

文章编号: 1001-0920(2008)02-0195-05

## 基于 Riccati 方程的自校正解耦融合 Kalman 滤波器

孙小君, 张 鹏, 邓自立

(黑龙江大学 电子工程学院, 哈尔滨 150080)

**摘 要:** 对于带未知噪声方差的多传感器系统, 用相关方法给出了噪声方差的在线估值器, 进而基于 Riccati 方程和按分量标量加权最优融合规则, 提出了自校正分量解耦信息融合 Kalman 滤波器. 用动态误差系统分析方法证明了自校正融合 Kalman 滤波器按实现收敛于最优融合 Kalman 滤波器, 因而具有渐近最优性. 一个 3 传感器跟踪系统的仿真例子说明了其有效性.

**关键词:** 多传感器信息融合; 解耦融合; 自校正融合器; Kalman 滤波器; 按一个实现收敛性

**中图分类号:** O211.64 **文献标识码:** A

## Self-tuning decoupled fusion Kalman filter based on Riccati equation

SUN Xiaojun, ZHANG Peng, DENG Zi-li

(Department of Automation, Heilongjiang University, Harbin 150080, China. Correspondent: DENG Zi-li, E-mail: dzl@hlju.edu.cn)

**Abstract:** For the multisensor systems with unknown noise variances, an on-line noise variance estimator is presented by using the correlation method. Based on the Riccati equation and optimal fusion rule weighted by scalars for state components, a self-tuning component decoupled information fusion Kalman filter is presented. It is proved that the self-tuning fusion Kalman filter converges to the optimal fusion Kalman filter in a realization, so that it has the asymptotic optimality. A simulation example for a tracking system with 3-sensor shows its effectiveness.

**Key words:** Multisensor information fusion; Decoupled fusion; Self-tuning fuser; Kalman filter; Convergence in a realization

### 1 引 言

多传感器信息融合是 20 世纪 70 年代发展起来的一门新兴边缘学科, 目前已成为备受人们关注的热门领域<sup>[1]</sup>. 目前有两种常用的信息融合方法<sup>[2]</sup>: 一种方法是状态融合方法; 另一种方法是观测融合方法. 状态融合方法又分集中式 Kalman 滤波和分布式 Kalman 滤波<sup>[3]</sup>. 集中式 Kalman 滤波虽然在理论上可获得全局最优融合状态估计, 但它的计算负担大, 且容错性能差. 而分布式 Kalman 滤波信息融合能克服这些缺点, 但融合估计是次优的. 在许多实际应用中, 噪声统计通常未知. 处理含未知模型参数和/或噪声统计系统的滤波问题叫自校正滤波<sup>[4]</sup>, 自校正滤波器收敛性问题是一个难题, 目前没有很好的解决办法. 这给自校正融合器收敛性分析带来困难. 文献[4]提出了自校正滤波器收敛性分析的动

态误差系统分析方法, 其原理是将自校正滤波器收敛于最优滤波器问题归结为动态误差系统收敛于零的问题, 即归结为一个非齐次差分方程的稳定性问题(有界输入-有界输出稳定性和无穷小输入-无穷小输出稳定性). 文献[4, 5]提出的辨识噪声方差的方法要求在线辨识系统的自回归滑动平均 (ARMA) 新息模型. 所得到的噪声方差估值器的一致性依赖于 ARMA 新息模型参数估计的一致性. 文献[6]给出的一些 ARMA 模型参数估计算法的一致性要求较强的条件, 例如, 递推增广最小二乘法 (RELS) 的参数估计是一致的充分条件是正实性条件. 然而这一条件在应用中是无法直接验证和检验的. 目前关于自校正信息融合滤波问题的文献报道甚少. 本文针对这种情形, 对含未知噪声方差的多传感器系统, 首先用解相关函数矩阵方程组的方法获

收稿日期: 2006-11-06; 修回日期: 2007-04-04.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (60374026).

作者简介: 孙小君 (1980 →), 女, 黑龙江依兰人, 博士生, 从事信息融合滤波的研究; 邓自立 (1938 →), 男, 哈尔滨人, 教授, 博士生导师, 从事信息融合滤波等研究.

得未知噪声方差参数的一致估计;进而基于 Riccati 方程和分量标量加权最优融合准则<sup>[7]</sup>,提出了自校正按分量标量加权融合 Kalman 滤波器,它实现了分量解耦融合估计<sup>[7]</sup>.文献[4]在假设观测过程以概率 1 有界条件下,证明了局部自校正 Kalman 滤波器以概率 1 收敛于稳态最优 Kalman 滤波器.但观测过程以概率 1 有界的假设是一个苛刻的条件,许多非平稳观测过程不满足这一假设.为此,文献[8]提出了自校正器按实现收敛新概念,它比按概率 1 收敛性弱,且基于动态误差系统的稳定性证明了自校正融合 Kalman 预报器按实现收敛于相应的最优融合 Kalman 预报器,因而具有渐近最优性.

