

文章编号: 1001-0920(2008)12-1378-05

# 基于多指标灰区间数关联决策模型的产品方案设计

钟诗胜, 王体春, 丁 刚

(哈尔滨工业大学 机电工程学院, 哈尔滨 150001)

**摘 要:** 针对复杂产品方案设计中属性信息的不完全性和不确定性, 研究了方案设计中多指标灰区间数关联决策计算方法, 提出一种基于灰色系统理论的多指标灰区间数关联决策模型. 该模型通过引入灰区间数序列的范数实现多指标决策矩阵的规范化处理, 构建了综合考虑灰色信息的正负理想区间方案, 利用方案的优属度从整体性的角度获得最优决策方案. 最后, 通过大型水轮机的方案设计, 验证了该模型的有效性和实用性.

**关键词:** 灰色关联分析; 多指标决策; 灰区间数; 方案评价; 优属度

中图分类号: N941.5

文献标识码: A

## Mechanism scheme design based on multi-attribute gray interval relevant optimized decision-making model

ZHONG Shi-sheng, WANG Ti-chun, DING Gang

(School of Mechatronics Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China. Correspondent: WANG Ti-chun, E-mail: wtc\_200\_cn@sina.com)

**Abstract:** Due to the incomplete and the uncertain interval attribute information in the procedure of the complex mechanism scheme design, a computing method for the multi-attribute decision making of grey interval number is proposed. The proposed model for the multi-attribute decision making of grey interval number is developed based on the grey system theory. By adopting the norm of the grey interval number vector, the multiple-attribute decision making matrix of the grey interval numbers is standardized, and the dummy ideal grey interval scheme and the negative ideal grey interval scheme with integrated attribute information are proposed. Based on the optimal membership degree of design schemes, the optimum design scheme is achieved in the whole system. Finally, an example of large-scale hydraulic turbine scheme design is provided to validate and prove its effectiveness and feasibility.

**Key words:** Grey relational analysis; Multi-attribute decision making; Grey interval number; Scheme evaluation; Optimal membership degree

### 1 引 言

复杂产品方案的优劣一般需通过对其技术性、经济性和社会性指标的评价才能得悉. 因此, 复杂产品方案的优选是一个多属性并含有非确定性因素的复杂系统决策问题. 对该类系统进行评估时, 常常遇到某些指标难以精确量化, 评估者需给出一个评估区间. 对于评价指标取值以区间数形式给出的区间型多属性决策问题的研究已引起人们的关注, 许多学者分别从不同的角度对评价指标取值为区间数的多指标决策问题进行了研究<sup>[1-10]</sup>. 文献[1~3]研究了评价指标的权重、评价指标取值同为区

间数的多指标决策问题, 但大多将具有区间数决策矩阵元素的上、下区间界分割成上界矩阵和下界矩阵, 然后计算上界矩阵和下界矩阵与虚拟的最理想方案和负理想方案之间的关联度, 最后建立优化决策模型, 这样做使原来的区间数被人为地割裂开, 使所得结果有可能与实际不符; [4~7]通过不同的方法构造出区间型最理想方案, 将区间数作为一个整体寻求最优决策方案, 并给出了基于灰区间数的灰色关联决策方法和模型, 但这些决策方法和模型都是单方面基于最理想方案进行决策分析, 未能充分利用已知信息所产生的偏差; [8, 9]利用不同

收稿日期: 2007-11-06; 修回日期: 2008-01-13.

基金项目: 黑龙江省科技攻关项目(WH05A01).

作者简介: 钟诗胜(1964—), 男, 江西龙南人, 教授, 博士生导师, 从事人工智能、CIMS 和模块化设计与仿真技术等研究; 王体春(1981—), 男, 安徽蒙城人, 博士生, 从事 CIMS 和产品方案设计等研究.

的距离计算方法建立了基于正理想点和负理想点的关联决策方法,而对灰区间数序列的信息则考虑得较少,不能充分地反映出复杂产品设计中的灰色信息。

本文在前述论文的基础上,通过引进极大灰区间数向量范数和极小灰区间数向量范数,对灰区间数多指标决策问题的决策矩阵进行规范化处理<sup>[7]</sup>,构建出灰区间数的正理想区间方案和负理想区间方案;根据灰色关联度理论,即序列间曲线的几何形状越接近,就认为它们之间的关联程度越大<sup>[10-12]</sup>,给出决策方案与灰区间数的正理想区间方案和负理想区间方案的区间数关联度计算方法;建立综合考虑决策方案与正理想区间方案和负理想区间方案优属度的灰区间数关联决策模型,使它们作为一个整体寻求最优设计方案。

