

文章编号: 1001-0920(2008)02-0167-04

基于模糊双曲模型的可靠控制器设计

杨 珺¹, 张化光¹, 郑成德²

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110004; 2. 大连交通大学 数理系, 辽宁 大连 116002)

摘要: 考虑执行器出现故障, 提出一种基于模糊双曲模型(FHM)的可靠性能控制策略. 首先用模糊双曲模型表述一类离散非线性系统, 建立基于模糊双曲模型的控制器; 然后通过 LMI 方法设计该控制器, 以保证系统在正常情况和执行器出现故障时都是渐近稳定的, 并通过求解一个基于 LMI 的优化问题, 得到最优的控制器增益矩阵, 使得保性能指标的上界最小. 仿真结果表明了该方法的有效性.

关键词: 可靠控制; 模糊双曲模型; 保性能控制

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Design of reliable controller based on fuzzy hyperbolic model

YANG Jun¹, ZHANG Hua-guang¹, ZHENG Cheng-de²

(1. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2. Department of Mathematics, Dalian Jiaotong University, Dalian 116002, China. Correspondent: YANG Jun, E-mail: yangjun@ise.neu.edu.cn)

Abstract: A reliable guaranteed cost control problem based on fuzzy hyperbolic model (FHM) with actuator faults is proposed. An FHM is employed to represent a class of discrete-time nonlinear systems and the controller based on FHM is established. The controller obtained in terms of linear matrix inequality (LMI) can guarantee the stability of the closed-loop system in the normal and actuator fault cases. Furthermore, an optimal controller gain matrix is obtained solving an LMI optimization procedure, which can minimize a bound on guaranteed cost. Finally, simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Key words: Reliable control; Fuzzy hyperbolic model; Guaranteed cost control

1 引言

可靠控制是将系统部件可能发生的故障考虑在控制器设计过程中,使所设计的控制系统无论是否出现故障都能保持一定的性能指标. 由于元器件质量、环境变化等各种因素,执行器和传感器失效是实际系统经常遇到的问题. 近年来,针对线性系统可靠控制问题的研究取得了许多成果^[1-3],例如代数 Riccati 方程法^[1]和线性矩阵不等式(LMI)法^[2,3]等. 针对非线性系统的可靠控制问题的研究也取得了一些成果^[4-5],其中文献[4]扩展了文献[1]的结果. 文献[5]使用 T-S 模糊模型表示一类非线性系统,并给出了可靠性能模糊控制器的设计方法.

文献[6]提出一种新型模糊模型——模糊双曲模型(FHM),它可用来描述一个未知非线性系统. 文献[7,8]已证明 FHM 具有一致逼近能力. 文献

[9-11]在文献[6]的基础上给出了基于 FHM 的一类稳定的模糊控制器设计方法,但其结果只限于连续时间域的情况. 本文针对具有执行器故障的模型,研究了一类离散非线性系统的可靠性能控制器的设计方法.

2 模糊双曲模型

定义 1 已知一个非线性系统由 n 个输入变量 $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T$ 和 n 个输出变量 $x(t+1) = (x_1(t+1), x_2(t+1), \dots, x_n(t+1))^T$ 组成. 如果用来描述系统的模糊规则基满足以下的条件,则称这组模糊规则基为模糊双曲模型的规则基:

1) 对于每一个输出变量 $x_r(t+1)$, $r = 1, \dots, n$, 第 k 条规则的形式为

R^k : If x_1 is F_{x_1} , x_2 is F_{x_2} , ..., and x_n is F_{x_n} ,

Then $x_r(t+1) = \pm C_{F_{x_1}}^r \pm C_{F_{x_2}}^r + \dots \pm C_{F_{x_n}}^r$,

收稿日期: 2007-04-12; 修回日期: 2007-07-27.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60325311, 60534010, 60572070, 60521003); 教育部长江学者及创新团队计划课题(IR T0421).

