

文章编号: 1001-0920(2008)02-0204-04

量子细胞神经网络超混沌系统的追踪控制与同步

王 森, 蔡 理, 吴 刚
(空军工程大学 理学院, 西安 710051)

摘 要: 研究三细胞耦合的量子细胞神经网络超混沌系统的追踪控制问题. 设计了一个非线性控制器, 使得受控系统追踪任意给定的参考信号, 并利用 Lyapunov 方法从理论上证明了该系统按指数速度收敛到给定的参考信号, 同时实现了该系统的自同步以及与 Rössler 混沌系统的异结构混沌同步. 数值仿真进一步表明了该方法的有效性.

关键词: 量子细胞神经网络; Rössler 混沌系统; 追踪控制; 同步

中图分类号: TP18; O415.5 **文献标识码:** A

Tracking control and synchronization of quantum cellular neural network's hyperchaotic system

WANG Sen, CAI Li, WU Gang

(The Sciences Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China. Correspondent: WANG Sen, E-mail: wangsen1998-2002@163.com)

Abstract: Tracking control of a hyperchaotic system called three-cell coupled quantum cellular neural network is studied. A tracking control method is proposed for this hyperchaotic system. By using Lyapunov function it is proved that the method can make the system approach to any desired smooth orbit at an exponent rate. Both the self synchronization and the synchronization with Rössler's chaotic system are also presented. Numerical simulations show the effectiveness of the proposed method.

Key words: Quantum cellular neural network; Rössler's chaotic system; Tracking control; Synchronization

1 引 言

量子细胞自动机(QCA)^[1]是一种新型的单电子纳器件,具有超高集成密度、超低功耗和无引线集成等优点.特别地,它可朝着分子级方向发展,将是新一代的电子元件之一.近年来,国外有学者以 Schrödinger 方程为基础,利用蔡氏细胞神经网络(CNN)^[2]的结构,用 QCA 构造了细胞局部耦合的网络,即所谓的量子细胞神经网络(QCNN)^[3].由于量子点之间的量子相互作用,可从每个细胞的极化率获得复杂的动力学特性,文献[4]研究了 3 个 QCA 耦合的 QCNN 的非线性动力学特性,发现该系统具有超混沌特性.

混沌控制和同步是当前自然科学基础研究的热门课题之一,它在通讯、信息科学、医学、生物、工程等领域具有巨大的应用潜力和发展前途,引起了人们的广泛关注与兴趣.在混沌控制研究中,追踪问题

即通过施加控制使受控系统的输出信号达到事先给定的参考信号,更具一般性.特别地,如果追踪的参考信号是由混沌系统产生的,这种追踪控制便演变成驱动系统与响应系统的同步,它包括自同步和异结构混沌同步.许多学者在这方面做了大量的研究工作^[5-9].

由 QCA 耦合的 QCNN 融合了 QCA 和 CNN 的优点,具有超高集成密度、超低功耗,易于超大规模集成实现,可对信号进行实时处理以及并行计算等特点.其在大规模信号处理上是一种崭新的结构,将是 CNN 在纳米级实现的一个发展方向.为此,本文对三细胞耦合的 QCNN 超混沌系统进行了追踪控制,使之追踪任意参考信号,并可实现自同步与异结构混沌同步;从理论上证明了受控 QCNN 超混沌系统可以指数收敛到参考信号,并通过数值仿真进一步证明了该方法的有效性.这些结果对于未来的

收稿日期: 2006-11-28; 修回日期: 2007-03-08.

基金项目: 陕西省自然科学基金基础研究计划项目(2005F20); 空军工程大学理学院学位论文创新基金项目(2007B003).

作者简介: 王森(1979—),男,合肥人,博士生,从事单电子器件理论、非线性电路的研究;蔡理(1959—),女,福建永春人,教授,博士,从事单电子器件理论、电路与系统等研究.