### 2 灰区间数的距离与灰区间数关联度

**定义 1** 设  $A_{\odot} = [a_{\odot}^L, a_{\odot}^R]$ ,  $a_{\odot}^L$   $a_{\odot}^R$  和  $B_{\odot} = [b_{\odot}^L, b_{\odot}^R]$ ,  $b_{\odot}^L$   $b_{\odot}^R$  为灰区间数集中的两个灰区间数,称  $D_p(A_{\odot}, B_{\odot}) = [ | a_{\odot}^L - b_{\odot}^L |^p + | a_{\odot}^R - b_{\odot}^R |^p ]^{1/p} / \sqrt{2}$  为灰区间数  $A_{\odot}$  与  $B_{\odot}$  的距离<sup>[4,13]</sup>。当  $p = 1$  时,记  $D_1(A_{\odot}, B_{\odot}) = [ | a_{\odot}^L - b_{\odot}^L | + | a_{\odot}^R - b_{\odot}^R | ] / 2$ ,称  $D_1(A_{\odot}, B_{\odot})$  为灰区间数海明距离;当  $p = 2$  时,记  $D_2(A_{\odot}, B_{\odot}) = [ | a_{\odot}^L - b_{\odot}^L |^2 + | a_{\odot}^R - b_{\odot}^R |^2 ]^{1/2} / \sqrt{2}$ ,称  $D_2(A_{\odot}, B_{\odot})$  为灰区间数欧氏距离。

**定义 2** 设  $W_{A_{\odot}} = [w_{a_{\odot}}^L, w_{a_{\odot}}^R]$ ,  $w_{a_{\odot}}^L$   $w_{a_{\odot}}^R$  和  $W_{B_{\odot}} = [w_{b_{\odot}}^L, w_{b_{\odot}}^R]$ ,  $w_{b_{\odot}}^L$   $w_{b_{\odot}}^R$  分别为灰区间数  $A_{\odot}$  与  $B_{\odot}$  的灰区间数权重,则灰区间数  $A_{\odot}$  与  $B_{\odot}$  的加权灰区间数欧氏距离为

$$D(A_{\odot}, B_{\odot}) = [ | \min(W_{A_{\odot}} * A_{\odot}) - \min(W_{B_{\odot}} * B_{\odot}) |^2 + | \max(W_{A_{\odot}} * A_{\odot}) - \max(W_{B_{\odot}} * B_{\odot}) |^2 ]^{1/2} / \sqrt{2}.$$

其中

$$W_{A_{\odot}} * A_{\odot} = [ w_{a_{\odot}}^L a_{\odot}^L, w_{a_{\odot}}^L a_{\odot}^R, w_{a_{\odot}}^R a_{\odot}^L, w_{a_{\odot}}^R a_{\odot}^R ],$$

$$W_{B_{\odot}} * B_{\odot} = [ w_{b_{\odot}}^L b_{\odot}^L, w_{b_{\odot}}^L b_{\odot}^R, w_{b_{\odot}}^R b_{\odot}^L, w_{b_{\odot}}^R b_{\odot}^R ].$$

**定义 3** 设系统行为灰区间数序列为

$$X_{\infty} = ( [ x_{\infty}^L(1), x_{\infty}^R(1) ], [ x_{\infty}^L(2), x_{\infty}^R(2) ], \dots, [ x_{\infty}^L(n), x_{\infty}^R(n) ] ),$$

$$X_{\odot i} = ( [ x_{\odot i}^L(1), x_{\odot i}^R(1) ], [ x_{\odot i}^L(2), x_{\odot i}^R(2) ], \dots, [ x_{\odot i}^L(n), x_{\odot i}^R(n) ] ),$$

...

$$X_{\odot m} = ( [ x_{\odot m}^L(1), x_{\odot m}^R(1) ], [ x_{\odot m}^L(2), x_{\odot m}^R(2) ], \dots, [ x_{\odot m}^L(n), x_{\odot m}^R(n) ] ),$$

则灰区间数序列  $X_{\infty}$  与  $X_{\odot i}$  在  $k$  时刻的区间数关联系数

$$o_i(k) = \frac{\min_i \min_k D_k(X_{\infty}, X_{\odot i}) + \max_i \max_k D_k(X_{\infty}, X_{\odot i})}{\max_i \max_k D_k(X_{\infty}, X_{\odot i})},$$

$$i = 1, 2, \dots, m, k = 1, 2, \dots, n.$$

其中:  $D_k(X_{\infty}, X_{\odot i})$  为灰区间数序列  $X_{\infty}$  与  $X_{\odot i}$  在  $k$  时刻的加权灰区间数欧氏距离;  $\alpha$  为分辨系数,  $[0, 1]$ , 一般取  $\alpha = 0.5$ 。

