} (I - JH)^{-1} J_1 = I. \end{aligned}$$

令 $P = \begin{bmatrix} H & H_1 \\ H_1^{\mathrm{T}} & H_2 \end{bmatrix}$，$P^{-1} = \begin{bmatrix} J & J_1 \\ J_1^{\mathrm{T}} & J_2 \end{bmatrix}$，有

$$P = \begin{bmatrix} I & 0 \\ -J_1^{-1} J & J_1^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H & I \\ I & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ -J_1^{-1} J & J_1^{-1} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} > 0.$$

由上式可知，式(18) 经适当矩阵相合变换可得式(8) 成立. 于是由定理 1 可知，结论成立. □

根据定理2，给出Delta算子系统D- 稳定鲁棒协方差动态输出反馈控制器的设计算法如下：

Step1：计算 $W = N_{C_1}$，$V = N_N$；

Step2：求解关于矩阵变量 $H > 0$ 和 $\varepsilon > 0$ 的式(13)，若存在可行解，则记为 H^*，ε^*；

Step3：将 H^*，ε^*代入式(14) 和(18)，构成关于变量 $J > 0$ 的 LMIs，求其可行解，若存在则记为J^*；

Step4：任取 n 阶非奇异矩阵 H_1，构造正定矩阵 P(方法见定理 2 证明)；

Step5：将 P 和 ε^* 代入式(15)，此时它为关于矩阵 K 的 LMI，且必有可行解，求出其可行解 K^*，可得动态输出反馈控制器(3).

注 1　因为 ε 和 ε^{-1} 分别出现在式(13) 和(14) 中，矩阵不等式(13)，(14) 和(18) 不是关于变量 H，J 和 ε 的 LMIs，故按 Step2 和 Step3 分别求解. 当然也可先求解 J 和 ε^{-1}，再求解 H. 本文方法无需事先设定参数 ε 的取值，从而避免了选取 ε 时的盲目性和主观性. 当上述方法无法求得可行解时，仍可采用将 ε 视为自由参数事先取定的方法，此时式(13)，(14) 和(18) 构成关于 H 和 J 的 LMIs.

注 2　由于 H_1 可为任意 n 阶非奇异矩阵，这为 P 的构造增添了自由度. 这种自由度对于控制器设计是否具有进一步的价值还有待研究.

4　数值算例

考虑 Delta 算子不确定系统(1)，其中

$$A = \begin{bmatrix} -0.5 & 1 & 0 \\ -0.25 & -1 & 2 \\ 0.75 & 1.5 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1.2 & 0.8 \\ 0.35 & 1 \\ 1.1 & 0.7 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 0.15 \\ 0.1 \\ 0 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.75 & -0.3 \\ 1 & 0.2 & 0.4 \end{bmatrix},$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.6 & -0.1 \\ -1 & 0.35 & 0.9 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.3 \\ 1.2 \end{bmatrix},$$

$G_1 = [1 \quad -1.1 \quad 0.9]$，$G_2 = [0.1 \quad -0.05]$，$U = 20I$，采样周期 $T = 0.05$. 给定 γ 平面圆形区域 $D(-10,5)$，要求设计输出反馈 D- 稳定鲁棒协方差控制器. 根据上述算法，应用 Matlab 的 LMI 工具箱求解相应的 LMIs，得到满足式(13)，(14) 和(18) 的 H^*，ε^* 和 J^*，由此表明满足要求的控制器存在. 取 $H_1 = 0.15I$ 构造 P，最后算得控制器参数矩阵为

$$A_c = \begin{bmatrix} -85.8861 & -63.4794 & 16.2565 \\ 136.0764 & 104.0408 & -28.8555 \\ 179.4629 & 146.7894 & -50.6956 \end{bmatrix},$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 6.2447 & -3.7237 \\ -10.9421 & 6.4832 \\ -17.7531 & 11.7447 \end{bmatrix},$$

$$C_c = \begin{bmatrix} -220.7823 & -253.6105 & -9.5792 \\ -117.0730 & -132.5184 & -3.4581 \end{bmatrix},$$

$$D_c = \begin{bmatrix} 28.8961 & -18.8657 \\ 33.2508 & -35.1236 \end{bmatrix}.$$

对于所有允许的参数不确定性，闭环系统(4) 的极点均落在圆形区域 $D(-10,5)$ 中，如图 2 所示.