作者简介: 杨珺(1976—),男,沈阳人,博士生,从事模糊控制、非线性系统等研究; 张化光(1959—),男,吉林省吉林市人,教授,博士生导师,从事复杂系统的智能控制、非线性控制等研究.

$$k = 1, 2, \dots, 2^n. \quad (1)$$

其中: $F_{x_i} (i = 1, \dots, n)$ 是与 x_i 对应的模糊子集, 包括正(P)和负(N)两个语言值, $\pm C_{F_{x_i}}^r$ 为与 F_{x_i} 对应的 $2n$ 个实常数.

2) 常数项 $\pm C_{F_{x_i}}^r$ 与 F_{x_i} 是一一对应的, 即如果在 If 部分包括 F_{x_i} , 则在 Then 部分应包含 $\pm C_{F_{x_i}}^r$; 反之, 如果在 If 部分不包括 $C_{F_{x_i}}^r$, 则在 Then 部分也应不包括 $C_{F_{x_i}}^r$. 如果 F_{x_i} 项所描述的语言值是正(P), 则 $+ C_{F_{x_i}}^r$ 出现在 Then 部分; 如果 F_{x_i} 项所描述的语言值是负(N), 则 $- C_{F_{x_i}}^r$ 出现在 Then 部分.

3) 此模糊规则基共有 2^n 条模糊规则, 即在 If 部分模糊变量包括所有可能的正(P), 负(N) 组合.

为表达简便, 设 $C_{P_i}^r = + C_{F_{x_i}}^r, C_{N_i}^r = - C_{F_{x_i}}^r$.

引理 1 给定 n 组模糊双曲模型的规则基, 如果定义输入变量对应的模糊集合 P 和 N 的隶属函数为

$$\mu_P(x_i) = e^{-\frac{1}{2}(x_i - l_i)^2}, \mu_N(x_i) = e^{-\frac{1}{2}(x_i + l_i)^2}, \quad (2)$$

式中 l_i 为常数, 则应用单点模糊器、乘机推理机和中心平均反模糊器, 可以得到

$$x_r(t+1) = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{C_{P_i}^r e^{l_i x_i} + C_{N_i}^r e^{-l_i x_i}}{e^{l_i x_i} + e^{-l_i x_i}}}{\sum_{i=1}^n \frac{p_i + q_i \frac{e^{l_i x_i} - e^{-l_i x_i}}{e^{l_i x_i} + e^{-l_i x_i}}}{p_i + q_i \tanh(l_i x_i)}} =$$

其中: $p_i = \frac{C_{P_i}^r + C_{N_i}^r}{2}, q_i = \frac{C_{P_i}^r - C_{N_i}^r}{2}$. 所以, 整个系统的模型可表示为

$$x(t+1) = p + A \tanh(Lx(t)). \quad (3)$$

式中: p 是常向量, A 是常矩阵, $L = \text{diag}(l_1, \dots, l_n)$, $\tanh(Lx) = \tanh(l_1 x_1), \dots, \tanh(l_n x_n)^T$.

称式(3)为模糊双曲模型(FHM).

如果取 $C_{P_i}^r$ 和 $C_{N_i}^r$ 互为相反数, 那么可得到如下的齐次 FHM:

$$x(t+1) = A \tanh(Lx(t)). \quad (4)$$

模糊双曲模型具有以下优点:

1) 模糊双曲模型集合是 T-S 模糊模型集合的一个真子集. 模糊双曲模型能够逼近定义在致密集上的非线性函数, 是一种全局模型, 因此可根据此模型来逼近未知的非线性系统.

2) 模糊双曲模型将传统的模糊模型的结构辨识问题化简为确定对应的模糊变量个数问题, 辨识的复杂性大大降低, 辨识参数的个数较少.

3) 与其他的模糊模型相比, 模糊双曲模型更适合于有限多变量非线性系统的逼近.

4) 模糊双曲模型也是一种递归神经网络模型,

可通过神经网络强大的学习功能来获取模型参数.