本文方法和结果完全不同于文献[8,9].文献[8,9]基于 ARMA 新息模型辨识设计自校正融合 Kalman 预报器,而本文基于 Riccati 方程设计自校正信息融合 Kalman 滤波器.可直接用相关方法得到噪声方差一致估计,避免了通过 ARMA 新息模型间接辨识噪声方差,克服了证明噪声方差估计一致性的困难.

2 问题阐述

考虑如下多传感器定常(时不变)线性离散随机系统:

$$\begin{aligned} x(t+1) &= x(t) + w(t), \\ y_i(t) &= H_i x(t) + v_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, L. \end{aligned} \quad (1)$$

其中:t为离散时间,状态  $x(t) \in R^n$ ;第i传感器的观测  $y_i(t) \in R^{m_i}$ ;  $H_i$  是已知适当维数的常阵; $w(t)$  为输入噪声; $v_i(t)$  为观测噪声.假设  $w(t) \in R^r$ ,  $v_i(t) \in R^{m_i}$  是零均值、方差阵各为  $Q_w, Q_{v_i}$  的不相关白噪声,且  $(A, H_i)$  为完全可观测,  $(A, B)$  为完全可控对.问题是基于观测  $(y_i(t), y_i(t-1), \dots)$ ,求局部自校正 Kalman 滤波器  $\hat{x}_i(t/t), i = 1, 2, \dots, L$ , 及自校正分量解耦融合 Kalman 滤波器  $\hat{x}_0(t/t)$ .

自校正局部和分量解耦融合 Kalman 滤波器,由当噪声方差已知时的局部稳态 Kalman 滤波器和最优分量解耦融合 Kalman 滤波器伴随噪声方差在线辨识器生成.

引理 1<sup>[3]</sup> 当噪声统计已知时,局部稳态 Kalman 滤波器为

$$\begin{aligned} \hat{x}_i(t/t) &= f_{ji} \hat{x}_i(t-1/t-1) + K_{fi} y_i(t), \\ & \quad i = 1, 2, \dots, L; \end{aligned} \quad (2)$$

$$f_{ji} = [I_n - K_{fi} H_i] \quad (3)$$

$$K_{fi} = \hat{\Sigma}_i H_i^T [H_i \hat{\Sigma}_i H_i^T + Q_{v_i}]^{-1} \quad (4)$$

预报误差方差阵  $\hat{\Sigma}_i$  满足如下稳态 Riccati 方程:

$$\hat{\Sigma}_i = [\hat{\Sigma}_i - \hat{\Sigma}_i H_i^T (H_i \hat{\Sigma}_i H_i^T + Q_{v_i})^{-1} H_i \hat{\Sigma}_i] + Q_w \quad (5)$$

局部稳态误差互协方差  $P_{ij}$  满足 Lyapunov 方程

$$\begin{aligned} P_{ij} &= f_{ji} P_{ij} + \hat{\Sigma}_i, \quad i, j = 1, 2, \dots, L, \quad (6) \\ \hat{\Sigma}_i &= [I_n - K_{fi} H_i] Q_w + K_{fi} H_i^T + K_{fi} Q_{v_i} K_{fi}^T, \end{aligned}$$

其中  $\hat{\Sigma}_i = 1, \hat{\Sigma}_j = 0, i \neq j$ .

引理 2<sup>[3]</sup> 多传感器系统(1),按分量解耦标量加权最优融合稳态 Kalman 滤波器为

$$\begin{aligned} \hat{x}_{0j}(t/t) &= \sum_{i=1}^L a_{ij} \hat{x}_i(t/t), \\ & \quad i = 1, 2, \dots, L, j = 1, 2, \dots, n; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\hat{x}_0(t/t) = [\hat{x}_{01}(t/t), \dots, \hat{x}_{0n}(t/t)]^T,$$

$$\hat{x}_i(t/t) = [\hat{x}_{i1}(t/t), \dots, \hat{x}_{im}(t/t)]^T,$$

且最优加权为

$$[a_{1j}, \dots, a_{Lj}] = e^T (P^{jj})^{-1} [e^T (P^{jj})^{-1} e]^{-1} \quad (8)$$

其中  $e^T = [1, \dots, 1]$ ,  $P^{jj}$  是以  $P_{ki}^{jj}$  为第  $(k, i)$  元素的  $L \times L$  矩阵,而  $P_{ki}^{jj}$  为  $P_{ki}$  的第  $(j, j)$  对角元素.各分量最优融合估计误差方差为  $P_{0j} = [e^T (P^{jj})^{-1} e]^{-1}$ , 且有精度关系  $\text{tr } P_{0j} \leq \text{tr } P_{ii}^{jj}$ .它实现了状态分量解耦融合估计,即仅具有相同物理意义的分量估值器  $\hat{x}_{ij}(t/t)$  被加权得到分量融合估值器  $\hat{x}_{0j}(t/t)$ .它与其他分量估值器  $\hat{x}_{ik}(t/t), i = 1, 2, \dots, L, k \neq j$  无关.

