

文章编号: 1001-0920(2008)03-0293-04

## 人工免疫粒子滤波算法的研究

张琪, 王鑫, 胡昌华, 蔡曦

(第二炮兵工程学院 302 教研室, 西安 710025)

**摘要:** 退化现象是应用粒子滤波算法的一个主要障碍, 常规的再采样方法虽然可解决退化问题, 但容易产生粒子耗尽现象. 针对上述问题, 将人工免疫算法引入粒子滤波, 提出了人工免疫粒子滤波算法. 通过人工免疫算法寻找较好的粒子用于估计, 以增加粒子集的多样性, 从而缓解了粒子滤波的退化现象并解决了粒子耗尽问题. 仿真结果表明该算法是可行的.

**关键词:** 粒子滤波; 退化问题; 粒子耗尽; 人工免疫算法

**中图分类号:** TP13      **文献标识码:** A

### Research on artificial immune particle filter

ZHANG Qi, WANG Xin, HU Chang-hua, CAI Xi

(302 Unit, The Second Artillery Engineering Institute, Xi'an 710025, China. Correspondent: ZHANG Qi, E-mail: zhangqi6530@163.com)

**Abstract:** Degeneracy phenomenon is a main disadvantage to particle filter application. Common re-sampling method can resolve degeneracy phenomenon, but the sample impoverishment is a secondary result. Therefore, artificial immune particle filter is proposed, in which artificial immune algorithm is introduced. Better particles for estimation are selected with artificial immune algorithm, as a result, the diversity of samples is enhanced. The degeneracy phenomenon is ameliorated and the problem of sample impoverishment is also resolved by using the proposed particle filter. Simulation results show the feasibility of the proposed immune particle filter algorithm.

**Key words:** Particle filter; Degeneracy phenomenon; Sample impoverishment; Artificial immune algorithm

### 1 引言

粒子滤波(PF)是一种基于贝叶斯估计的非线性滤波算法,近年来已成为解决非线性非高斯动态系统的参数估计和状态滤波问题的主流方法.目前,粒子滤波技术已成功地应用于诸多领域,如目标跟踪<sup>[1]</sup>、计算机视觉<sup>[2]</sup>、数据检测<sup>[3]</sup>、故障诊断<sup>[4]</sup>等.粒子滤波算法在应用中存在的主要问题是退化现象,即经过多次递推之后,除了很少的几个粒子以外,大部分粒子的权值几乎等于零,从而导致大量的计算资源浪费在毫无意义的那些粒子上.常见的解决退化问题的方法包括:适当选取重要性密度函数和进行再采样.再采样粒子滤波算法(SIR)的基本思想是减少权值较小的粒子,复制权值较大的粒子.目前已有多种再采样的算法,如分层采样、留数采样、系统采样等.虽然再采样在一定程度上可以解决退化问题,但却因此带来了粒子耗尽问题.所谓粒子耗尽就是经过再采样后具有较大权值的粒子被多次选

取,致使粒子集仅包含很少的相异样本,从而丧失了多样性.在估计那些较长时间维持不变的量时,退化现象尤其突出.

本文针对上述问题,将人工免疫算法引入粒子滤波,提出了人工免疫粒子滤波算法,以增加粒子集的多样性,从而缓解了粒子滤波的退化现象并解决了粒子耗尽问题.

### 2 粒子滤波算法

粒子滤波算法是一种新的基于序贯重点采样(SIS)的非线性滤波方法.粒子滤波是指:通过寻找一组在状态空间中传递的随机样本,对概率密度函数  $p(x_k / z_k)$  进行近似,以样本均值代替积分运算,从而获得状态最小方差的估计过程,这些样本即称为“粒子”.随着粒子数的增加,粒子的概率密度函数逐渐逼近状态的概率密度函数,粒子滤波估计便达到了最优贝叶斯估计的效果<sup>[5]</sup>.基本粒子滤波算法详见文献[6].

收稿日期: 2006-06-31; 修回日期: 2007-02-05.

作者简介: 张琪(1980—),女,甘肃庆阳人,博士生,从事控制系统自动检测、故障诊断等研究; 胡昌华(1966—),男,湖北罗田人,教授,博士生导师,从事控制系统自动检测、容错控制等研究.