3 变换模糊双曲模型及可靠控制器的设计

若考虑控制输入, 则模糊双曲模型的数学表达式为

$$x(t+1) = A \tanh(Lx(t)) + Bu(t). \quad (5)$$

其中

$$x(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))^T \in R^n,$$

$$L = \text{diag}(l_1, \dots, l_n),$$

$$u(t) = (u_1(t), \dots, u_m(t))^T \in R^m,$$

A 和 B 是适当维数的常矩阵.

从式(1)中, 可以得到如下结论:

1) 因为 $\tanh(x_i) = x_i - \frac{x_i^3}{3} + \frac{2x_i^5}{15} - \dots$, 所以当 $|x_i(t)|, i = 1, \dots, n$, 的值很小时, FHM 可以近似为线性模型 $x(t+1) = ALx(t) + Bu(t)$;

2) 函数 $\tanh(\cdot)$ 满足 $\forall a, b \in R, |\tanh(a) + \tanh(b)| \leq |a + b|$, 这说明函数 $\tanh(\cdot)$ 是一类奇函数, 并满足 1-Lipschitz 条件;

3) 如果对式(5)进行坐标变换, 例如令 $\tilde{x}_i = e_i x_i$, 则会得到一个新的 FHM, 即

$$\tilde{x}(t+1) = EA \tanh(LE^{-1}\tilde{x}(t)) + EBu(t),$$

这里 $E = \text{diag}(e_1, \dots, e_n)$ 是对角常矩阵.

可以通过建模时的合理取值或者适当的坐标变换, 使得矩阵 $L = I$, 这样便可得到本文所讨论的 FHM, 即

$$x(t+1) = A \tanh(x(t)) + Bu(t). \quad (6)$$

同时考虑如下的控制器结构:

$$u(t) = K \tanh(x(t)), \quad (7)$$

其中 K 表示控制器增益矩阵. 本文称之为模糊双曲型控制器(FHC).

注 1 因为 $u(t)$ 是 $x(t)$ 的双曲正切函数, 所以对任意 $x(t), u(t)$ 是一个有界函数, 满足 $K \tanh(x(t)) \leq K$. 由此可知, FHC 是具有饱和特性的非线性反馈控制器. 在实际中, 对于非线性状态空间所描述系统(6)而言, 应用 FHC 比线性反馈控制器更加合理.

为了研究在执行器失效情况下的可靠控制器的设计, 首先应建立故障模型. 假设 $\mu_F(t)$ 为故障发生后的控制输入向量, 则执行器故障模型可以表示为^[5]

$$u_F(t) = N u(t), N = 0, 1, \dots, n_f, n_f \leq 2^m - 1, \quad (8)$$

其中 N 被称为比例因子, 并且满足

$$N = \{ N = \text{diag}(n_1, \dots, n_m), n_j = 0 \text{ or } 1, j = 1, \dots, m \}. \quad (9)$$

显然, 当 $n_j = 0$ 时, 故障模型(8)中对应的第 j 个执

行器出现故障;当 $n_j = 1$ 时,对应的第 j 个执行器工作正常. 如果 $n_j = 0$, 则表示所有的执行器工作正常,此时 $u_F(t) = u(t)$. 因此,考虑存在执行器故障情况下,闭环系统可表示为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t+1) &= (A + B_N K) \tanh(x(t)), \\ N &= 0, 1, \dots, n_f. \end{aligned} \quad (10)$$

本文的主要目的是设计控制器 (7), 使得闭环系统 (10) 对所有的 N 都是渐近稳定的, 同时满足保性能指标 $J < J_0$. J 被定义为如下形式:

$$\begin{aligned} J &= \int_{t=0}^{\infty} (\tanh^T(x(t)) Q \tanh(x(t)) + \\ &u_F^T(t) R u_F(t) + \\ &\int_{t=0}^{\infty} \tanh^T(x(t)) [Q + K^T N R N K] \tanh(x(t)) dt. \end{aligned} \quad (11)$$

其中: $N = 0, 1, \dots, n_f$, Q 和 R 是正定对称矩阵, J_0 被称为保性能指标上界.