3 按分量解耦融合自校正 Kalman 滤波器

当噪声方差未知时,用相关方法辨识  $Q_w$  和  $Q_{v_i}$ .由式(1)有

$$y_i(t) = H_i (I_n - q^{-1})^{-1} q^{-1} w(t) + v_i(t), \quad (9)$$

其中: $q^{-1}$  为单位滞后算子,  $q^{-1} x(t) = x(t-1)$ ,  $I_n$  为  $n \times n$  单位阵.为了降低观测模型阶次,引入左素分解<sup>[3]</sup>

$$H_i (I_n - q^{-1})^{-1} q^{-1} = A_i^{-1}(q^{-1}) B_i(q^{-1}),$$

多项式矩阵  $A_i(q^{-1})$  和  $B_i(q^{-1})$  的形式如下:

$$X_i(q^{-1}) = X_{i0} + X_{i1} q^{-1} + \dots + X_{i n_{x_i}} q^{-n_{x_i}}.$$

其中: $X_{i n_{x_i}} = 0, i > n_{x_i}, A_{i0} = I_{m_i}, B_{i0} = 0, A_i^{-1}(q^{-1})$  为  $A(q^{-1})$  的逆矩阵,于是有

$$A_i(q^{-1}) y_i(t) = B_i(q^{-1}) w(t) + A_i(q^{-1}) v_i(t). \quad (10)$$

引入新的观测过程  $z_i(t) = A_i(q^{-1}) y_i(t)$ , 则有

$$\begin{aligned} z_i(t) &= B_i(q^{-1}) w(t) + A_i(q^{-1}) v_i(t), \\ & \quad i = 1, 2, \dots, L. \end{aligned} \quad (11)$$

因而式(11)右边为两个MA过程之和,故  $z_i(t)$  为平稳随机过程,记它的相关函数为  $R_{z_i}(k) = E[z_i(t) z_i^T(t-k)]$ .显然  $R_{z_i}(k) = 0, k > n_{z_i}$ .即  $R_{z_i}(k)$  有截尾性.计算式(11)两边随机过程的相关函数可得

$$R_{z_i}(k) = \sum_{j=k}^{n_{z_i}} B_{ij} Q_w B_{i,j-k}^T + \sum_{j=k}^{n_{z_i}} A_{ij} Q_{v_i} A_{i,j-k}^T,$$



$$k = 0, 1, \dots, n_{z_i}, n_{z_i} \quad \max(n_a, n_b), \quad (12)$$

$$i = 1, 2, \dots, L.$$

其中:  $A_{ij}, B_{ij}$  是已知的,且规定  $B_{ij} = 0 (j > n_{\bar{a}}), A_{ij} = 0 (j > n_{\bar{a}})$ . 对固定的  $i$ ,可按矩阵的元素展开矩阵方程组(12),记  $Q_w$  和  $Q_{vi}$  中所有未知元素组成的  $n_i \times 1$  列向量为  $\hat{x}_i$ ,则式(12)可写为一个关于  $\hat{x}_i$  的线性方程组

$$R_{z_i} \hat{x}_i = z_i,$$

其中系数阵  $R_{z_i}$  是已知的,而列向量  $z_i$  的每个元素由一个常数加上  $R_{z_i}(k) (k = 0, 1, \dots, n_{z_i})$  的一个元素构成. 设  $z_i$  列满秩,  $\text{rank } z_i = n_i$ , 则它的行秩也为  $n_i$ , 所以可以从中选出  $n_i$  个线性无关的方程构成新的线性方程组

$$R_{z_i} \hat{x}_i = z_i, \quad i = 1, 2, \dots, L,$$

其中  $R_{z_i}$  是  $n_i \times n_i$  的非异方阵, 于是有

$$\hat{x}_i = R_{z_i}^{-1} z_i. \quad (13)$$

其中列向量  $z_i$  的每个元素是由一个常数加  $R_{z_i}(k) (k = 0, 1, \dots, n_{z_i})$  的一个元素构成, 定义在时刻  $t$  处  $R_{z_i}(k)$  的采样估计为

$$R_{z_i}^t(k) = \frac{1}{t} \sum_{j=1}^t z_i(j) z_i^T(j-k). \quad (14)$$

它有递推公式

$$R_{z_i}^t(k) = R_{z_i}^{t-1}(k) + \frac{1}{t} [z_i(t) z_i^T(t-k) - R_{z_i}^{t-1}(k)],$$

$$t = 2, 3, \dots, k = 0, 1, \dots, n_{z_i}, \quad (15)$$

且带初值  $R_{z_i}^1(k) = z_i(1) z_i^T(1-k)$ . 由遍历性有<sup>[6]</sup>

$$R_{z_i}^t(k) \rightarrow R_{z_i}(k), t \rightarrow \infty, \text{w.p.1.} \quad (16)$$