**定义 4** 求得  $o_i(k)$  后,灰区间数序列  $X_{\infty}$  与  $X_{\odot i}$  的加权灰区间数关联度  $o_i$  为

$$o_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n o_i(k).$$

### 3 多指标灰区间数关联决策模型

假设指标取值为灰区间数多指标决策问题,有  $m$  个可行设计方案  $A_1, A_2, \dots, A_m$ , 记设计方案集为  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ ; 有  $n$  个评价指标  $G_1, G_2, \dots, G_n$ , 记评价指标集为  $G = \{G_1, G_2, \dots, G_n\}$ . 评价指标  $G_j$  的权重为灰区间数  $W_{G_j} = [w_{G_j}^L, w_{G_j}^R]$ , 设计方案  $A_i$  对评价指标  $G_j$  的属性值为灰区间数  $X_{\odot ij} = [x_{ij}^L, x_{ij}^R]$ ,  $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$ . 则设计方案集  $A$  对评价指标集  $G$  的灰区间数决策矩阵为

$$X = \begin{bmatrix} [x_{11}^L, x_{11}^R] & [x_{12}^L, x_{12}^R] \\ [x_{21}^L, x_{21}^R] & [x_{22}^L, x_{22}^R] \\ \dots & \dots \\ [x_{m1}^L, x_{m1}^R] & [x_{m2}^L, x_{m2}^R] \\ \dots & [x_{1n}^L, x_{1n}^R] \\ \dots & [x_{2n}^L, x_{2n}^R] \\ \dots & \dots \\ \dots & [x_{mn}^L, x_{mn}^R] \end{bmatrix}.$$

#### 3.1 灰区间数关联决策矩阵规范化处理

由于指标集中的指标具有不同的量纲,决策时需对灰区间数决策矩阵进行规范化处理.灰区间数决策矩阵是由灰区间数组成的,现有的对于决策矩阵为实数时进行规范处理的方法(如初值化变换、均值化变换、归一化变换、区间值化变换等)不适合处理灰区间数.文献[13]给出了基于区间数运算的规范化方法和基于误差传递的规范化方法:基于区间数运算的规范化方法适用于确定性多属性决策中有关决策矩阵规范化的一些简单算法,通常仅限于区间数的加、减、乘、除法的运算;基于误差传递的规范化方法较适用于确定性多属性决策中决策矩阵规范化的非线性算法等复杂算法.本文根据灰区间数的特点,通过引进极大灰区间数向量范数和极小灰区间数向量范数,对效益型的灰区间数指标和成本型

的灰区间数指标进行处理,完成灰区间数多指标决策问题决策矩阵的规范化.

**定义5** 设  $X_{\odot} = ([x_{1\odot}^L, x_{1\odot}^R], [x_{2\odot}^L, x_{2\odot}^R], \dots, [x_{n\odot}^L, x_{n\odot}^R])^T$  为任意灰区间数列向量,则称

$$X_{\odot} \max = \max(\max(|x_{1\odot}^L|, |x_{1\odot}^R|), \max(|x_{2\odot}^L|, |x_{2\odot}^R|), \dots, \max(|x_{n\odot}^L|, |x_{n\odot}^R|))$$

为灰区间数列向量  $X_{\odot}$  的极大范数;称

$$X_{\odot} \min = \min(\min(|x_{1\odot}^L|, |x_{1\odot}^R|), \min(|x_{2\odot}^L|, |x_{2\odot}^R|), \dots, \min(|x_{n\odot}^L|, |x_{n\odot}^R|))$$

为灰区间数列向量  $X_{\odot}$  的极小范数.

设灰区间数决策矩阵  $X$ (记  $X$  的列组成的灰区间数列向量分别为  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ) 对应不同的评价指标,则对灰区间数指标处理过程如下:

若  $G_j$  为效益型指标,则

$$c_{ij\odot} = [c_{ij\odot}^L, c_{ij\odot}^R] = \frac{[x_{ij\odot}^L, x_{ij\odot}^R]}{X_{j\odot} \max}; \quad (1)$$

若  $G_j$  为成本型指标,则

$$c_{ij\odot} = [c_{ij\odot}^L, c_{ij\odot}^R] = \frac{X_{j\odot} \min}{[x_{ij\odot}^L, x_{ij\odot}^R]}. \quad (2)$$