下面给出必要的定义和引理:

定义 2 当方阵 $P = [p_{ij}]$ 满足如下条件时:

- 1) $P > 0$, 2) $\forall i, p_{ii} > \sum_{j \neq i} |p_{ij}|$, 被称为正定对角占优矩阵.

引理 2^[8] 如果 P 是正定对角占优矩阵, 那么对所有 $x(t)$, 下式成立:

$$\tanh^T(x(t)) P \tanh(x(t)) \leq x^T(t) P x(t). \quad (12)$$

下面给出主要结果:

定理 1 当考虑闭环系统 (10) 和保性能指标 (11) 时, 如果存在矩阵 $Q > 0$, $R > 0$ 和正定对角占优矩阵 P , 满足

$$\begin{aligned} (A + B_N K)^T P (A + B_N K) + \\ Q + K^T N R N K - P < 0, \end{aligned} \quad (13)$$

则闭环系统 (10) 对所有的 N , $N = 0, 1, \dots, n_f$, 是渐近稳定的, 并且保性能指标 (11) 满足

$$J < J_0 = x^T(0) P x(0), \quad (14)$$

其中 $x(0)$ 表示初值.

证明 选取 Lyapunov 函数

$$V(t) = x^T(t) P x(t),$$

则

$$\begin{aligned} V(t+1) - V(t) &= \\ &\tanh^T(x(t)) [(A + B_N K)^T P (A + \\ &B_N K)] \tanh(x(t)) - x^T(t) P x(t). \end{aligned} \quad (15)$$

假设条件 (13) 满足, 并且考虑引理 2, 有

$$\begin{aligned} V(t+1) - V(t) &= \\ &-\tanh^T(x(t)) (Q + K^T N R N K) \tanh(x(t)). \end{aligned} \quad (16)$$

显然, $V(t+1) - V(t) < 0$, 所以闭环系统 (10) 对所

有的 N , $N = 0, 1, \dots, n_f$, 是渐近稳定的, 从而有 $V(x(\infty)) = 0$. 把不等式 (16) 从 $t = 0$ 到 $t = \infty$ 进行累加, 得

$$\begin{aligned} V(x(\infty)) - V(x(0)) &= \\ &-\int_{t=0}^{\infty} \tanh^T(x(t)) [Q + K^T N R N K] \tanh(x(t)) dt. \end{aligned} \quad (17)$$

可见式 (17) 保证了式 (14) 成立.

在定理 1 中, 条件 (13) 并不是 LMI, 为了求出控制器增益矩阵 K , 给出如下结果:

定理 2 当考虑系统 (6) 和保性能指标 (11) 时, 如果存在矩阵 $\bar{Q} > 0$, $\bar{R} > 0$, $Y = [y_{ij}] > 0$, $Z = [z_{ij}]$ 和适当维数的矩阵 S 满足如下的 LMIs:

$$\begin{bmatrix} -Y & AY + B_N S & 0 \\ * & -Y + \bar{Q} & S^T N \\ * & * & -\bar{R} \end{bmatrix} < 0, \quad N = 0, 1, \dots, n_f, \quad (18)$$

$$z_{ij} = 0, \quad \forall i = j, \quad (19)$$

$$y_{ij} + z_{ij} = 0, \quad \forall i = j, \quad (20)$$

$$y_{ii} - \sum_{j \neq i} (y_{ij} + 2z_{ij}) = 0, \quad \forall i, \quad (21)$$

则可靠控制器 (7) 能保证闭环系统 (10) 对所有的 N , $N = 0, 1, \dots, n_f$, 是渐近稳定的, 同时保性能指标 (11) 满足 $J < J_0$, 并且控制器增益矩阵 $K = S Y^{-1}$. 其中 $*$ 表示在对称部分的转置项.