将式(14)代入(13)可得  $\hat{x}_i$  在时刻  $t$  处的估值

$$\hat{x}_i = R_{z_i}^{-1} z_i, \quad (17)$$

即可得在时刻  $t$  处  $Q_w$  和  $Q_{vi}$  的估值  $Q_w$  和  $Q_{vi}$ . 定义  $Q_w$  在时刻  $t$  处的估值为

$$Q_w = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L Q_{vi}. \quad (18)$$

**注1** 当  $z_i$  非列满秩时,线性方程组有无穷多个解,为了得到唯一解,必须减少  $Q_w$  和  $Q_{vi}$  中未知元素个数. 例如通常取它们为对角阵形式,且设仅对角线上的元素未知.

**定理1** 对于带未知噪声方差多传感器系统(1),噪声方差估值器是一致的,即

$$Q_w \rightarrow Q_w, Q_{vi} \rightarrow Q_{vi}, t \rightarrow \infty, \text{w.p.1.} \quad (19)$$

**证明**  $R_{z_i}$  的每个元素是一个常数加上  $R_{z_i}(k)$  的一个元素,由式(16)有

$$\hat{x}_i \rightarrow x_i, t \rightarrow \infty, \text{w.p.1.} \quad (20)$$

由式(13)知,  $\hat{x}_i$  的每个元素是  $x_i$  的元素的连续函数,从而由式(17)有

$$\hat{x}_i \rightarrow x_i, t \rightarrow \infty, \text{w.p.1.}, \quad (21)$$

即  $Q_w \rightarrow Q_w, Q_{vi} \rightarrow Q_{vi}$ , 进而由式(18)有  $Q_w \rightarrow Q_w, \text{w.p.1.}$

自校正解耦融合 Kalman 滤波器由如下 3 步组成:

Step 1: 在线辨识未知噪声方差,得到在时刻  $t$  处的估值  $Q_w$  和  $Q_{vi}$ .

Step 2: 将  $Q_w$  和  $Q_{vi}$  代入式(2)~(6),第  $i$  传感器子系统有局部自校正 Kalman 滤波器为

$$\hat{x}_i^s(t/t) = \hat{x}_{fi}^s(t-1/t-1) + K_{fi} y_i(t),$$

$$i = 1, 2, \dots, L; \quad (22)$$

$$\hat{x}_{fi} = [I_n - K_{fi} H_i]; \quad (23)$$

$$K_{fi} = \hat{x}_{ii} H_i^T [H_i \hat{x}_{ii} H_i^T + Q_{vi}]^{-1}. \quad (24)$$

其中估值  $\hat{x}_{ii}$  满足 Riccati 方程

$$\hat{x}_{ii} = [\hat{x}_{ii} - \hat{x}_{ii} H_i^T (H_i \hat{x}_{ii} H_i^T + Q_{vi})^{-1} H_i \hat{x}_{ii}] + Q_{vi}. \quad (25)$$

Step 3: 由式(7)和(8),自校正按分量解耦标量加权融合 Kalman 滤波器为

$$\hat{x}_0^s(t/t) = \sum_{i=1}^L \hat{\alpha}_{ij} \hat{x}_{ij}^s(t/t), j = 1, 2, \dots, n, \quad (26)$$

$$\hat{x}_i^s(t/t) = [\hat{x}_{i1}^s(t/t), \dots, \hat{x}_{in}^s(t/t)]^T, \quad (27)$$

$$[\hat{\alpha}_{1j}, \dots, \hat{\alpha}_{Lj}] = e^T (P^{\hat{\alpha}})^{-1} [e^T (P^{\hat{\alpha}})^{-1} e]^{-1}. \quad (28)$$

其中  $P_{ij}$  满足 Lyapunov 方程

$$P_{ij} = \hat{x}_{fi} P_{ij} \hat{x}_{fj} + \hat{x}_{ij}, \quad (29)$$

$$\hat{x}_{ij} = [I_n - K_{fi} H_i] Q_w^{-T} [I_n - K_{fj} H_j]^T + K_{fi} Q_{vi}^{-1} K_{fj}^T,$$

且  $P^{ij}$  是以  $P_{ki}^{ij}$  为第  $(k, i)$  元素的  $L \times L$  矩阵,而  $P_{ki}^{ij}$  是  $P_{ki}$  的第  $(j, j)$  对角元素.

上述 3 步在每时刻  $t$  处重复进行.

