

文章编号: 1001-0920(2008)02-0221-04

## 多包传输网络控制系统的鲁棒 $H$ 故障检测

吕 明, 吴晓蓓, 陈庆伟, 胡维礼  
(南京理工大学 自动化学院, 南京 210094)

**摘 要:** 针对多包传输网络控制系统, 考虑具有未知干扰输入时, 系统的鲁棒故障检测问题. 首先建立了状态观测器, 并基于动态调度策略, 将观测器误差方程等效为离散切换系统; 然后基于 Lyapunov 稳定性理论, 给出了观测器系统为鲁棒  $H$  状态观测器的充分条件及观测器增益矩阵的求解方法. 此外, 为了增强鲁棒性和灵敏度, 将阈值的选取归结为具有线性不等式约束的最小化问题. 最后的仿真示例说明了该方法的有效性.

**关键词:** 多包传输; 网络控制系统; 故障检测; 动态调度; 鲁棒性  
**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## Robust $H$ fault detection for networked control systems with multi-packet transmission

LV Ming, WU Xiaobei, CHEN Qingwei, HU Weili

(Institute of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China. Correspondent: LV Ming, E-mail: lumtz@163.com)

**Abstract:** The problem of robust fault detection is considered for networked control systems with multi-packet transmission and unknown interference inputs. Firstly, the state observer is constructed, and the observer error equation is equaled to the discrete switched system under the dynamic scheduling strategy. Secondly, based on Lyapunov stability theory, the sufficient condition for the observer system being a robust  $H$  state observer and the method to find the observer gain matrix are both given. Moreover, in order to enhance the robustness and sensitivity, the threshold is selected to solve the minimization problem with a linear matrix inequality constraint. Finally, an illustrative example shows the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** Multi-packet transmission; Networked control system; Fault detection; Dynamic scheduling; Robustness

### 1 引 言

在网络控制系统中, 当控制器或传感器节点的待发数据超出了网络容许的范围时, 就必须将数据封装为多个包, 按照一定的调度规则分别进行传输, 从而构成了多包传输网络控制系统<sup>[1]</sup>. 常用的调度规则有静态和动态两种. 静态调度指系统按照事先确定的顺序传送数据包, 且在运行过程中保持不变. 动态调度指事先不约定包的传输顺序, 而是在实际运行过程中动态决定传输哪个数据包<sup>[2]</sup>.

目前, 关于多包传输网络控制系统的研究成果主要集中在系统建模、稳定性分析和控制方法的研究上, 对系统发生故障时的检测研究还很少. 文献[3]针对多包传输网络控制系统, 假设网络只存在于控制器和传感器之间, 给出了传感器数据被封装为两个包时的稳定性条件. 由于假设条件的限制, 所得

结果的应用面不广, 且未考虑发生故障的情况. 文献[4]考虑了具有传输时延的情况下, 多包传输网络控制系统的控制和稳定性问题, 同样研究的是正常情况下的系统. 文献[5]考虑了网络控制系统具有外部干扰且发生故障时的检测问题, 但研究的是采用单包传输的系统, 未涉及多包传输的情况.

本文考虑了具有未知干扰输入时, 控制量为多包传输的一类网络控制系统的鲁棒  $H$  故障检测问题. 首先对原系统建立故障观测器, 通过比较原系统与观测器输出, 得到观测器误差方程; 然后基于动态调度, 将误差系统等效为离散切换系统, 分析了稳定性问题, 并给出了检测系统故障的判据.

### 2 问题描述

考虑图 1 所示的多包传输网络控制系统. 图中, 被控对象模型为

收稿日期: 2006-09-20; 修回日期: 2006-12-11.

作者简介: 吕明(1980—), 女, 江苏泰州人, 博士生, 从事网络控制系统的故障检测研究; 吴晓蓓(1958—), 女, 成都人, 教授, 博士生导师, 从事基于网络的测控技术、智能控制等研究.