证明 应用 Schur 补引理^[12], 定理 1 中的式 (13) 等价于

$$\begin{bmatrix} -P^{-1} & A + B_N K \\ * & -P + Q + K^T N R N K \end{bmatrix} < 0, \quad (22)$$

对上式左边的矩阵分别左乘和右乘矩阵 $\text{diag}(I, P^{-1})$, 可得式 (22) 等价于

$$\begin{bmatrix} -P^{-1} & A P^{-1} + B_N K P^{-1} \\ * & -P^{-1} + P^{-1} Q P^{-1} + P^{-1} K^T N R N K P^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (23)$$

记 $Y = P^{-1}$, $\bar{Q} = Y Q Y$, $S = K Y$, $\bar{R} = R^{-1}$, 并再次应用 Schur 补引理, 可得式 (23) 等价于式 (18). 此外, 从式 (19) ~ (21) 可知

$$\begin{aligned} y_{ii} - \sum_{j \neq i} (y_{ij} + 2z_{ij}) &= \\ &= (\sum_{j \neq i} |y_{ij} + z_{ij}| + \sum_{j \neq i} |z_{ij}|) - \sum_{j \neq i} |y_{ij}|. \end{aligned} \quad (24)$$

式 (24) 保证了矩阵 Y 是正定对角占优的. 事实上, 式 (19) ~ (21) 对保证 Y 是正定对角占优也是必要条件^[13]. 因此, 由定理 1 可知, 结论成立.

为了得到更好的保性能指标, 希望最小化保性能指标上界 J_0 , 因此给出如下结果:

定理 3 当考虑系统(6) 和保性能指标(11) 时,如果存在矩阵 $\bar{Q} > 0, \bar{R} > 0, \gamma > 0, Y = [y_{ij}] > 0, Z = Z^T = [z_{ij}]$ 和适当维数的矩阵 S 使得下面的最优问题有解:

$$\begin{aligned} \min \operatorname{tr}(\cdot), \\ \text{s. t. } 1) \begin{bmatrix} - & \frac{1}{2} \\ * & -Y \end{bmatrix} < 0, \\ 2) \text{ LMIs(18) } \sim (21), \end{aligned} \quad (25)$$

则可靠控制器(7) 能保证闭环系统(10) 对所有的 $N = 0, 1, \dots, n_f$, 是渐近稳定的, 同时得到最小的保性能指标上界, 并且最优的控制器增益矩阵 $K = SY^{-1}$. 其中 $\operatorname{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹.

证明 定义一个新的正定矩阵 $X = x(0)x^T(0)$. 因为 $\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA)$, 所以 $x^T(0)Y^{-1}x(0) = \operatorname{tr}(Y^{-1}X) = \operatorname{tr}(\frac{1}{2}Y^{-1}X\frac{1}{2})$. 再引入一个新的矩阵变量 X , 使它满足 $\frac{1}{2}Y^{-1}X\frac{1}{2} < \cdot$. (26)

由 Schur 补引理可知, 式(26) 等价于

$$\begin{bmatrix} - & \frac{1}{2} \\ * & -Y \end{bmatrix} < 0. \quad (27)$$

因此, 由定理 2 可知, 结论成立.

4 仿真例子

考虑如下的非线性系统^[5]:

$$\begin{aligned} x_1(t+1) &= x_1(t) - 0.5x_2(t) + u_1(t), \\ x_2(t+1) &= x_2(t) - 2\sin(x_1(t)) + \\ &\quad 0.5u_1(t) + u_2(t), \end{aligned} \quad (28)$$

经过辨识和建模过程, 可以得到它的 FHM 如下:

$$\begin{aligned} x(t+1) &= \\ &\begin{bmatrix} 1.1953 & -0.5976 \\ -2.1465 & 1.1953 \end{bmatrix} \tanh(x(t)) + \\ &\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix} u(t). \end{aligned} \quad (29)$$