**注2** 在式(22)中估值  $K_{fi}$  和  $\hat{x}_{fi}$  在每时刻都更新,但不必在每时刻  $t$  计算估值  $\hat{x}_{ii}$  和  $P_{ii}$ ,因为计算  $\hat{x}_{ij}$  和  $P_{ij}$  要用迭代法解 Riccati 方程式(25)和 Lyapunov 方程式(29),具有一定的计算负担. 可以选择关于  $\hat{x}_{ii}$  和  $P_{ij}$  的一个固定的计算周期  $T_d$ ,即死区,在一个周期  $T_d$  内估值  $\hat{x}_{ii}$  和  $P_{ij}$ ,保持不变,仅在时刻  $t = T_d, 2T_d, \dots$  处计算  $\hat{x}_{ii}$  和  $P_{ij}$ ,这样可以减小在线计算负担.

已知观测数据  $y_i(t)$  可看成观测随机过程  $y_i(t)$  的一个实现(采样函数),相应的可得局部滤波器  $\hat{x}_i(t/t)$  和  $\hat{x}_i^s(t/t)$  的一个实现,且由所有观测数据  $y_i(t), i = 1, 2, \dots, L$ , 可得融合滤波器  $\hat{x}_0(t/t)$  和  $\hat{x}_0^s(t/t)$  的一个实现.

**定义1**<sup>[9]</sup> 若对一个实现有  $[\hat{x}_0^s(t/t) - \hat{x}_0(t/t)$

$t) ] \quad 0, t$  , 则称自校正融合滤波器  $\hat{x}_0^s(t/t)$  按实现收敛于最优融合滤波器  $\hat{x}_0(t/t)$  , 记为

$$[\hat{x}_0^s(t/t) - \hat{x}_0(t/t)] \quad 0, t \quad , i. a. r. , \quad (30)$$

其中符号“i. a. r.”是英文“in a realization”的缩写, 表示“按一个实现”的收敛性.

**引理 3**<sup>[4,9]</sup> (有界输入 - 有界输出稳定性) 考虑动态系统

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t-1) + u(t).$$

其中:  $t \geq 0$ , 输出  $y(t) \in R^n$ , 输入  $u(t) \in R^n$ , 设当  $t \rightarrow \infty$  时,  $A(t)$  是  $n \times n$  稳定矩阵, 且设  $u(t)$  有界, 则  $y(t)$  是有界的.

**引理 4**<sup>[4,9]</sup> (无穷小输入 - 无穷小输出稳定性) 考虑动态系统

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t-1) + u(t).$$

其中:  $x(t) \in R^n, u(t) \in R^n$ , 设  $A(t)$  是  $n \times n$  稳定矩阵, 且设当  $t \rightarrow \infty$  时,  $u(t) \rightarrow 0$ , 则有  $x(t) \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$ .

**定理 2** 对带未知噪声方差的多传感器系统式(1), 若各传感器观测数据是有界的, 则自校正分量解耦信息融合 Kalman 滤波器  $\hat{x}_{0j}^s(t/t)$  (26) 按实现收敛于最优信息融合 Kalman 滤波器  $\hat{x}_{0j}(t/t)$  (7), 即式(30)成立.

证明 由式(5)及隐函数存在定理<sup>[10]</sup>, 在一个充分小的邻域内,  $\hat{x}_{ij}$  的元素是  $Q_w$  和  $Q_{vi}$  的元素的连续函数, 记为

$$\hat{x}_{ij} = f_i(Q_w, Q_{vi}). \quad (31)$$

其中:  $f_i$  为  $n \times n$  矩阵连续函数, 即它的每个元素均为  $Q_w$  和  $Q_{vi}$  的元素的连续函数, 且有关系

$$\hat{x}_{ij} = f_i(Q_w, Q_{vi}). \quad (32)$$

由式(19)及统计推断原理, 具有概率 1 的事件在一次实验中应推断为必然发生事件, 故由以概率 1 收敛引出按实现收敛

$$Q_w \rightarrow Q_w, Q_{vi} \rightarrow Q_{vi}, t \rightarrow \infty, \quad , i. a. r. \quad (33)$$

由式(31) ~ (33) 和  $f_i$  的连续性引出

$$\hat{x}_{ij} \rightarrow \hat{x}_{ij}, t \rightarrow \infty, \quad , i. a. r. \quad (34)$$

由式(3), (4), (23) 和 (24) 引出

$$K_{fi} \rightarrow K_{fi}, \hat{A}_{fi} \rightarrow A_{fi}, t \rightarrow \infty, \quad , i. a. r. \quad (35)$$