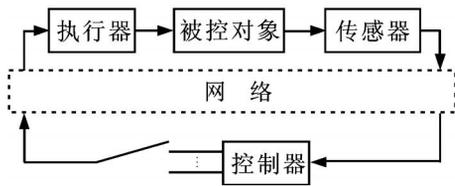


图 1 多包传输网络控制系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_f x(t) + B_f v(t) + f(t) + w(t), \\ y(t) = C_f x(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $x(t) \in R^n$  为状态向量,  $v(t) \in R^m$  为输入向量,  $y(t) \in R^l$  为输出向量,  $f(t) \in R^n$  为故障向量, 正常情况下,  $f(t)$  为零向量,  $w(t) \in R^n$  为干扰向量,  $A_f \in R^{n \times n}$  为系统矩阵,  $B_f \in R^{n \times m}$  为输入矩阵,  $C_f \in R^{l \times n}$  为输出矩阵. 对系统作如下假设:

- 1) 控制器和执行器为事件驱动, 传感器为时间驱动, 采样周期为  $h$ ;
- 2) 网络诱导时延可以忽略不计;
- 3) 控制器和执行器之间采用多包传输;
- 4) 在执行器接收端设有有一定长度的缓存, 根据数据标识, 对应的缓存单元将得到更新.

定义 1<sup>[6]</sup> 对信号  $f$ , 定义其  $L_2$  范数为

$$\|f\|_2 = \left( \sum_{k=0}^{\infty} \|f(k)\|^2 \right)^{1/2}, \quad (2)$$

则该范数可以用来度量信号  $f$  的大小, 其中  $\|f(k)\| = \sqrt{f^T(k) f(k)}$  是向量的欧式范数.

定义 2<sup>[5]</sup> 若存在状态观测器系统, 使得无干扰  $w_k$  时, 观测器系统渐近稳定; 当存在  $w_k$  时, 对给定常数  $\epsilon > 0$ , 在零初始条件下, 观测器输出  $\hat{z}_k$  满足

$$\|z_k - \hat{z}_k\|_2 < \epsilon, \quad (3)$$

则该观测器称为具有性能  $\epsilon$  的  $H$  状态观测器.

网络介入后, 得到离散化的被控对象为

$$\begin{cases} x_{k+1} = A x_k + B v_k + f_k + w_k, \\ y_k = C x_k. \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$A = e^{A_f h}, \quad B = \int_0^h e^{A_f s} ds B_f, \quad C = C_f.$$

对于上述系统, 控制量被封装为大小相同且带有标识的  $r$  个数据包. 在每个采样周期, 按照调度规则传输一个数据包到执行器, 并为了保证数据的实时性而将其余未被传输的数据包丢弃. 为了表述数据的这种更新情况, 假定第  $k$  个采样周期传输的是第  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, r$ ) 个包, 引入对角矩阵  $g_i = \text{diag}(g_i^1, g_i^2, \dots, g_i^r)$ . 此时, 对应的子块应满足  $g_i^i = I_{d \times d}$ ,  $d = m/r$  为每个包内数据的维数, 其余子块均为零. 从而得到更新的执行器数据为  $g_i u_k$ , 未被更新的数据则保持上一周期的值不变. 因此有

$$v_k = g_i u_k + (I_m - g_i) v_{k-1}, \quad i = 1, 2, \dots, r. \quad (5)$$

将式(5) 带入状态方程, 并设系统原控制律为  $u_k = K y_k$ , 可得

$$x_{k+1} = (A + B g_i K C) x_k + B (I_m - g_i) v_{k-1} + f_k + w_k. \quad (6)$$

引入增广向量  $z_k = [x_k^T \quad v_{k-1}^T]^T$ , 则

$$z_{k+1} = \begin{bmatrix} A + B g_i K C & B (I_m - g_i) \\ g_i K C & I_m - g_i \end{bmatrix} z_k + \begin{bmatrix} I_n \\ 0 \end{bmatrix} (f_k + w_k). \quad (7)$$