在本例中, 取初值为 $x(0) = [0.4 \ 0.3]^T$. 可能的故障为: $u_0 = I, u_1 = \operatorname{diag}(0, 1), u_2 = \operatorname{diag}(1, 0)$, 分别对应于无执行器故障, $u_1(t)$ 出现故障和 $u_2(t)$ 出现故障. 应用定理3, 可以设计可靠的保性能控制器, 并得到控制器增益矩阵 $K = \begin{bmatrix} -1.4449 & 0.9062 \\ 2.9346 & -1.5557 \end{bmatrix}$ 和最小的保性能指标上界 $J_0 = 0.3817$. 图1 ~ 图3 分别显示了在发生不同故障的情况下, 系统(28) 的状态轨迹. 由图1 ~ 图3 可知, 系统(28) 对所有的 $N = 0, 1, 2$, 是渐近稳定的.

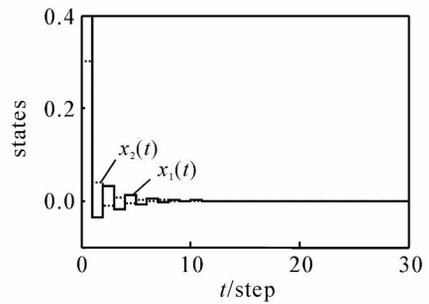


图1 无故障时系统的状态轨迹

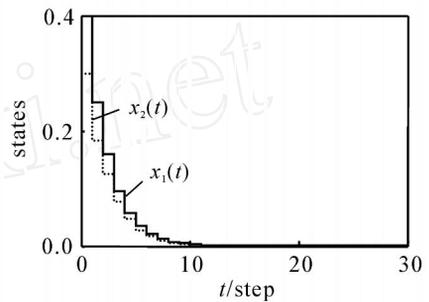


图2 当 $u_1(t)$ 出现故障时系统的状态轨迹

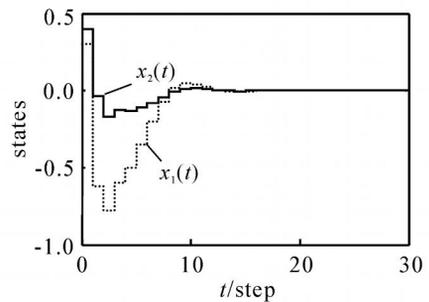


图3 当 $u_2(t)$ 出现故障时系统的状态轨迹

5 结 语

针对一类离散非线性系统, 研究了基于模糊双曲模型的可靠保性能控制问题. 此控制器使得闭环系统无论是否发生执行器故障仍能保证渐近稳定, 并且可以通过求解一个基于 LMI 的优化问题, 得到最优的控制器增益矩阵, 同时使得保性能指标的上界最小. 仿真结果表明, 本文提出的方法是有效的.

参考文献(References)

[1] Veillette R J. Reliable linear-quadratic state-feedback control[J]. Automatica, 1995, 31(1): 137-143.
 [2] Liao F, Wang J L, Yang G H. Reliable robust flight tracking control: An LMI approach[J]. IEEE Trans Control System Technology, 2002, 10(1): 76-89.
 [3] Yang G H, Yee J S, Wang J L. An iterative LMI method to discrete-time reliable state-feedback controller design with mixed H_2/H_∞ performance[J]. European J Control, 2002, 8(1): 126-135.

(下转第 176 页)