由式(29)及隐函数存在定理, 在一个充分小的邻域内,  $P_{ij}$  的元素是  $Q_w, Q_{vi}, \hat{x}_{ij}$  和  $\hat{A}_{ij}$  的元素的连续函数, 利用式(34)及(35), 同理有

$$P_{ij} \rightarrow P_{ij}, t \rightarrow \infty, \quad , i. a. r. \quad (36)$$

注意式(22), 由式(35)引出  $K_{fi}$  有界, 故由  $y_i(t)$  的有界性假设引出  $K_{fi}y_i(t)$  有界. 利用式(35)及  $A_{fi}$  是稳定矩阵, 对式(22)应用引理 3 引出  $\hat{x}_i^s(t/t)$  是有界的. 置  $\hat{A}_{fi} = A_{fi} + \Delta A_{fi}, K_{fi} = K_{fi} + \Delta K_{fi}$ , 由式(35)有

$$\Delta A_{fi} \rightarrow 0, \Delta K_{fi} \rightarrow 0, t \rightarrow \infty, \quad , i. a. r. \quad (37)$$

记  $\hat{x}_i(t) = \hat{x}_i^s(t/t) - \hat{x}_i(t/t)$ , 用式(22)减去式(2)可得动态误差系统

$$\dot{\hat{x}}_i(t) = A_{fi}\hat{x}_i(t-1) + u_i(t),$$

$$u_i(t) = \Delta A_{fi}\hat{x}_i^s(t-1/t-1) + \Delta K_{fi}y_i(t). \quad (38)$$

应用  $y_i(t)$  和  $\hat{x}_i^s(t/t)$  的有界性及式(37), 有  $u_i(t) \rightarrow 0, t \rightarrow \infty, i. a. r.$  对式(38)应用引理 4, 注意  $A_{fi}$  为稳定矩阵, 故有  $\hat{x}_i(t) \rightarrow 0, t \rightarrow \infty, i. a. r.$  即

$$[\hat{x}_i^s(t/t) - \hat{x}_i(t/t)] \rightarrow 0, t \rightarrow \infty, \quad , i. a. r. \quad (39)$$

成立. 这证明了局部自校正 Kalman 滤波器的收敛性. 在式(26)中记  $\hat{x}_{ij} = a_{ij} + \Delta x_{ij}$ , 由式(28)和(36)引出  $\Delta x_{ij} \rightarrow 0$ , 由式(26)减去式(7)引出

$$\hat{x}_{0j}^s(t/t) - \hat{x}_{0j}(t/t) = \sum_{i=1}^L a_{ij}[\hat{x}_{ij}^s(t/t) - \hat{x}_{ij}(t/t)] + \sum_{i=1}^L \Delta x_{ij}\hat{x}_{ij}^s(t/t).$$

利用式(39)及  $\Delta x_{ij} \rightarrow 0$ , 并应用  $\hat{x}_i^s(t/t)$  的有界性引出  $[\hat{x}_{0j}^s(t/t) - \hat{x}_{0j}(t/t)] \rightarrow 0, t \rightarrow \infty, i. a. r., j = 1, 2, \dots, n.$  即式(30)成立.

注意, 按实现收敛具有重要理论和应用意义. 在理论上按实现收敛比按概率 1 收敛弱. 若以概率 1 收敛性成立, 则由统计推断原理, 可引出按实现收敛性成立. 但反之不一定, 只有除了零概率实现集外, 对于每个实现, 按实现收敛性成立, 才能引出以概率 1 收敛. 证明按实现收敛只要求较弱的条件, 即假设观测数据(观测过程的一个实现)是有界的. 在应用中这一条件总是成立的. 但证明按概率 1 收敛要求假设观测过程以概率 1 有界. 对非平稳观测过程而言, 理论上这一假设是不能被满足的. 在应用上, 人们常常仅知道观测过程的一个实现, 例如水文、气象、天文等观测数据, 因此人们感兴趣的是按已知实现的收敛性.

#### 4 仿真例子

考虑 3 传感器目标跟踪系统(1), 其中

$$= \begin{bmatrix} 1 & T_0 & 0.5 T_0^2 \\ 0 & 1 & T_0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$H = [1 \quad 0 \quad 0]$ ,  $x(t) = [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t)]^T$ ,  $T_0$  为采样周期,  $x_1(t), x_2(t)$  和  $x_3(t)$  分别为目标在时刻  $tT_0$  目标位置、速度和加速度,  $w(t), v_i(t)$  是零均值、方差分别为  $Q_w = \frac{2}{w}, Q_{vi} = \frac{2}{vi}$  的相互独立的白噪声,  $\frac{2}{w}$  和  $\frac{2}{vi}$  未知. 问题是求自校正和最优解耦融合 Kalman 滤波器  $\hat{x}_{0j}^s(t/t)$  和  $\hat{x}_{0j}(t/t)$ . 仿真取  $T_0 = 1.5, \frac{2}{w} = 0.64, \frac{2}{v_1} = 0.1, \frac{2}{v_2} = 0.2, \frac{2}{v_3} = 0.3$ . 仿真结果如图 1 和图 2 所示. 噪声方差估值收敛性如图 1 所示, 其中直线代表真实值, 曲线代表估值, 可看到参数估计是一致的. 自校正与最优融合误差曲

线如图 2 所示,可看到自校正融合滤波器按实现收敛于最优融合滤波器.