建立观测器

$$\hat{z}_{k+1} = \begin{bmatrix} A + B g_i K C & B (I_m - g_i) \\ g_i K C & I_m - g_i \end{bmatrix} \hat{z}_k + L_i (y_k - \hat{y}_k), \quad (8)$$

其中  $L_i \in R^{(n+m) \times l}$  为观测器增益矩阵. 令  $e_k = z_k - \hat{z}_k$ , 则观测器误差状态及输出方程为

$$e_{k+1} = \begin{bmatrix} A + B g_i K C & B (I_m - g_i) \\ g_i K C & I_m - g_i \end{bmatrix} e_k + \begin{bmatrix} I_n \\ 0 \end{bmatrix} f_k + \begin{bmatrix} I_n \\ 0 \end{bmatrix} w_k, \quad (9)$$

$$\hat{y}_k = [C \quad 0] e_k.$$

为表述方便, 令

$$H_i = \begin{bmatrix} A + B g_i K C & B (I_m - g_i) \\ g_i K C & I_m - g_i \end{bmatrix}, \quad \tilde{C} = [C \quad 0], \\ i = H_i - L_i \tilde{C}, \quad \tilde{I} = [I_n \quad 0]^T, \quad (10)$$

则

$$\begin{cases} e_{k+1} = (H_i - L_i \tilde{C}) e_k + \tilde{I} f_k + \tilde{I} w_k = \\ i e_k + \tilde{I} f_k + \tilde{I} w_k, \\ e_k = \tilde{C} e_k. \end{cases} \quad (11)$$

当系统正常时,  $f_k = 0$ , 观测器误差应保持恒定. 下面研究该稳定性问题.

### 3 稳定性分析

由于采用的是动态调度策略, 每个周期传送哪个数据包是动态决定的, 即  $i$  的变化是不确定的, 因此  $g_i$  和  $i$  的变化也是不确定的. 式(11) 实际上是一个具有  $r$  个子系统的离散切换系统.

引理 1<sup>[7]</sup> 对于离散切换系统

$$x_{k+1} = A_i x_k, \quad i = 1, 2, \dots, r,$$

若存在共同的对称正定矩阵  $P$ , 使得所有子系统均是渐近稳定的, 则整个离散切换系统是渐近稳定的.

引理 2<sup>[6]</sup> 设  $Z$  是一个对称矩阵, 且被分解成 3 行 3 列的分块矩阵形式, 若存在矩阵  $X$ , 使得

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ * & Z_{22} & Z_{23} + X^T \\ * & * & Z_{33} \end{bmatrix} < 0, \quad (12)$$

则有

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ * & Z_{22} \end{bmatrix} < 0, \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{13} \\ * & Z_{33} \end{bmatrix} < 0. \quad (13)$$

**定理 1** 对于式(11)所示的观测器误差系统,对给定的  $\gamma > 0$ ,若存在共同的对称正定矩阵  $P$ ,使得下列矩阵不等式组成立:

$$\begin{bmatrix} -P + \tilde{C}^T \tilde{C} & 0 & H_i^T - \tilde{C}^T L_i^T \\ 0 & -\gamma^2 I & \tilde{\Gamma}^T \\ H_i - L_i \tilde{C} & \tilde{\Gamma} & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (14)$$

其中  $i = 1, 2, \dots, r$ ,  $H_i, \tilde{C}, \tilde{\Gamma}$  定义见式(10),则该观测器为具有性能  $\gamma$  的  $H$  状态观测器.

**证明** 选择共同的 Lyapunov 函数  $V_k = e_k^T P e_k$ ,根据定义 2,分 2 步证明.

1) 当  $w_k = 0$  时,有

$$V_k = e_k^T ( \begin{bmatrix} P & \\ & i - P \end{bmatrix} e_k ).$$

$V_k < 0$  等价于  $\begin{bmatrix} P & \\ & i - P \end{bmatrix} < 0$ ,利用 Schur 补,并将  $i = H_i - L_i \tilde{C}$  带入,可得

$$\begin{bmatrix} -P & H_i^T - \tilde{C}^T L_i^T \\ H_i - L_i \tilde{C} & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (15)$$

将式(14)看成引理 2 中的式(12),其中

$Z_{11} = -P + \tilde{C}^T \tilde{C}, Z_{13} = H_i^T - \tilde{C}^T L_i^T, Z_{33} = -P^{-1}$ ,则

$$\begin{bmatrix} -P + \tilde{C}^T \tilde{C} & H_i^T - \tilde{C}^T L_i^T \\ H_i - L_i \tilde{C} & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0.$$

由于  $\tilde{C}^T \tilde{C} > 0$ ,则式(15)成立,故  $V_k < 0$ ,此时的系统渐近稳定.