考虑非线性动态系统

$$\begin{cases} x_k = f(x_{k-1}, v_{k-1}), \\ y_k = h(x_k, n_k). \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $x_k \in R^{n_x}$  为  $k$  时刻系统的状态向量,  $y_k \in R^{n_y}$  为观测输出,  $v_k \in R^{n_v}$  为系统噪声,  $n_k \in R^{n_n}$  为观测噪声, 且映射

$$\begin{cases} f: R^{n_x} \times R^{n_v} \rightarrow R^{n_x}, \\ h: R^{n_x} \times R^{n_n} \rightarrow R^{n_y}, \end{cases} \quad (2)$$

分别构成了系统的状态方程和观测方程. 基于 SIR 的一般粒子滤波算法流程如下<sup>[7]</sup>:

Step1: 初始化. 在  $k = 0$  时刻, 根据重点密度抽样出  $N$  个粒子, 假定抽样出的每个粒子用  $x_k^i, 1/N$  表示, 令  $k = 1$ .

Step2: 更新.

$$x_k^i = f(x_{k-1}^i, v_{k-1}^i). \quad (3)$$

由  $x_{k-1}^i$  根据式(3)更新  $k$  时刻的粒子  $x_k^i$ .

Step3: 加权.

$$w_k^i = \frac{p(y_k/x_k^i) p(x_k^i/x_{k-1}^i)}{q(x_k^i/x_{k-1}^i, y_k)}, \quad (4)$$

根据式(4)计算  $x_k^i$  的权值.

Step4: 归一化权值.

$$\tilde{w}_k^i = \frac{w_k^i}{\sum_{i=1}^N w_k^i}. \quad (5)$$

Step5: 滤波.

$$p(x_k/y_{1:k}) = \prod_{i=1}^N \tilde{w}_k^i(x_k - x_k^i). \quad (6)$$

计算  $k$  时刻的滤波密度并进行再采样, 令  $k = k + 1$ , 返回 Step2.

### 3 人工免疫粒子滤波算法

人工免疫算法具有全局多样性寻优能力, 本文针对一般粒子滤波算法的退化现象, 将人工免疫算法引入粒子滤波算法, 提出一种人工免疫粒子滤波器(AIPF). 这种新的滤波器旨在改善样本集的多样性, 从众多粒子中选出较好的粒子用于状态估计, 以提高粒子滤波器的估计与跟踪能力.

#### 3.1 人工免疫算法

人工免疫算法是一种基于人工免疫系统的随机全局搜索算法. 免疫算法和遗传算法、进化算法等都属于模拟自然界生物行为的仿生算法. 免疫算法和遗传算法在搜索最优解方面比进化策略更可靠, 且免疫算法比遗传算法快, 进化策略在速度上比前二者都快, 但易陷入局部最优解. 免疫算法与其他非确定性优化算法最大的区别在于它的克隆和亲和性计算程序<sup>[8]</sup>.

抗原和抗体对应于优化问题的目标函数和可能解. 亲和性有两种形式: 一种是亲和力, 亲和力体

现了抗原与抗体之间的匹配程度; 另一种是排斥力, 体现了两个抗体之间的相似程度, 这个独有的特性保证了免疫算法具有多样性. 免疫算法在记忆单元的基础上进行, 并且按照亲和力的大小决定克隆数目, 在这些基础上, 保证了免疫算法能以很快的速度收敛于全局最优解<sup>[9]</sup>.

#### 3.2 人工免疫粒子滤波算法

这种新算法是在解决退化现象的背景下提出的. 算法的思想如下: 根据重点密度随机抽取  $N$  个样本作为初始抗体, 这  $N$  个抗体实际上也是状态估计时所要用的粒子; 对这  $N$  个粒子进行更新, 分别计算  $N$  个抗体的亲和力和抗体与抗体之间的排斥力, 按照亲和性的大小决定每个抗体应克隆的抗体数目; 前面的  $N$  个初始抗体和克隆所得的所有抗体组成新的抗体群, 分别计算他们的亲和性, 抛弃相似的抗体, 并从中选出最好的  $N$  个抗体用于对下一时刻状态的估计, 这样便可最大限度地保证参与估计的粒子最好. 这种算法必然会使计算量有所增加, 但在条件允许的情况下, 可使样本集保持一定的多样性, 减轻退化现象的影响, 将最好的粒子用于后验概率密度的估计, 使算法具有较好的跟踪性能.

由于人工免疫算法的引入, 针对前面的非线性动态系统(1), 以 1 和粒子  $x_k^i, \tilde{w}_k^i$  分别作为抗原和抗体, 有如下定义:

**定义1**  $k$  时刻第  $i$  个抗体的亲和力  $\text{fit}_k(i)$  定义为

$$\text{fit}_k(i) = 1 - \tilde{w}_k^i, \quad (7)$$

$\text{fit}_k(i)$  越小, 表明抗体与抗原匹配得越好.