- [4] 黄常青, 郑链, 宋承天. 红外多目标跟踪算法研究[J]. 红外与激光工程, 2005, 34(2): 188-191.
(Huang Chang-qing, Zheng Lian, Song Cheng-tian. Infrared multitarget tracking algorithm[J]. Infrared and Laser Engineering, 2005, 34(2): 188-191.)
- [5] Duy H Nguyen, John H Kay, Bradley J Orchard, et al. Feature-aided tracking of moving ground vehicles [C]. Proc of SPIE on Algorithms for Synthetic Aperture Radar. Orlando, 2002: 234-245.
- [6] Dang Hong-she, Han Chong-zhao. Multi-target data association approach for vehicle tracking in road situation[C]. Proc of 2003 IEEE Int Conf on Intelligent Transportation Systems. Shanghai, 2003, 1: 379-383.
- [7] Jiang Jing; Guo Jing, Luo Peng-fei, et al. Multisensor multiple-attribute data association[C]. CIE Int Conf of Radar. Beijing, 1996: 393-396.
- [8] 王杰贵, 罗景青. 基于多目标多特征信息融合数据关联的无源跟踪方法[J]. 电子学报, 2004, 4(32): 1013-1016
(Wang Jie-gui, Luo Jing-qing. Passive tracking based on data association with information fusion of multi-feature and multi-target [J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 4(32): 1013-1016.)
- [9] 潘丽娜. 红外警戒系统中的数据互联算法[J]. 红外与激光工程, 1998, 27(6): 5-7.
(Pan Li-na. Data association algorithms for infrared surveillance systems [J]. Infrared and Laser Engineering, 1998, 27(6): 5-7.)
- [10] 王学伟, 何友. 舰载红外警戒系统多目标跟踪算法研究[J]. 火力与指挥控制, 1999, 24(1): 38-41.
(Wang Xue-wei, He You. A multitarget tracking algorithm of shipborne infrared surveillance system[J]. Fire Control & Command Control, 1999, 24(1): 38-41.)
- [11] Kailath T. An innovation approach to least-square estimation: Part I[J]. IEEE Trans on AC, 1968, 13(6): 645-655.
- [12] Farina A, Ristic B, Benvenuti D. Tracking a ballistic target: Comparison of several nonlinear filters [J]. IEEE Trans on AES, 2002, 38(3): 854-867.
- [13] 钱铮铁. 一种用于红外警戒系统的被动测距方法[J]. 红外与毫米波学报, 2001, 20(4): 311-314.
(Qian Zheng-tie. Passive ranging method for IRST systems[J]. J of Infrared and Millimeter Waves, 2001, 20(4): 311-314.)

(上接第 170 页)

- [4] Liang Y W, Liaw D C, Lee T C. Reliable control of nonlinear systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(4): 706-710.
- [5] Wu H N. Reliable LQ fuzzy control for nonlinear discrete-time systems via LMIs [J]. IEEE Trans on System, Man Cybernetics B, 2004, 34(2): 1270-1275.
- [6] Zhang H, Quan Y. Modeling, identification and control of a class of nonlinear system[J]. IEEE Trans on Fuzzy System, 2001, 9(2): 349-354.
- [7] Zhang H, Wang Z. Chaotifying fuzzy hyperbolic model using adaptive inverse optimal control approach[J]. Int J Bifurcation and Chaos, 2004, 14(10): 3505-3517.
- [8] Margaliot M, Langholz G. A new approach to fuzzy modeling and control of discrete-time systems[J]. IEEE Trans on Fuzzy System, 2003, 11(4): 486-494.
- [9] 张化光, 全永兵. 基于模糊双曲正切模型的一类稳定的模糊控制器设计[J]. 控制与决策, 2002, 17(6): 956-957.
(Zhang Hua-guang, Quan Yong-bing. Design of stable fuzzy controller based on fuzzy hyperbolic model [J]. Control and Decision, 2002, 17(6): 956-957.)
- [10] Yang J, Liu D, Feng J, et al. Controller design for a class of nonlinear systems based on fuzzy hyperbolic model[C]. Proc of the 6th World Congress on Control and Automation. Dalian, 2006: 873-877.
- [11] Zhang H, Yang J. Delay-dependent stability of a class of nonlinear systems with time delays based on fuzzy hyperbolic model[C]. ICIC 2006. LNAI 4114, 2006: 20-31.
- [12] Boyd S, Ghaoui L E, Feron E, et al. Linear matrix inequalities in system and control theory [M]. Philadelphia: SIAM, 1994.
- [13] Chu Y C, Glover K. Bounds of the induced norm and model reduction errors for systems with repeated scalar nonlinearities[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1999, 44(3): 471-483.