2) 当  $w_k \neq 0$  时,有

$$V_k = e_k^T ( \begin{bmatrix} P & \\ & i - P \end{bmatrix} e_k + e_k^T \begin{bmatrix} P \tilde{\Gamma} \\ & w_k \end{bmatrix} w_k + w_k^T \tilde{\Gamma}^T P e_k + w_k^T \tilde{\Gamma}^T P \tilde{\Gamma} w_k ).$$

引入

$$J_k = \begin{bmatrix} k & & \\ & k^2 - \gamma^2 & \\ & & w_k^2 + V_k \end{bmatrix},$$

则

$$J_k = e_k^T ( \begin{bmatrix} P & \\ & i - P \end{bmatrix} e_k + e_k^T \begin{bmatrix} P \tilde{\Gamma} \\ & w_k \end{bmatrix} w_k + w_k^T \tilde{\Gamma}^T P e_k + w_k^T ( \tilde{\Gamma}^T P \tilde{\Gamma} - \gamma^2 I ) w_k ),$$

化为矩阵形式如下:

$$J_k = \begin{bmatrix} e_k^T & w_k^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} P & \\ & i - P \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} P \tilde{\Gamma} \\ & w_k \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \tilde{\Gamma}^T P & \\ & \tilde{\Gamma}^T P \tilde{\Gamma} - \gamma^2 I \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} P \tilde{\Gamma} \\ & w_k \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_k \\ w_k \end{bmatrix}.$$

令

$$= \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} P & \\ & i - P \end{bmatrix} + \tilde{C}^T \tilde{C} & \begin{bmatrix} P \tilde{\Gamma} \\ & w_k \end{bmatrix} \\ \tilde{\Gamma}^T P & \tilde{\Gamma}^T P \tilde{\Gamma} - \gamma^2 I \end{bmatrix},$$

则  $J_k < 0$  等价于  $\begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} < 0$ ,即

$$= \begin{bmatrix} -P + \tilde{C}^T \tilde{C} & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P \tilde{\Gamma} \\ & \tilde{\Gamma} \end{bmatrix} P \begin{bmatrix} i & \\ & \tilde{\Gamma} \end{bmatrix} < 0.$$

利用 Schur 补,上式等价于

$$\begin{bmatrix} -P + \tilde{C}^T \tilde{C} & 0 & \begin{bmatrix} P \tilde{\Gamma} \\ & \tilde{\Gamma} \end{bmatrix} \\ 0 & -\gamma^2 I & \tilde{\Gamma}^T \\ \begin{bmatrix} P \tilde{\Gamma} & \\ & \tilde{\Gamma} \end{bmatrix} & \tilde{\Gamma}^T & -P \end{bmatrix} < 0,$$

将式(10)带入上式,即为式(14).而

$$J_k = \begin{bmatrix} k & & \\ & k^2 - \gamma^2 & \\ & & w_k^2 + V_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & & \\ & k^2 - \gamma^2 & \\ & & w_k^2 + V_k - V_0 \end{bmatrix},$$

由零初始条件,  $V_0 = V_0 = 0$ .因此当  $J_k < 0$ ,即式(14)成立时,有  $\begin{bmatrix} k & \\ & k^2 - \gamma^2 \end{bmatrix} < \begin{bmatrix} k & \\ & w_k^2 \end{bmatrix}$ .