**定义2**  $k$  时刻第  $i$  个抗体与第  $j$  个抗体的排斥力  $\text{off}_k(i, j)$  定义为

$$\text{off}_k(i, j) = |x_k^i - x_k^j|, \quad (8)$$

$\text{off}_k(i, j)$  越小, 表明第  $i$  个抗体与第  $j$  个抗体越相似.

**定义3**  $k$  时刻第  $i$  个抗体的克隆数  $\text{knum}_k(i)$  定义为

$$\text{knum}_k(i) = \text{round}\left(N \times \cos\left(\frac{1}{2} \times \text{fit}_k(i)\right)\right), \quad (9)$$

其中  $\text{round}()$  表示向最近的整数取整. 选用  $\cos$  函数的目的是为使亲和力小的粒子克隆数目较大, 并且分布在  $0 \sim N$  之间. 克隆的原则是促进亲和力小的抗体, 而抑制亲和力大的抗体, 以使系统能快速收敛于全局最优解.

**定义4** 对  $k$  时刻第  $i$  个抗体的变异规则定义为

$$x_k^i = x_k^i + \text{fit}_k(i) \text{rand } n(), \quad (10)$$

其中  $\text{rand } n()$  是随机抽取的一个满足  $N(0, 1)$  分布

的随机数. 变异的原则是对亲和力小的抗体变异量小, 而对亲和力大的抗体变异量大.

人工免疫粒子滤波算法流程如下:

Step1: 初始化. 在  $k$  时刻, 根据重点密度抽样出  $N$  个粒子, 假定抽样出的每个粒子用  $x_k^i, 1/N$  表示, 令  $k = 1$ .

Step2: 更新. 根据式 (3) ~ (5) 估计  $k$  时刻的状态  $x_k^i$  及其相应的权值并归一化, 以这  $N$  个粒子作为初始抗体群并存入记忆单元.

Step3: 计算亲和力. 按照式 (7) 和 (8) 计算每个抗体的亲和力  $fit_k(i)$  和抗体与抗体之间的排斥力  $off_k(i, j)$ .

Step4: 克隆抗体. 按照每个抗体的亲和力对抗体进行克隆, 克隆数目  $knum_k(i)$  由式 (9) 决定.

Step5: 变异. 按照式 (10) 对所有抗体进行变异.

Step6: 选优. 计算变异后所有抗体的  $fit_k(i)$  和  $off_k(i, j)$ , 抛弃  $off_k(i, j) < 0.0001$  中的一个抗体, 并按  $fit_k(i)$  进行排序, 选出前面的  $N$  个抗体更新记忆单元. 返回 Step3, 直到满足终止判据为止.

Step7: 估计. 用记忆单元中的  $N$  个抗体作为新一代的粒子, 按照式 (6) 计算  $k + 1$  时刻的滤波密度.

人工免疫算法的寻优能力使样本集保持一定的多样性, 缓解了粒子的退化现象, 解决了粒子耗尽问题, 并且保证用于估计的粒子是最好的, 使算法有较好的跟踪能力<sup>[10]</sup>.

### 4 仿真实例及其结果分析

#### 4.1 仿真实例

例 1 对标准验证模型的估计能力. 对于本文提出的算法, 采用下述模型来验证其有效性. 该模型在大量文献<sup>[11]</sup> 中均可看到, 是研究比较各种粒子滤波算法性能的标准验证程序之一. 系统方程如下:

$$\begin{cases} p(x_k/x_{k-1}) = N(x_k : f(x_{k-1}, k), Q_{k-1}), \\ p(y_k/x_k) = N(y_k : x_k^2/20, R_k). \end{cases} \quad (11)$$

或者等价地有

$$\begin{cases} x_k = f(x_{k-1}, k) + v_{k-1}, \\ y_k = x_k^2/20 + n_k. \end{cases} \quad (12)$$

其中

$$f_k(x_{k-1}, k) = \frac{x_{k-1}}{2} + \frac{25x_{k-1}}{1+x_{k-1}^2} + 8\cos(1.2k), \quad (13)$$

$v_k$  和  $n_k$  是均值为 0, 方差分别为  $R_k = 10, Q_k = 1$  的高斯噪声. 初始概率密度函数为  $N(0, 5), x_0 = 0.1$ , 取  $N = 40$  进行 100 步的迭代估计. 在本仿真过程中, 选用循环 5 次作为算法的终止判据. 对于  $k$  时刻的状态, 采用下式进行估计:

$$x_k^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_k^i \times \frac{1}{N} \quad (14)$$

人工免疫粒子滤波算法 100 步的状态估计结果如图 1 所示.