可以看出,  $c_{ij\odot}^L, c_{ij\odot}^R \in [0, 1], i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$ , 可得到规范化后的灰区间数关联决策矩阵

$$C = \begin{bmatrix} [c_{11\odot}^L, c_{11\odot}^R] & [c_{12\odot}^L, c_{12\odot}^R] \\ [c_{21\odot}^L, c_{21\odot}^R] & [c_{22\odot}^L, c_{22\odot}^R] \\ \dots & \dots \\ [c_{m1\odot}^L, c_{m1\odot}^R] & [c_{m2\odot}^L, c_{m2\odot}^R] \\ \dots & [c_{1n\odot}^L, c_{1n\odot}^R] \\ \dots & [c_{2n\odot}^L, c_{2n\odot}^R] \\ \dots & \dots \\ \dots & [c_{mn\odot}^L, c_{mn\odot}^R] \end{bmatrix},$$

从而得到设计方案集  $A$  对评价指标集  $G$  的加权灰区间数决策矩阵

$$R = \begin{bmatrix} [r_{11\odot}^L, r_{11\odot}^R] & [r_{12\odot}^L, r_{12\odot}^R] \\ [r_{21\odot}^L, r_{21\odot}^R] & [r_{22\odot}^L, r_{22\odot}^R] \\ \dots & \dots \\ [r_{m1\odot}^L, r_{m1\odot}^R] & [r_{m2\odot}^L, r_{m2\odot}^R] \\ \dots & [r_{1n\odot}^L, r_{1n\odot}^R] \\ \dots & [r_{2n\odot}^L, r_{2n\odot}^R] \\ \dots & \dots \\ \dots & [r_{mn\odot}^L, r_{mn\odot}^R] \end{bmatrix}.$$

其中

$$r_{ij\odot}^L = \min([w_{j\odot}^L, w_{j\odot}^R] * [c_{ij\odot}^L, c_{ij\odot}^R]),$$

$$r_{ij\odot}^R = \max([w_{j\odot}^L, w_{j\odot}^R] * [c_{ij\odot}^L, c_{ij\odot}^R]).$$

### 3.2 灰区间数关联决策分析

效益型指标为取值越大越好的指标,称为正向指标;成本型指标为取值越小越好的指标,称为逆向指标.通过引进的灰区间数范数对灰区间数关联决策矩阵规范化处理后,指标间的差异被消除,对于每一个指标都是正向指标.因此,在构造理想区间方案时,选取灰区间数规范化关联决策矩阵中各指标所对应的灰区间数最大的一个作为该指标的正理想区间方案,选取灰区间数规范化关联决策矩阵中各指标所对应的灰区间数最小的一个作为该指标的负理想区间方案.

**定义6** 设  $\bar{r}_{ij\odot} = [\bar{r}_{ij\odot}^L, \bar{r}_{ij\odot}^R] = [\max(|x_{ij\odot}^L|, |x_{ij\odot}^R|), \max(|x_{ij\odot}^L|, |x_{ij\odot}^R|)]$ , 则称

$$S_{\odot}^+ = \{[\bar{r}_{01\odot}^L, \bar{r}_{01\odot}^R], [\bar{r}_{02\odot}^L, \bar{r}_{02\odot}^R], \dots, [\bar{r}_{0n\odot}^L, \bar{r}_{0n\odot}^R]\} \quad (3)$$

为灰区间数正理想区间方案.

**定义7** 设  $\underline{x}_{ij\odot} = [\underline{x}_{ij\odot}^L, \underline{x}_{ij\odot}^R] = [\min(|x_{ij\odot}^L|, |x_{ij\odot}^R|), \min(|x_{ij\odot}^L|, |x_{ij\odot}^R|)]$ , 则称

$$S_{\odot}^- = \{[\underline{x}_{01\odot}^L, \underline{x}_{01\odot}^R], [\underline{x}_{02\odot}^L, \underline{x}_{02\odot}^R], \dots, [\underline{x}_{0n\odot}^L, \underline{x}_{0n\odot}^R]\} \quad (4)$$

为灰区间数负理想区间方案.

由灰色关联分析方法可知,第  $i$  方案  $A_i$  与正理想区间方案  $S_{\odot}^+$  关于指标  $G_j$  的灰区间数加权关联系数为

$$\hat{o}_i^+(j) = \frac{\min_j D_j(S_{\odot}^+, r_{0i}) + \max_j D_j(S_{\odot}^+, r_{0i})}{\max_j D_j(S_{\odot}^+, r_{0i}) + \min_j D_j(S_{\odot}^+, r_{0i})}; \quad (5)$$

第  $i$  方案  $A_i$  与负理想区间方案  $S_{\odot}^-$  关于指标  $G_j$  的灰区间数加权关联系数为

$$\hat{o}_i^-(j) = \frac{\min_j D_j(S_{\odot}^-, r_{0i}) + \max_j D_j(S_{\odot}^-, r_{0i})}{\max_j D_j(S_{\odot}^-, r_{0i}) + \min_j D_j(S_{\odot}^-, r_{0i})}; \quad (6)$$