注意到式(14)中同时含有  $P^{-1}$  和  $P$ ,不等式组是非线性的,因此将其分别左乘、右乘  $\text{diag}(I, I, P)$ ,可得

$$\begin{bmatrix} -P + \tilde{C}^T \tilde{C} & 0 & H_i^T P - \tilde{C}^T L_i^T P \\ 0 & -\gamma^2 I & \tilde{\Gamma}^T P \\ P H_i - P L_i \tilde{C} & P \tilde{\Gamma} & -P \end{bmatrix} < 0.$$

上式中含乘积项  $P L_i$ ,构成了双线性矩阵不等式,使得观测器增益矩阵难以直接求解,因此进行变量代换.令  $Y_i = P L_i$ ,带入上式,可得下面的定理 2.

**定理 2** 对于式(11)所示的观测器误差系统,对给定的  $\gamma > 0$ ,若存在共同的对称正定矩阵  $P$ 及矩阵  $Y_i$ ,使得下列矩阵不等式组成立:

$$\begin{bmatrix} -P + \tilde{C}^T \tilde{C} & 0 & H_i^T P - \tilde{C}^T Y_i^T \\ 0 & -\gamma^2 I & \tilde{\Gamma}^T P \\ P H_i - Y_i \tilde{C} & P \tilde{\Gamma} & -P \end{bmatrix} < 0, \quad (16)$$

$i = 1, 2, \dots, r$ ,则该观测器为具有性能  $\gamma$  的  $H$  状态观测器,且  $L_i = P^{-1} Y_i$  为所求的观测器增益矩阵.

在稳定性得到保证之后,可令  $\bar{\tau}$  为故障检测残差,按照下述规则来判断系统是否发生故障:

$$\begin{cases} \bar{\tau} < \bar{\tau}, & \text{系统正常;} \\ \bar{\tau} > \bar{\tau}, & \text{系统故障.} \end{cases}$$

其中  $\bar{\tau}$  为故障检测阈值.

#### 4 鲁棒性与灵敏度分析

阈值  $\bar{\tau}$  是影响检测鲁棒性和灵敏度的重要因素.为减少由于干扰  $w_k$  带来的误报警,增强鲁棒性,可取  $\bar{\tau} = w_m$ .另外,在前面定理中,是将  $\gamma$  作为给定指标,寻求满足该指标的  $H$  观测器.这里,为了提高检测灵敏度,可将  $\gamma$  作为未知量,寻求其优化值  $\gamma^*$ ,此时的检测阈值为  $\bar{\tau} = \gamma^* w_m$ .

**定理 3** 对于如式(11)所示的观测器系统,若以下的优化问题:

$$\begin{aligned} \min & \gamma, \\ \text{s.t.} & \begin{bmatrix} -P + \tilde{C}^T \tilde{C} & 0 & H_i^T P - \tilde{C}^T Y_i^T \\ 0 & -\gamma^2 I & \tilde{\Gamma}^T P \\ P H_i - Y_i \tilde{C} & P \tilde{\Gamma} & -P \end{bmatrix} < 0, \end{aligned} \quad (17)$$

有解  $\hat{P}_i$ , 则  $\hat{P}_i = \sqrt{P_i}$  为该鲁棒  $H_\infty$  状态观测器的优化性能指标, 其中  $i = 1, 2, \dots, r$ .

证明 在式(16)中, 令  $P_i = P_i$ , 可以得到式(17), 将式(17)作为约束条件,  $\hat{P}_i$  作为目标函数, 即可得到上述具有线性不等式约束和线性目标函数的最小化问题, 从而可以得到优化值  $\hat{P}_i$ .