单电子纳器件在保密通信和控制上的应用是非常重要的。

2 控制器的设计

以 QCA 细胞的极化率 P 和量子相位 θ 作为状态变量,可将由 3 个细胞耦合的 QCNN 的状态方程^[4] 表述为

$$\begin{aligned} \dot{P}_1 &= -2b_1 \sqrt{1 - P_1^2} \sin \theta_1, \\ \dot{P}_2 &= -2b_2 \sqrt{1 - P_2^2} \sin \theta_2, \\ \dot{P}_3 &= -2b_3 \sqrt{1 - P_3^2} \sin \theta_3, \\ \dot{\theta}_1 &= -w_1(P_1 - P_2 - P_3) + 2b_1 \frac{P_1}{\sqrt{1 - P_1^2}} \cos \theta_1, \\ \dot{\theta}_2 &= -w_2(P_2 - P_1 - P_3) + 2b_2 \frac{P_2}{\sqrt{1 - P_2^2}} \cos \theta_2, \\ \dot{\theta}_3 &= -w_3(P_3 - P_2 - P_1) + 2b_3 \frac{P_3}{\sqrt{1 - P_3^2}} \cos \theta_3. \end{aligned} \tag{1}$$

其中 b_1, b_2 和 b_3 与每个细胞内量子点间的能量成正比,若细胞均相同,则有 $b_1 = b_2 = b_3$; w_1, w_2 和 w_3 表示对相邻细胞极化率之差的加权影响,相当于传统 CNN 中的 A 模板。

现在设计一个控制器 U ,使受控 QCNN 系统

$$\begin{aligned} \dot{P}_1 &= -2b_1 \sqrt{1 - P_1^2} \sin \theta_1, \\ \dot{P}_2 &= -2b_2 \sqrt{1 - P_2^2} \sin \theta_2, \\ \dot{P}_3 &= -2b_3 \sqrt{1 - P_3^2} \sin \theta_3, \\ \dot{\theta}_1 &= -w_1(P_1 - P_2 - P_3) + 2b_1 \frac{P_1}{\sqrt{1 - P_1^2}} \cos \theta_1 + U, \\ \dot{\theta}_2 &= -w_2(P_2 - P_1 - P_3) + 2b_2 \frac{P_2}{\sqrt{1 - P_2^2}} \cos \theta_2, \\ \dot{\theta}_3 &= -w_3(P_3 - P_2 - P_1) + 2b_3 \frac{P_3}{\sqrt{1 - P_3^2}} \cos \theta_3 \end{aligned} \tag{2}$$

的输出信号 $P_1(t)$ 追踪给定的参考信号 $r(t)$,即满足

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} |e(t)| = 0, \tag{3}$$

式中 $e(t) = P_1(t) - r(t)$ 称为误差信号。

对于受控系统(2),设

$$\begin{aligned} V(t) &= (P_1(t) - r(t))^2 + \\ & (2b_1 \sqrt{1 - P_1^2(t)} \sin \theta_1(t) - \\ & P_1(t) + r(t) + \dot{r}(t))^2. \end{aligned} \tag{4}$$

式中 $P_1(t), \theta_1(t)$ 为受控系统(2)的状态输出信号, $r(t)$ 为参考信号.对式(4)求导可得

$$\frac{dV(t)}{dt} = 2(P_1(t) - r(t))(\dot{P}_1(t) - \dot{r}(t)) +$$

$$\begin{aligned} & 2(2b_1 \sqrt{1 - P_1^2(t)} \sin \theta_1(t) - \\ & P_1(t) + r(t) + \dot{r}(t)) \times \\ & (2b_1 \sqrt{1 - P_1^2(t)} \cos \theta_1(t) \dot{\theta}_1(t) - \\ & 2b_1 P_1(t) \sin \theta_1(t) \dot{P}_1(t) / \sqrt{1 - P_1^2(t)} - \\ & \dot{P}_1(t) + \dot{r}(t) + \ddot{r}(t)). \end{aligned} \tag{5}$$

为方便起见,令

$$\begin{aligned} k &= w_1(P_1 - P_2 - P_3) - 2b_1 \frac{P_1}{\sqrt{1 - P_1^2}} \cos \theta_1, \\ l &= 2b_1 \sqrt{1 - P_1^2} \cos \theta_1, \\ m &= 2b_1 \sqrt{1 - P_1^2} \sin \theta_1, \\ n &= 4b_1^2 P_1 \sin^2 \theta_1. \end{aligned} \tag{6}$$

将式(2)和(6)代入(5),可得

$$\begin{aligned} dV(t)/dt &= \\ & 2(P_1(t) - r(t))(-m - \dot{r}(t)) + \\ & 2(m - P_1(t) + r(t) + \dot{r}(t)) \times \\ & (l(-k + U) + n + m + \dot{r}(t) + \ddot{r}(t)). \end{aligned} \tag{7}$$