第  $i$  方案  $A_i$  与正理想区间方案  $S_{\odot}^+$  的灰区间数关联度为

$$\hat{o}_i^+ = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \hat{o}_i^+(j); \quad (7)$$

第  $i$  方案  $A_i$  与负理想区间方案  $S_{\odot}^-$  的灰区间数关联度为

$$\hat{o}_i^- = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \hat{o}_i^-(j). \quad (8)$$

$\hat{o}_i^+$  越大,表示设计方案  $A_i$  与正理想区间方案  $S_{\odot}^+$  越接近,方案越佳;  $\hat{o}_i^-$  的意义恰好相反,  $\hat{o}_i^-$  越小,方案越佳.因此,最优决策方案应该距正理想区间方

案  $S^+$  最近,而同时又距负理想区间方案  $S^-$  最远. 假设设计方案  $A_i$  以优属度  $\mu_i$  从属于正理想区间方案  $S^+$ ,那么  $A_i$  即以  $1 - \mu_i$  从属于负理想区间方案  $S^-$ . 为了确定优属度  $\mu_i$ ,建立目标函数

$$\min \left\{ F(u) = \sum_i^m [(1 - \mu_i) * \hat{\sigma}_i^+(j)]^2 + \sum_i^m [\mu_i * \hat{\sigma}_i^-(j)]^2 \right\}.$$

其中:  $u = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m)$  为最优解向量,即全体  $m$  个设计方案  $A_1, A_2, \dots, A_m$  的加权最优关联差异度的平方与加权最劣关联差异度的平方和为最小. 由  $\partial F / \partial \mu_i = 0$  得

$$\mu_i = 1 / (1 + (\hat{\sigma}_i^-(j) / \hat{\sigma}_i^+(j))^2), \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (9)$$

$\mu_i$  越大,则设计方案  $A_i$  越优. 因此,根据  $\mu_i$  的大小,可排出各个设计方案的优劣顺序,从而得到决策方案集中的最优方案.

### 3.3 灰区间数关联决策模型及算法

综上所述,对灰区间数多指标决策问题决策矩阵进行规范化后,就可以获得灰区间数正理想区间方案和灰区间数负理想区间方案;基于灰色系统理论构建出设计方案与理想区间方案的灰区间数加权关联系数和灰区间数关联度计算模型,从而获得相应的灰区间数加权关联系数和灰区间数关联度;并在此基础上利用灰区间数关联决策优属度计算模型获得各个设计方案的优属度,根据优属度的大小,从整体的角度获得最优设计方案. 多指标灰区间数关联决策模型如图 1 所示.

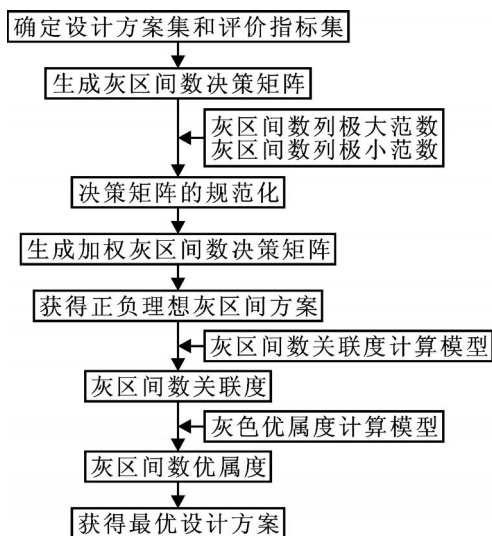


图 1 多指标灰区间数关联决策模型

多指标灰区间数关联决策具体实现步骤如下:

Step1: 确定多指标决策问题的设计方案集  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$  和评价指标集  $G = \{G_1, G_2, \dots, G_m\}$ , 以及与评价指标  $G_j$  相应的灰区间数权重  $W_{\odot j}$ ,

求方案集  $A$  对指标集  $G$  的灰区间数决策矩阵  $X$ ;

Step2: 由定义 5 获得灰区间数决策矩阵  $X$  中灰区间数列向量的极大和极小范数,利用式 (1) 和 (2) 分别对效益型指标和成本型指标进行规范化处理,得到规范化后的灰区间数关联决策矩阵  $C$ ;

Step3: 根据 3.1 节的论述,将规范化后的灰区间数关联决策矩阵  $C$  生成加权灰区间数决策矩阵  $R$ ;