由于本文方法噪声方差阵收敛速度较慢,在工程应用中可先离线运行,待自校正融合滤波的精度较高时,再切换到实时应用阶段.

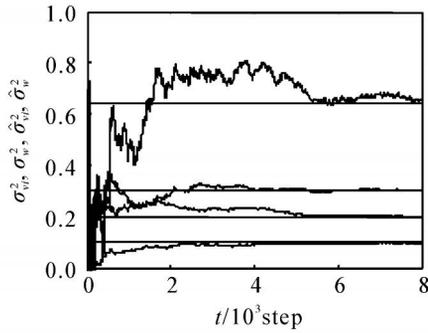
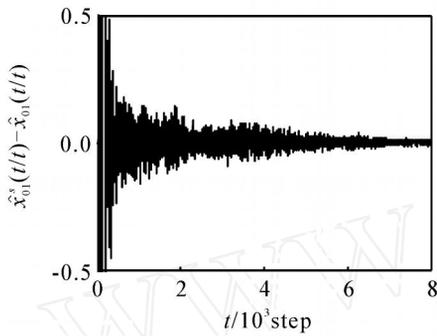
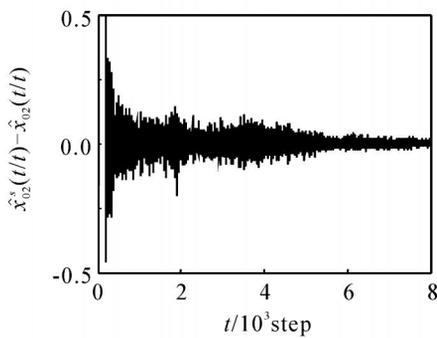


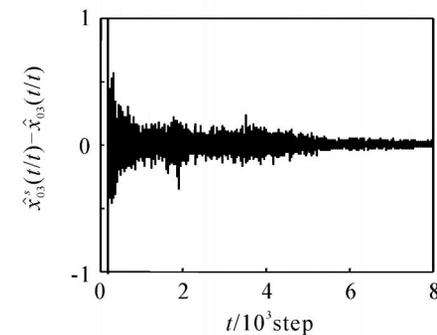
图 1 噪声方差估值器  $\hat{\sigma}_{v_i}^2, \hat{\sigma}_{w_i}^2$  的收敛性



(a) 位置融合误差曲线



(b) 速度融合误差曲线



(c) 加速度融合误差曲线

图 2 自校正与最优融合 Kalman 滤波器之间的误差

### 5 结 语

本文对带未知噪声方差的多传感器系统,用相关方法提出了噪声方差的在线估值器,避免了辨识 ARMA 新息模型,且可保证噪声方差估值器的一致性.基于按分量标量加权最优融合准则,提出了基于 Riccati 方程的自校正分量解耦融合 Kalman 滤波器.用动态误差系统分析方法证明了自校正融合 Kalman 滤波器按实现收敛于最优融合 Kalman 滤波器,因而具有渐近最优性.

### 参考文献(References)

[1] 韩崇昭,朱洪艳,段战胜.多源信息融合[M].北京:清华大学出版社,2006.  
(Han Chong-zhao, Zhu Hong-yan, Duan Zhan-sheng. Multi-source information fusion[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.)

[2] Han Q, Harris C J. Comparison of two measurement fusion methods for Kalman-filter-bases multisensor data fusion[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2001, 37(1): 273-279.

[3] 邓自立.最优估计理论及其应用——建模、滤波、信息融合估计[M].哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2005.  
(Deng Zi-li. Optimal estimation theory with applications-modeling, Filtering and information fusion estimation [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2005.)

[4] 邓自立.自校正滤波理论及其应用——现代时间序列分析方法[M].哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2003.  
(Deng Zi-li. Self-tuning filtering theory and applications—Modern time series method [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2003.)

[5] LEE T T. A direct approach to identify the noise covariances of Kalman filtering [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1980, 25(4): 841-842.

[6] Jing L. System identification: Theory for the user[M]. 2nd Ed. Prentice-Hall PTR, 1999.

[7] Deng Z L, Gao Y, Mao L, et al. New approach to information fusion steady-state Kalman filtering [J]. Automatica, 2005, 41(10): 1695-1707.

[8] 邓自立,李春波.自校正对角阵加权信息融合 Kalman 预报器及其收敛性分析[J].自动化学报,2007, 33(2): 156-163.  
(Deng Zi-li, Li Chun-bo. Self-tuning information fusion Kalman filter weighted by diagonal matrices and its convergence analysis[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(2): 156-163.)