令

$$dV(t)/dt = -2V(t), \tag{8}$$

将式(4)和(7)代入(8)可得控制器

$$U = k + \frac{2P_1 - 2m - n - 2r - 2\dot{r} - \ddot{r}}{l}. \tag{9}$$

下面证明对此控制器 $U, P_1(t)$ 按指数速率收敛到参考信号 $r(t)$ 。

定理 1 对于受控系统(2),如果控制器 U 满足式(9),则有

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{|e(t)|}{\exp(-(1-\epsilon)t)} = 0,$$

式中 ϵ 为任意正常数。

证明 对于受控系统(2),设函数 $V(t)$ 如式(4)所示,当控制器 U 满足式(9)时,可得

$$dV(t)/dt = -2V(t),$$

故可得

$$V(t) = V(0) \exp(-2t).$$

因为 $e(t) = P_1(t) - r(t)$,由式(4)可推出

$$e^2(t) = V(t),$$

从而

$$\begin{aligned} \frac{e^2(t)}{\exp(-(2-\epsilon)t)} &= \frac{V(t)}{\exp(-(2-\epsilon)t)} = \\ \frac{V(0)\exp(-2t)}{\exp(-(2-\epsilon)t)} &= \frac{V(0)}{\exp(\epsilon t)}, \end{aligned}$$

因此

$$\forall \epsilon > 0, \exists \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{|e(t)|}{\exp(-(1-\epsilon)t)} = 0,$$

即受控系统(2)的输出信号 $P_1(t)$ 按指数速率收敛到参考信号 $r(t)$ 上。

3 数值研究结果

当选取参数 $b_1 = b_2 = b_3 = 0.28, w_1 = 0.5, w_2 = 0.3, w_3 = 0.2$ 时,系统(1)呈现超混沌状态,其系统相图如图1所示.

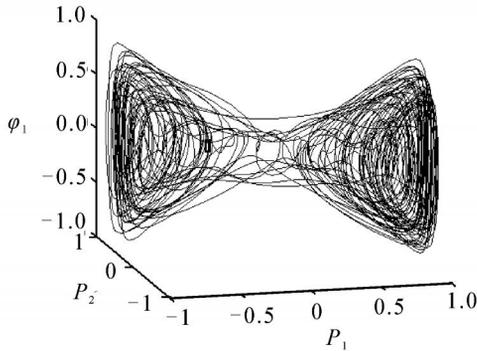


图1 QCNN超混沌系统相图在 $P_1 - P_2 - \varphi_1$ 上的投影

3.1 QCNN超混沌系统追踪正弦信号

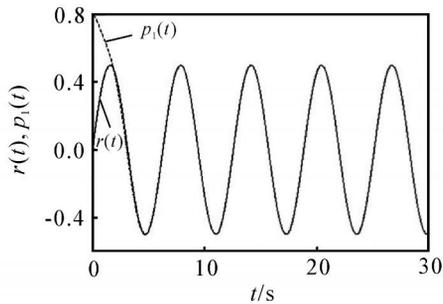
取参考信号为正弦信号,即

$$r(t) = 0.5 \sin t,$$

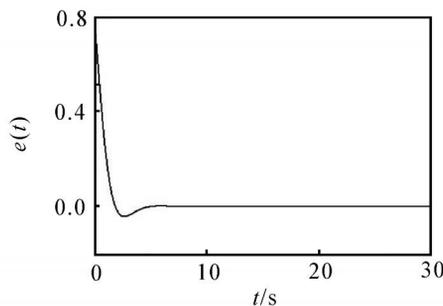
此时控制器为

$$U = k + \frac{2P_1 - 2m - n - 0.5 \sin t - \cos t}{l}.$$

采用 Matlab 对 QCNN 超混沌系统追踪给定正弦信号的情况进行了仿真,结果如图2所示.其中初值取为 $P_1(0) = 0.8, P_2(0) = 0.11, P_3(0) = 0.11, \varphi_1(0) = 0.1, \varphi_2(0) = 0.1, \varphi_3(0) = 0.1$,时间步长为 $\Delta t = 0.001$,积分方法为4阶 Runge-Kutta 法.由图2可见,当归一化时间 t 在5以后, QCNN 超混沌



(a) $r(t)$ 和 $P_1(t)$ 随时间 t 的变化



(b) $e(t)$ 随时间 t 的变化

图2 QCNN超混沌系统追踪正弦信号的模拟结果

系统已稳定地追踪上给定的正弦信号,误差 $e(t)$ 已基本稳定在零附近.