Step4: 根据式 (3) 构造正理想区间方案  $S^+$ ;

Step5: 根据式 (4) 构造负理想区间方案  $S^-$ ;

Step6: 由式 (5),计算第  $i$  方案  $A_i$  与正理想区间方案  $S^+$  关于指标  $G_j$  的加权关联系数  $\hat{\sigma}_i^+(j)$ ;

Step7: 由式 (6),计算第  $i$  方案  $A_i$  与负理想区间方案  $S^-$  关于指标  $G_j$  的加权关联系数  $\hat{\sigma}_i^-(j)$ ;

Step8: 由式 (7),计算第  $i$  方案  $A_i$  与正理想区间方案  $S^+$  的灰区间数关联度  $\hat{\sigma}_i^+$ ;

Step9: 由式 (8),计算第  $i$  方案  $A_i$  与负理想区间方案  $S^-$  的灰区间数关联度  $\hat{\sigma}_i^-$ ;

Step10: 利用式 (9),计算方案  $A_i$  从属于正理想区间方案  $S^+$  的优属度  $\mu_i$ ;

Step11: 按优属度  $\mu_i (i = 1, 2, \dots, m)$  的大小对设计方案集进行排序,获得最优设计方案.

## 4 应用实例

大型水轮机选型方案设计,在某一水头范围内有时会有两种以上的水轮机形式或水轮机转轮型号可供选用. 同时水轮机选型设计工作应满足水电站建设总体规划,因而这项工作是一个复杂的技术经济系统工程. 究竟选用哪一种形式的水轮机或哪一种型号的转轮最优,能取得较高的经济效益和社会效益是很难定量确定的. 此外,水轮机转轮的性能参数是通过模型实验获得的,而现代科学技术是以经验知识与理论知识的整体科学方法论看待实验的,所以对于通过模型实验得出的水轮机及转轮性能参数,应用灰色系统理论进行灰区间数关联决策处理,就可以在待选方案中找出符合水电站建设的最佳水轮机形式或转轮型号,从而为设计者提供合理的定量依据. 大型水轮机选型方案设计主要考虑的因素是出力、效率、汽蚀性能、运行特性、转轮直径、制造费用等 6 个方面. 汽蚀性能以汽蚀系数衡量,运行特性以限制工况内的高效区衡量. 其中出力、效率和运行特性为效益型指标,汽蚀性能、转轮直径和制造费用为成本型指标. 表 1 给出了某水电站 3 个选型设计方案数据.

根据 3.3 节提出的多指标灰区间数关联决策算法,水轮机选型设计方案决策过程如下:

Step1: 构建方案集  $A = \{A_1, A_2, A_3\}$ , 构建评

表 1 水轮机选型设计方案评价指标参数

方案	出力 / MW	效率 / %	汽蚀性能	运行特性	转轮直径 / m	制造费用 / 万元
A1	1.25 ~ 1.34	84.10 ~ 84.30	0.141 ~ 0.143	0.8410 ~ 0.8450	0.60	118.80
A3	1.28 ~ 1.36	81.03 ~ 81.15	0.145 ~ 0.147	0.9040 ~ 0.9070	0.60	131.60
A3	1.60 ~ 1.72	85.90 ~ 86.10	0.129 ~ 0.131	0.8915 ~ 0.8936	0.71	129.60

评价指标集  $G = \{G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6\}$ , 设计方案集  $A$  对评价指标集  $G$  的灰区间数决策矩阵为

$$X = \begin{bmatrix} [1.25, 1.34] & [84.10, 84.30] & [0.141, 0.143] & [0.8410, 0.8450] & [0.60, 0.60] & [118.8, 118.8] \\ [1.28, 1.36] & [81.03, 81.15] & [0.145, 0.147] & [0.9040, 0.9070] & [0.60, 0.60] & [131.6, 131.6] \\ [1.60, 1.72] & [85.90, 86.10] & [0.129, 0.131] & [0.8915, 0.8936] & [0.71, 0.71] & [129.6, 129.6] \end{bmatrix}$$

Step2: 由定义 5 以及式 (1) 和 (2), 分别对效益型指标和成本型指标进行规范化处理, 得到规范化后的灰区间数关联决策矩阵

$$C = \begin{bmatrix} [0.727, 0.779] & [0.977, 0.979] & [0.902, 0.915] \\ [0.744, 0.791] & [0.941, 0.943] & [0.888, 0.890] \\ [1.930, 1.000] & [0.998, 1.000] & [0.985, 1.000] \\ [0.928, 0.932] & [1.000, 1.000] & [1.000, 1.000] \\ [0.997, 1.000] & [1.000, 1.000] & [0.903, 0.903] \\ [0.983, 0.985] & [0.845, 0.845] & [0.917, 0.917] \end{bmatrix}$$