## 5 仿真示例

被控对象模型为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1.2 \\ 1 & -1.6 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1.5 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} v(t) + f(t) + w(t), \\ y(t) = [1 \ 0]x(t). \end{cases}$$

设采样周期  $h = 0.1$  s, 离散化后的对象模型为

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1.0057 & 0.1111 \\ 0.0926 & 0.8575 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0.1503 & 0.0057 \\ 0.0071 & 0.0926 \end{bmatrix} v_k + f_k + w_k,$$

$$y_k = [1 \ 0]x_k.$$

假定  $r = 2$ , 干扰  $w(t)$  的幅值上界  $w_m = 0.2$ , 原系统的控制律为  $K = [-6.73 \ -4.5]^T$ . 动态调度采用最大误差优先协议, 即对于每个数据包, 将本次和上次的数据进行比较, 传输相对误差最大的一个包. 根据定理3, 利用 LMI 工具箱中的求解器 mincx 求解可得  $\hat{P}_i = 0.45$ , 且

$$L_1 = [0.0288 \ 0.3112 \ -6.7300 \ 0]^T,$$

$$L_2 = [1.0146 \ -0.0576 \ 0 \ -4.5000]^T.$$

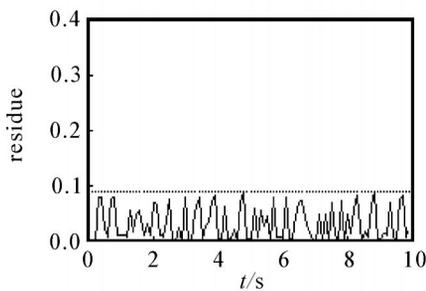


图2 正常情况下的残差

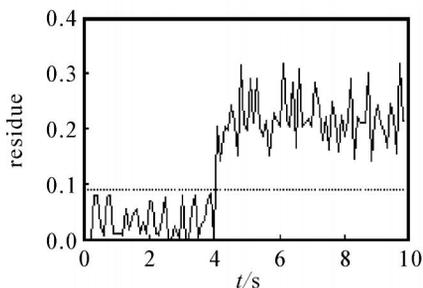


图3 故障情况下的残差

假定系统在 4 s 时发生阶跃型突变故障, 检测阈值  $\bar{r} = \hat{P}_i w_m = 0.09$ . 正常及故障情况下的残差仿真曲线分别如图 2 和图 3 所示. 图中与时间轴平行的虚线为检测阈值. 图 2 的残差始终未超越阈值, 表示系统是正常的. 图 3 中, 在 4 s 后, 残差迅速超过阈值, 从而检测出有故障发生.

## 6 结 语

多包传输网络控制系统是一类较复杂的网络控制系统, 其发生故障时的检测问题几乎还未有文献涉及. 本文在动态调度策略下, 对该类系统的鲁棒故障检测问题进行了探讨, 得出了系统的稳定性条件和观测器增益矩阵的求解方法, 并给出了增强故障检测鲁棒性及灵敏度的方法.

## 参考文献(References)

- [1] 孙海燕, 侯朝桢. 具有数据包丢失及多包传输的网络控制系统稳定性[J]. 控制与决策, 2005, 20(5): 511-515.  
(Sun Hai-yan, Hou Chao-zhen. Stability of networked control systems with data packet dropout and multiple-packet transmission[J]. Control and Decision, 2005, 20(5): 511-515.)
- [2] 樊卫华. 网络控制系统的建模与控制[D]. 南京: 南京理工大学, 2004.  
(Fan Wei-hua. The modeling and control of networked control systems [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2004.)
- [3] Zhang W. Stability analysis of networked control system [D]. Cleveland: Case Western Reserve University, 2001.
- [4] Sun Z G, Li X, Zhu D S. Analysis of networked control systems with multi-packet transmission[C]. Proc of the 5th World Congress on Intelligent Control and Automation. Hangzhou, 2004: 1357-1360.
- [5] Bao Yong, Dai Qiu-qiu, Cui Ying-liu, et al. Fault detection based on robust states observer on networked control systems [C]. 2005 Int Conf on Control and Automation. Budapest, 2005: 1237-1241.
- [6] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.  
(Yu Li. Robust control — Linear matrix inequality methods [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)
- [7] Zhang Ming-jun, Tarn Tzyh-Jong. A switching control strategy for nonlinear dynamic systems[C]. Proc of the 2003 IEEE Int Conf on Robotics & Automation. Taipei, 2003: 1476-1481.