3.2 QCNN超混沌系统的自同步

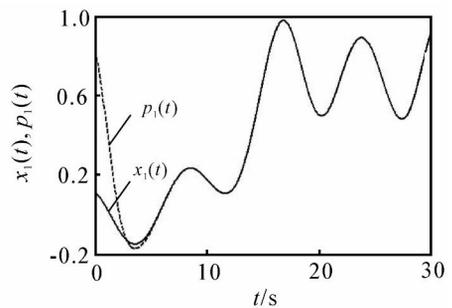
选择驱动系统与响应系统的结构相同,即驱动系统为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -2b_1 \sqrt{1-x_1^2} \sin x_4, \\ \dot{x}_2 &= -2b_2 \sqrt{1-x_2^2} \sin x_5, \\ \dot{x}_3 &= -2b_3 \sqrt{1-x_3^2} \sin x_6, \\ \dot{x}_4 &= -w_1(x_1-x_2-x_3) + \\ &\quad 2b_1 \frac{x_1}{\sqrt{1-x_1^2}} \cos x_4, \\ \dot{x}_5 &= -w_2(x_2-x_1-x_3) + \\ &\quad 2b_2 \frac{x_2}{\sqrt{1-x_2^2}} \cos x_5, \\ \dot{x}_6 &= -w_3(x_3-x_2-x_1) + \\ &\quad 2b_3 \frac{x_3}{\sqrt{1-x_3^2}} \cos x_6, \end{aligned} \quad (10)$$

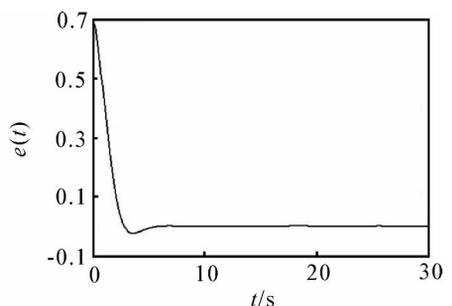
式中 $x_1(t)$ 为参考信号.此时控制器

$$\begin{aligned} U &= k + (2P_1 - 2m - n) / l - \\ &\quad (2x_1 - 4b_1 \sqrt{1-x_1^2} \sin x_4 + \\ &\quad 2b_1 w_1 \sqrt{1-x_1^2} (x_1 - x_2 - \\ &\quad x_3) \cos x_4 - 4b_1^2 x_1) / l \end{aligned}$$

初值取为 $x_1(0) = 0.11, x_2(0) = 0.11, x_3(0) = 0.11, x_4(0) = 0.1, x_5(0) = 0.1, x_6(0) = 0.1, P_1(0) = 0.8, P_2(0) = 0.11, P_3(0) = 0.11, \varphi_1(0) = 0.1, \varphi_2(0) = 0.1, \varphi_3(0) = 0.1$,时间步长为 $\Delta t =$



(a) $x_1(t)$ 和 $P_1(t)$ 随时间 t 的变化



(b) $e(t)$ 随时间 t 的变化

图3 QCNN超混沌系统自同步模拟结果

0.001, 积分方法为 4 阶 Runge-Kutta 法. 图 3 为 QCNN 超混沌系统自同步的数值模拟结果. 由图 3(a) 可见, 当 t 在 5 以后, QCNN 超混沌系统已稳定地追踪上参考信号 $x_1(t)$; 由图 3(b) 也可看到, 当 t 在 5 以后误差 $e(t)$ 已基本稳定在零附近.

3.3 QCNN 超混沌系统的异结构混沌同步

1976 年, Roessler 在研究具有中间产物的化学反应问题时, 通过适当的标度变换, 给出 Roessler 方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = - (y + z), \\ \dot{y} = x + y, \\ \dot{z} = z(x - 1). \end{cases} \quad (11)$$

当参数 $a = 0.34$, $b = 0.34$, $c = 4.5$ 时, Roessler 系统 (11) 处于混沌状态, 其吸引子如图 4 所示.