Step3: 已知  $W_{O1} = [0.15, 0.20]$ ,  $W_{O2} = [0.15, 0.20]$ ,  $W_{O3} = [0.05, 0.10]$ ,  $W_{O4} = [0.10, 0.15]$ ,  $W_{O5} = [0.15, 0.20]$ ,  $W_{O6} = [0.25, 0.30]$ , 根据 3.1 的论述, 获得加权灰区间数决策矩阵

$$R = \begin{bmatrix} [0.109, 0.156] & [0.147, 0.196] & [0.045, 0.092] \\ [0.112, 0.158] & [0.141, 0.189] & [0.044, 0.089] \\ [0.139, 0.200] & [0.149, 0.200] & [0.049, 0.100] \\ [0.093, 0.140] & [0.150, 0.200] & [0.250, 0.300] \\ [0.100, 0.150] & [0.150, 0.200] & [0.226, 0.271] \\ [0.098, 0.148] & [0.127, 0.169] & [0.229, 0.275] \end{bmatrix}$$

Step4: 根据式 (3) 构造正理想区间方案

$$S^{\oplus} = \{[0.139, 0.200], [0.149, 0.200], [0.049, 0.100], [0.100, 0.150], [0.150, 0.200], [0.250, 0.300]\}$$

Step5: 根据式 (4) 构造负理想区间方案

$$S^{\ominus} = \{[0.109, 0.156], [0.141, 0.189], [0.044, 0.089], [0.093, 0.140], [0.127, 0.169], [0.226, 0.271]\}$$

Step6: 由式 (5), 计算方案集  $A$  与正理想区间方案  $S^{\oplus}$  关于指标  $G_j$  的加权关联系数矩阵

$${}^+ = \begin{bmatrix} 0.334 & 0.840 & 0.733 & 0.685 & 1.00 & 1.00 \\ 0.347 & 0.652 & 0.690 & 1.00 & 1.00 & 0.413 \\ 1.000 & 1.000 & 1.000 & 0.909 & 0.408 & 0.451 \end{bmatrix}$$

Step7: 由式 (6), 计算方案集  $A$  与负理想区间方案  $S^{\ominus}$  关于指标  $G_j$  的加权关联系数矩阵

$${}^- = \begin{bmatrix} 1.000 & 0.747 & 0.909 & 1.000 & 0.408 & 0.413 \\ 0.883 & 1.000 & 1.000 & 0.685 & 0.408 & 1.000 \\ 0.333 & 0.652 & 0.670 & 0.733 & 1.000 & 0.833 \end{bmatrix}$$

Step8: 由式 (7), 计算方案集  $A$  与正理想区间方案  $S^{\oplus}$  的灰区间数关联度序列

$${}^+ = (0.765 \quad 0.684 \quad 0.795)$$

Step9: 由式 (8), 计算方案集  $A$  与负理想区间方案  $S^{\ominus}$  的灰区间数关联度序列

$${}^- = (0.746 \quad 0.829 \quad 0.707)$$

Step10: 利用式 (9), 计算方案集  $A$  从属于正理想区间方案  $S^{\oplus}$  的优属度序列

$$\mu = (0.513 \quad 0.405 \quad 0.558)$$

Step11: 根据优属度的大小, 可得出最优设计方案为 A3.

### 5 结 论

对于复杂产品设计方案灰区间数多指标决策问题, 本文提出了一种灰区间数关联度计算方法, 并建立了多指标灰区间数关联决策模型. 该方法采用灰区间数加权关联度方法, 可以有效地处理设计方案属性部分信息已知、部分信息未知的情况, 能够真实地反映决策空间中各方案与正负理想区间方案的模糊属性值之间的关联程度, 且其物理意义和数学意义明确. 同时, 该方法采用建立设计方案与理想区间方案之间的优属度, 能够从整体的角度寻求最优决策方案, 使得评价结果较为客观. 此外, 该方法不仅适合指标权重和指标取值均为灰区间数的多指标决策问题, 也适合于部分指标权重或部分指标取值为灰区间数、部分指标权重或部分指标取值为确定值的混合多指标决策问题, 是传统灰色关联分析法的推广, 具有广泛的适用性.

### 参考文献(References)

[1] 卫贵武. 区间数多指标决策问题的新灰色关联分析法[J]. 系统工程与电子技术, 2006, 28(9): 1358-1359. (Wei G W. New method of grey relational analysis to multiple attribute decision making with intervals[J]. Systems Engineering and Electronics, 2006, 28(9): 1358-1359.)