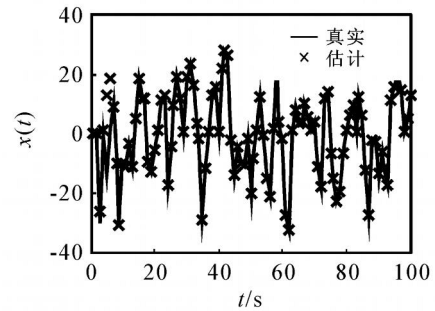


图 1 人工免疫粒子滤波算法估计结果

例 2 分时恒定值的估计问题<sup>[10]</sup>. 假设所估计问题的系统方程为

$$x(t) = \begin{cases} 5, & 0 < t < T/3; \\ 10, & T/3 < t < 2T/3; \\ 3, & 2T/3 < t < T; \end{cases} \quad (15)$$

$$y(t) = x(t) + N(0, Q). \quad (16)$$

其中:  $T = 100, Q = 1$ , 初始样本方差为 5, 粒子滤波的样本个数为 40.

采用一般粒子滤波算法和人工免疫粒子滤波算法的估计结果分别如图 2 和图 3 所示, 图 4 和图 5 分别表示 SIR 粒子滤波算法和人工免疫粒子滤波算法第 100 步估计时的粒子分布.

通常用有效粒子个数  $N_{eff}$  对粒子滤波算法的退化程度进行度量.  $N_{eff}$  定义为

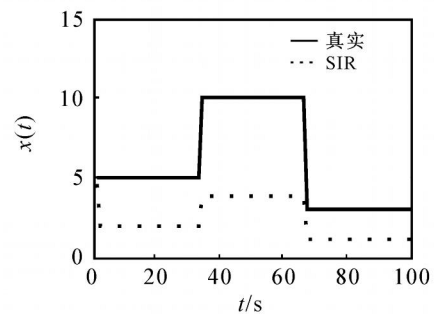


图 2 一般粒子滤波算法估计结果

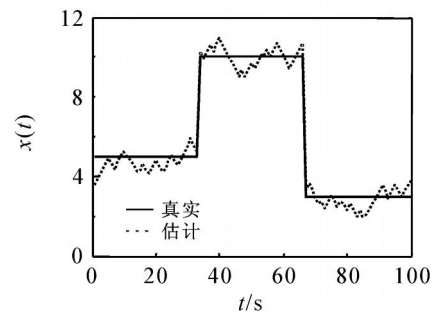


图 3 人工免疫粒子滤波算法估计结果

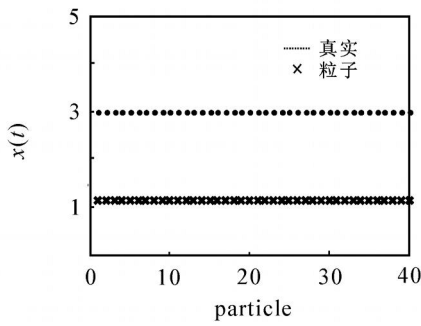


图 4 一般粒子滤波算法的粒子分布

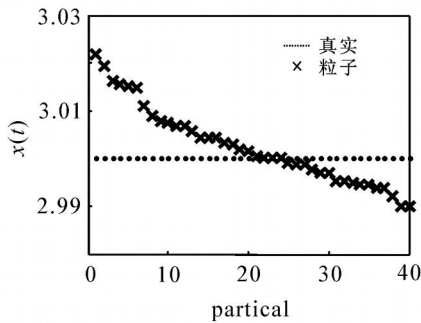


图 5 人工免疫粒子滤波算法的粒子分布

$$N_{\text{eff}} = \text{round}\left(\frac{1}{\sum_{i=1}^N (w_i)^2}\right) \quad (17)$$

其中:round() 表示向最近的整数取整的运算,  $N_{\text{eff}}$  越小表明退化越严重.

为了验证人工免疫粒子滤波算法对退化问题的改善程度,分别对一般粒子滤波算法和人工免疫粒子滤波算法运行 10 次,并分别计算其有效样本数的平均值进行比较.表 1 中  $N_{\text{eff}1}$  和  $N_{\text{eff}2}$  分别表示一般粒子滤波器和人工免疫粒子滤波器的最终有效样本数.