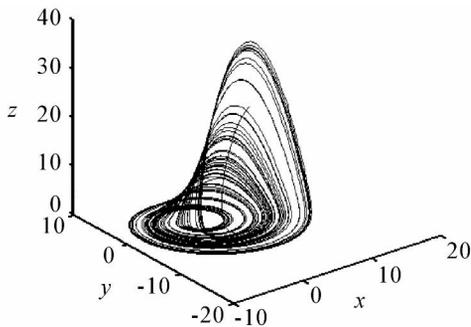
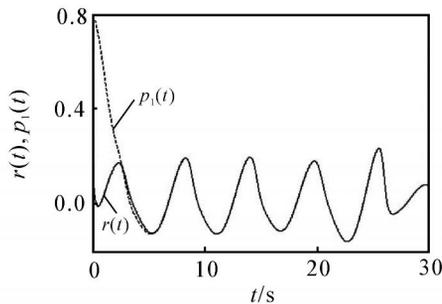
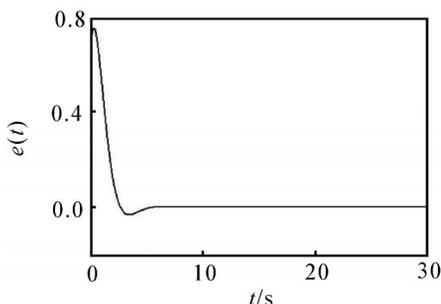


图 4 Roessler 吸引子

由受控系统(2)可知, 其状态信号 $P_1(t)$ 的值域为 $(-1, +1)$, 而由图 4 可看出 Roessler 系统状态信号的值域要比其大得多, 从而需要将 Roessler 系统中



(a) $r(t)$ 和 $P_1(t)$ 随时间 t 的变化



(b) $e(t)$ 随时间 t 的变化

图 5 QCNN 超混沌系统追踪 Roessler 混沌系统的模拟结果

状态信号的幅值缩小到 $P_1(t)$ 的值域范围内. 因此可令参考信号 $r(t) = x(t)/40$, 此时控制器

$$U = k + (2P_1 - 2m - n)/l - [x - (2 +)y + (- 2)z - xz -]/(40l).$$

取初始条件为 $x(0) = 4, y(0) = -5, z(0) = 25, P_1(0) = 0.8, P_2(0) = 0.11, P_3(0) = 0.11, x_1(0) = 0.1, x_2(0) = 0.1, x_3(0) = 0.1$, 时间步长为 $\Delta t = 0.001$, 积分方法为 4 阶 Runge-Kutta 法. 图 5 为 QCNN 超混沌系统追踪 Roessler 混沌系统的数值模拟结果. 由图 5(a) 可见, 当 t 在 5 以后, QCNN 超混沌系统已稳定地追踪上参考信号 $r(t)$; 由图 5(b) 也可看到, 当 t 在 5 以后误差 $e(t)$ 已基本稳定在零附近.

4 结 语

本文针对三细胞耦合的 QCNN 超混沌系统, 设计了一个非线性控制器, 使得系统的第一个状态信号以指数收敛速度追踪任意给定的参考信号, 同时实现了自同步以及与 Roessler 混沌系统的异结构同步. 该控制器形式简单, 收敛速度快, 大量的数值仿真验证了理论结果. 这些结果对于未来的单电子纳器件在保密通信和控制上的应用是非常重要的.

参考文献(References)

- [1] Lent C S, Tougaw P D, Bernstein G H. Quantum cellular automata[J]. Nanotechnology, 1993, 4(1): 49-57.
- [2] Chua L O, Yang L. Cellular neural networks: Theory and Applications[J]. IEEE Trans on Circuits System, 1988, 35(10): 1257-1290.
- [3] Toth G, Lent C S, Tougaw P D. Quantum cellular neural networks[J]. Superlattices and Microstructure, 1996, 20(4): 473-479.
- [4] 蔡理, 马西奎, 王森. 量子细胞神经网络的超混沌特性研究[J]. 物理学报, 2003, 52(12): 3002-3006. (Cai Li, Ma Xi-kui, Wang sen. Study of hyperchaotic behavior in quantum cellular neural networks[J]. Acta Physica Sinica, 2003, 52(12): 3002-3006.)
- [5] 李丽香, 彭海朋, 卢辉斌, 等. Hénon 混沌系统的追踪控制与同步[J]. 物理学报, 2001, 50(4): 629-632. (Li Li-xiang, Peng Hai-peng, Lu Hui-bin, et al. Control and synchronization of Hénon chaotic system [J]. Acta Physica Sinica, 2001, 50(4): 629-632.)
- [6] 陈志盛, 孙克辉, 张泰山. Liu 混沌系统的非线性反馈同步控制[J]. 物理学报, 2005, 54(6): 2580-2583. (Chen Zhi-sheng, Sun Ke-hui, Zhang Tai-shan. Nonlinear feedback synchronization control of Liu chaotic system[J]. Acta Physica Sinica, 2005, 54(6): 2580-2583.)