(下转第 1394 页)

- [2] Zhao Feng, Liu Jie, Liu Juan, et al. Collaborative signal and information processing: An information-directed approach[J]. Proc of the IEEE, 2003, 91(8): 1199-1209.
- [3] Ma Hui, Ng Brian. Collaborative signal processing framework and algorithms for targets tracking in wireless sensor networks[C]. Proc of SPIE. Brisbane, 2006, 6035: 1-12.
- [4] Arulampalam M S, Maskell S, Gordon N, et al. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2002, 50(2): 174-188.
- [5] Sheng X H, Hu Y H. Sequential acoustic energy based source localization using particle filter in a distributed sensor network[C]. Proc of ICASSP '04. Montreal, 2004, 3: 972-975.
- [6] Coates M. Distributed particle filters for sensor networks[C]. Proc of 3rd Int Symposium on Information Processing in Sensor Networks. Berkeley: ACM Press, 2004: 99-107.
- [7] Sheng X H, Hu Y H, Ramanathan P. Distributed particle filter with GMM approximation for multiple targets localization and tracking in wireless sensor network[C]. Proc of 4th Int Symposium on Information Processing in Sensor Networks. Los Angeles: ACM Press, 2005: 181-188.
- [8] Ma Hui, Ng Brain. Collaborative data and information processing for target tracking in wireless sensor networks[C]. Proc of IEEE Int Conf on Industrial Informatics. Singapore, 2006: 647-652.

(上接第 1382 页)

- [2] Yong Huang Lin, Pin Chan Lee, Hsin I Ting. Dynamic multi-attribute decision making model with grey number evaluations[J]. Expert Systems with Applications, 2007.
- [3] 李伟军, 叶飞. 基于灰色关联度的区间评价方法探讨[J]. 系统工程与电子技术, 2001, 23(2): 55-57.  
(Li W J, Ye F. Interval appraise method based on grey relation[J]. Systems Engineering and Electronics, 2001, 23(2): 55-57.)
- [4] 党耀国, 刘思峰, 刘斌, 等. 多指标区间数关联决策模型的研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2004, 36(3): 403-406.  
(Dang Y G, Liu S F, Liu B, et al. Study on incidence decision making model of multi-attribute interval number[J]. J of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2004, 36(3): 403-406.)
- [5] Zhang J J, Wu D S, Olson D L. The method of grey related analysis to multiple attribute decision making problems with interval numbers[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2005, 42: 991-998.
- [6] 徐泽水, 达庆利. 区间型多属性决策的一种新方法[J]. 东南大学学报, 2003, 33(4): 498-501.  
(Xu Z S, Da Q L. New method for interval multi-attribute decision-making[J]. J of Southeast University, 2003, 33(4): 498-501.)
- [7] 张吉军. 区间数多指标决策问题的灰色关联分析法[J]. 系统工程与电子技术, 2005, 27(6): 1030-1033.  
(Zhang J J. The method of grey related analysis to multiple attribute decision making problems with interval numbers[J]. Systems Engineering and Electronics, 2005, 27(6): 1030-1033.)
- [8] Jahanshahloo G R, Hosseinzadeh Lot F, Izadikhah M. An algorithmic method to extend TOPSIS for decision-making problems with interval data[J]. Applied Mathematics and Computation, 2006, 175(2): 1375-1384.
- [9] 尤天慧, 樊治平. 区间数多指标决策的一种 TOPSIS 方法[J]. 东北大学学报, 2002, 23(9): 840-843.  
(You T H, Fan Z P. TOPSIS method for multiple attribute decision making with intervals[J]. J of Northeastern University, 2002, 23(9): 840-843.)
- [10] Daisuke Yamaguchi, Guo Dong Li, Masatake Nagai. A grey-based rough approximation model for interval data processing[J]. Information Sciences, 2007, 177(21): 4727-4744.
- [11] Zeng Guangming, Jiang Ru, Huang Guohe, et al. Optimization of wastewater treatment alternative selection by hierarchy grey relational analysis[J]. J of Environmental Management, 2007, 82(2): 250-259.
- [12] 肖新平, 宋中民, 李峰. 灰技术基础及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2005.  
(Xiao X P, Song Z M, Li F. Grey technology and application[M]. Beijing: Science Press, 2005.)
- [13] 樊治平, 宫贤斌, 张全. 区间数多属性决策中决策矩阵的规范化方法[J]. 东北大学学报, 1999, 20(3): 326-329.  
(Fan Z P, Gong X B, Zhang Q. Methods of normalizing the decision matrix for multiple attribute decision making problems with intervals[J]. J of Northeastern University, 1999, 20(3): 326-329.)