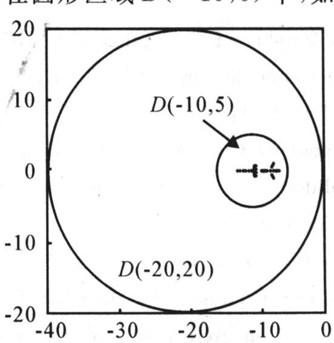

图 2　γ 平面上闭环系统极点分布

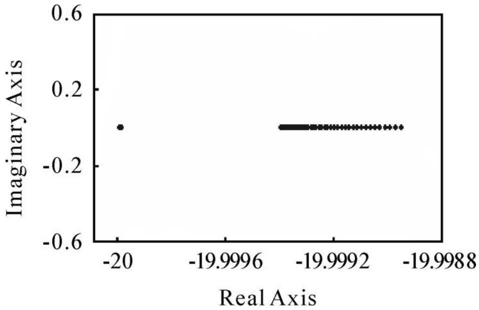

图 3 矩阵 $\overline{C}_2X\overline{C}_2^{\mathrm{T}}-U$ 的特征值分布

并求得对称矩阵 $\overline{C}_2X\overline{C}_2^{\mathrm{T}}-U$ 的特征值均为负数,分布如图 3 所示. 由此表明,闭环系统稳态输出协方差矩阵

$$\lim_{k\to\infty}E[z(k)z^{\mathrm{T}}(k)]=\overline{C}_2^{\mathrm{T}}X\overline{C}_2^{\mathrm{T}}<U.$$

5 结 论

本文研究了 Delta 算子不确定系统基于动态输出反馈的 D-稳定鲁棒协方差控制问题. 采用消元法思想,给出满足性能指标要求的动态输出反馈控制器存在条件的 LMI 刻画,并由此提出相应控制器的设计算法. 该算法克服了须事先设定参数值方可求解的问题,避免了人为选取参数的盲目性和主观性. 通过数值算例计算表明了该算法的可行性和有效性.

参考文献(References)

[1] Middleton R H, Goodwin G C. Improved finite word length characteristics in digital control using delta operator[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1986, 31(11): 1015-1021.

[2] Neuman C P. Properties of the delta operator model of dynamic physical systems[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 1993, 23(1): 296-301.

[3] 李惠光, 武波, 李国友, 等. Delta 算子控制及其鲁棒控制理论基础[M]. 北京: 国防工业出版社, 2005.
(Li H G, Wu B, Li G Y, et al. The basic theory of delta operator control and its robust control[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2005.)

[4] 张端金, 吴捷, 杨成梧. Delta 算子系统圆形区域极点配置的鲁棒性[J]. 控制与决策, 2001, 16(3): 337-340.
(Zhang D J, Wu J, Yang C W. Robustness of pole assignment in a circular region for delta operator systems[J]. Control and Decision, 2001, 16(3): 337-340.)

[5] 张端金, 王忠勇, 吴捷. Delta 算子不确定系统的多目标鲁棒 H_∞ 控制[J]. 控制与决策, 2003, 18(2): 164-168.
(Zhang D J, Wang Z Y, Wu J. Multi-objective robust H_∞ control for delta operator formulated uncertain systems[J]. Control and Decision, 2003, 18(2): 164-168.)

[6] 刘满, 井元伟, 张嗣瀛. Delta 算子系统 D 稳定鲁棒容错控制[J]. 东北大学学报, 2004, 25(8): 715-718.
(Liu M, Jing Y W, Zhang S Y. D-stable robust fault-tolerant control for delta operator systems[J]. J of Northeastern University, 2004, 25(8): 715-718.)

[7] Furuta K, Kim S B. Pole assignment in a specified disk[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1987, 32(5): 423-427.

[8] Garcia G, Bernussou J. Pole assignment for uncertain systems in a disk by state feedback[J]. IEEE Trans Automatic Control, 1995, 40(1): 184-190.

[9] 俞立. 鲁棒控制 ——线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
(Yu L. Robust control —LMI methods[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)

[10] Wang Z, Burnham K J. LMI approach to output feedback control for linear uncertain systems with D-stability constraints[J]. J of Optimization Theory and Applications, 2002, 113(2): 357-372.

[11] Gahinet P, Apkarian P. A linear matrix inequality approach to H_∞ control[J]. Int J Robust and Nonlinear Control, 1994, 4(4): 421-448.

(上接第 1215 页)

[9] Chair Z, Varshney P K. Optimal data fusion in multiple sensor detection systems[J]. IEEE Trans on AES, 1986, AES-22(1): 98-101.

[10] Thomopoulos S C A, Viswanathan R, Bougoulias D C. Optimal decition fusion in multiple sensor systems[J]. IEEE Trans on AES, 1987, 23(5): 644-653.

[11] Mirjalky G, Luo Z Q, Davidson T N, et al. Blind adaptive decision fusion for distributed detection[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(1): 34-52.

[12] 田森源, 陈勇, 孙炳楠. 多分辨率损伤检测结果的最大联合概率融合算法[J]. 浙江大学学报(工学版), 2007, 41(1): 126-133.
(Tian S Y, Chen Y, Sun B N. Maximum joint probability fusion rule for multi-resolution decision of structure damage detection[J]. J of Zhejiang University(Engineering Science), 2007, 41(1): 126-133.)