(下转第 212 页)

5 结 语

考虑到系统的状态往往是不能直接量测到的,所以本文基于输出反馈研究系统的极小极大控制问题.当系统所承受的干扰很大时,系统的性能指标和稳定性被严重破坏,状态偏离平衡点,控制能量的消耗很大,导致性能指标的上界达到充分大.针对不确定性和干扰破坏程度最大的情形,设计的极小极大控制器不需要耗费很大的代价就可以把性能指标的上界控制到最小,且闭环系统是渐近稳定的,说明其对干扰的抑制有着很好的效果.同时求解的控制器未知参数 P 并不需要假设是对角形的,减少了设计的保守性.

参考文献(References)

- [1] 杨富文. 具有结构不确定性系统的鲁棒 H 控制[J]. 控制理论与应用, 1998, 15(1): 61-68.
(Yang Fu-wen. Robust H control for systems with structured uncertain [J]. Control Theory and Applications, 1998, 15(1): 61-68.)
- [2] Wu H N, Cai K Y. H_2 guaranteed cost fuzzy control for uncertain nonlinear systems via linear matrix inequalities[J]. Fuzzy Sets and System, 2004, 148(3): 411-429.
- [3] Eduardo F C, Vilma A O. On the design of guaranteed cost controllers for a class of uncertain linear systems [J]. Systems & Control Letters, 2002, 46(1): 17-29.
- [4] Moheimani R, Petersen I R. Optimal guaranteed cost control of uncertain systems via static and dynamic output feedback [J]. Automatica, 1996, 32(4): 575-579.
- [5] Yang G H, Wang J L, Soh Y C. Guaranteed cost control for discrete time linear systems under controller gain perturbation [J]. Linear Algebra and Its Applications, 2000, 312(1-3): 161-180.
- [6] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002: 122-127.
(Yu L. Robust control — Linear matrix inequality method[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002: 122-127.)
- [7] 陈跃鹏, 张庆灵, 翟丁, 等. 广义系统可靠保成本控制 [J]. 东北大学学报, 2004, 25(5): 471-474.
(Chen Yue-peng, Zhang Qing-ling, Zhai Di, et al. Reliably guaranteed cost control of descriptor systems [J]. J of Northeastern University, 2004, 25(5): 471-474.)
- [8] Kogan M M. Solution to the inverse problem of minimax control and worst case disturbance for Linear continuous time systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1998, 43(5): 670-674.
- [9] Kogan M M. Solution to the inverse problem of minimax control and minimax robust control [J]. Automechanism and Telemechanism, 1998, 3:87-97.
- [10] 俞立, 王万良, 褚健. 不确定时滞系统的输出反馈稳定化控制器设计[J]. 自动化学报, 1998, 24(2): 225-229.
(Yu Li, Wang Wan-liang, Chu Jian. Design of output feedback stabilizing controller for uncertain time-delay systems[J]. Acta Automatica Sinica, 1998, 24(2): 225-229.)
- [11] 王德进. H_2 和 H 优化控制理论[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2001: 147-149.
(Wang De-jin. H_2 and H control theory optimal[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2001: 147-149.)

(上接第 207 页)

- [7] 宁娣, 陆君安. 一个临界系统与 Lorenz 系统和 Chen 系统的异结构同步 [J]. 物理学报, 2005, 54(10): 4590-4595.
(Ning Di, Lu Jun-an. Synchronization of a critical Chaotic system with Lorenz system and Chen system[J]. Acta Physica, 2005, 54(10): 4590-4595.)
- [8] 李建芬, 林辉, 李农. 基于追踪控制的混沌异结构同步 [J]. 物理学报, 2006, 55(8): 3992-3996.
(Li Jian fen, Lin Hui, Li Nong. Chaotic synchronization with diverse structures based on tracking control [J]. Acta Physica Sinica, 2006, 55(8): 3992-3996.)
- [9] 蔡国梁, 黄娟娟. 超混沌 Chen 系统和超混沌 Rössler 系统的异结构同步 [J]. 物理学报, 2006, 55(8): 3997-4004.
(Cai Guo-liang, Huang Juan-juan. Synchronization for hyperchaotic Chen system and hyperchaotic Rössler system with different structure[J]. Acta Physica Sinica, 2006, 55(8): 3997-4004.)