(下转第 203 页)

求得的模拟预测值也保持相应的仿射变换量. 特殊地, 令平移量为零时, 对序列作数乘 倍变换, 变换后所得的模型拟合值和预测值也相应变化 倍. 另外, 不管仿射变换量的多少, 对数据模拟预测值的相对误差都无影响. 因此, 在建立离散灰色模型或离散灰色最优化模型的过程中, 可根据计算量的大小、数据的实际意义等因素, 预先对数据序列作仿射变换, 缩小数据的量级, 简化建模过程, 而不会改变模型的模拟和预测效果.

### 参考文献(References)

- [1] 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002: 35-41.  
(Deng Ju-long. The basis of grey theory[M]. Wuhan: Press of Huazhong University of Science & Technology, 2002: 35-41.)
- [2] 邓聚龙. 灰预测与灰决策[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002: 24-30.  
(Deng Ju-long. Grey prediction and grey decision[M]. Wuhan: Press of Huazhong University of Science & Technology, 2002: 24-30.)
- [3] 刘思峰, 党耀国, 方志耕, 等. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2004: 103-110.  
(Liu Si-feng, Dang Yao-guo, Fang Zhi-geng. Grey system theory and its application [M]. Beijing: Science Press, 2004: 103-110.)
- [4] Deng Ju-long. Introduction to grey system theory[J]. The J of Grey System, 1989, 1(1): 1-24.
- [5] Lin Yi, Liu Si-feng. A systemic analysis with data (II) [J]. Int J of General Systems, 2000, 29(6): 1001-1013.
- [6] Liu Si-feng, Forrest J. The role and position of grey system theory in science development[J]. The J of Grey System, 1997, 9(4): 351-356.
- [7] 穆勇. 优化灰导数白化值的无偏灰色 GM(1,1) 模型[J]. 数学的实践与认识, 2003, 33(3): 13-16.  
(Mu Yong. An unbiased GM(1,1) model with optimum grey derivatives whitening values [J]. Mathematics in Practice and Theory, 2003, 33(3): 13-16.)
- [8] 王义闹, 刘开第. 优化灰导数白化值的 GM(1,1) 建模法[J]. 系统工程理论与实践, 2001, 21(5): 124-128.  
(Wang Yi-nao, Liu Kai-di. GM(1,1) modeling method of optimum the whitening values of grey derivative [J]. Systems Engineering Theory & Practic, 2001, 21(5): 124-128.)
- [9] 宋中民, 同小军, 肖新平. 中心逼近式灰色 GM(1,1) 模型[J]. 系统工程理论与实践, 2001, 21(5): 110-113.  
(Song Zhong-min, Tong Xiao-jun, Xiao Xin-ping. Center approach grey GM(1,1) model [J]. Systems Engineering Theory & Practic, 2001, 21(5): 110-113.)
- [10] 谭冠军. GM(1,1) 模型的背景值构造方法和应用[J]. 系统工程理论与实践, 2000, 20(4): 99-103.  
(Tan Guan-jun. The structure method and application of back-ground value in grey system GM(1,1) model [J]. Systems Engineering Theory & Practic, 2000, 20(4): 99-103.)
- [11] Liu Bin, Liu Si-feng, Zhai Zhen-jie, et al. Optimum time response sequence for GM(1,1) [J]. Chinese J of Management Science, 2003, 11(4): 54-57.
- [12] Luo Dang, Liu Si-feng, Dang Yao-guo. The optimization of grey model GM(1,1) [J]. Chinese Engineering Science, 2003, 5(8): 50-53.
- [13] 张辉, 胡适耕. GM(1,1) 模型的精确解法[J]. 系统工程理论方法应用, 2001, 10(1): 72-74.  
(Zhang Hui, Hu Shi-geng. Accurate solution for GM(1,1) model [J]. Systems Engineering - Theory Methodology and Applications, 2001, 10(1): 72-74.)
- [14] 肖新平, 邓聚龙. 数乘变换下 GM(0,N) 模型中的参数特征[J]. 系统工程与电子技术, 2000, 22(10): 1-3.  
(Xiao Xin-ping, Deng Ju-long. Parameter characteristics of GM(0,N) model under multiple transformation [J]. Systems Engineering and Electronic, 2000, 22(10): 1-3.)
- [15] 谢乃明, 刘思峰. 离散 GM(1,1) 模型与灰色预测模型建模机理[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(1): 93-98.  
(Xie Nai-ming, Liu Si-feng. Discrete GM(1,1) and mechanism of grey forecasting model [J]. Systems Engineering Theory & Practice, 2005, 25(1): 93-98.)

(上接第 199 页)

- [9] Deng Z L, Li C B. Self-tuning information Kalman predictor weighted by scalars [C]. Proc of the 6th Congress on Intelligent Control and Automation. 大连, 2006, 2: 1487-1491.
- [10] 陈传璋. 数学分析[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1962.  
(Chen Chuan-zhang. Mathematical analysis [M]. Shanghai: Shanghai Science and Technique Press, 1962.)