表 1 两种算法的有效样本数比较

次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$N_{\text{eff}1}$	13	11	13	11	12	11	9	10	12	10
$N_{\text{eff}2}$	39	40	40	39	40	40	40	40	40	40

注: $N_{\text{eff}1}$  的平均值 = 10.2,  $N_{\text{eff}2}$  的平均值 = 39.8.

对于粒子滤波算法的误差,一般使用均方根误差(RMSE)进行度量,单次运行的 RMSE 通过下式计算:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k - x_k^*)^2} \quad (18)$$

其中: $N$  为迭代步数,  $x_k$  和  $x_k^*$  为第  $k$  步状态的真实值与估计值.对一般粒子滤波算法和人工免疫粒子滤波算法分别运行 10 次,用 10 次 RMSE 的均值和方差来比较两种算法的误差.

表 2 中  $\text{RMSE}_{\text{GPF}}$  和  $\text{RMSE}_{\text{AIPF}}$  分别表示一般粒子滤波算法和人工免疫粒子滤波算法的均方根误差.

表 2 两种算法的误差比较

次数	1	2	3	4	5
$\text{RMSE}_{\text{GPF}}$	1.408 0	1.066 2	2.969 0	5.222 1	9.067 5
$\text{RMSE}_{\text{AIPF}}$	0.363 9	0.458 9	0.422 1	0.398 4	0.488 6
次数	6	7	8	9	10
$\text{RMSE}_{\text{GPF}}$	1.750 2	1.363 6	2.424 0	6.981 1	5.003 9
$\text{RMSE}_{\text{AIPF}}$	0.544 1	0.374 5	0.654 0	0.367 6	0.440 4

注: $\text{RMSE}_{\text{GPF}}$ :均值 = 3.725 6,方差 = 7.466 6;

$\text{RMSE}_{\text{AIPF}}$ :均值 = 0.451 3,方差 = 0.008 4.

### 4.2 结果分析

由图 1 可知,本文提出的人工免疫粒子滤波算法的估计值与真实值吻合程度较高,可见人工免疫粒子滤波算法是有效的.由图 2 可以看出,一般粒子滤波算法不能准确地跟踪所要估计状态的变化,这是由于粒子耗尽造成的.图 4 反映了一般粒子滤波算法在经过 100 步估计之后的粒子分布情况,它的样本几乎是单一的,由此可见一般粒子滤波算法的粒子耗尽现象非常严重.图 3 中人工免疫粒子滤波算法对状态的估计情况表明,本文所提出的算法具有良好的跟踪能力.从图 5 可以看出,人工免疫粒子滤波算法很好地改善了样本集的多样性,从而减轻了粒子耗尽现象的影响.

$N_{\text{eff}1}$  和  $N_{\text{eff}2}$  的平均值直观地展示了人工免疫粒子滤波算法对于退化现象的改善情况,人工免疫粒子滤波算法最终的粒子几乎都为有效粒子.  $N_{\text{eff}2}$  明显大于  $N_{\text{eff}1}$ ,可见人工免疫粒子滤波算法在解决退化问题方面明显优于 SIR 粒子滤波器.

在估计误差方面,  $\text{RMSE}_{\text{GPF}}$  的均值和方差均大于  $\text{RMSE}_{\text{AIPF}}$  的均值和方差,可见人工免疫粒子滤波算法在计算精度方面也有很大提高.

### 5 结 语

一般粒子滤波算法在实际应用中易受到退化现象的影响,在估计那些较长时间维持不变的量时,退化现象尤为严重.本文针对这一问题,将人工免疫算法引入粒子滤波器,利用人工免疫算法的全局寻优能力,选择出较好的粒子用于状态估计.由仿真结果可知,本文提出的人工免疫粒子滤波算法,不但在一定程度上解决了退化现象,而且很好地改善了样本集的多样性,提高了算法的跟踪估计能力,因此这种人工免疫粒子滤波算法是可行而有效的.

### 参考文献(References)

[1] William Ng, Jack Li, Simon Godsill, et al. A review of recent results in multiple target tracking[C]. Proc of the 4th Int Symposium on Image and Signal Processing and Analysis. Zagreb, 2005: 40-45.

(下转第 301 页)

## 参考文献(References)

- [1] Maruyama T, Furui N, Hamamoto M, et al. On the evolution of mathematical modeling of single-step flash smelting of copper concentrates [J]. Progress in Computational Fluid Dynamics, 2005, 5(3-5): 207-221.
- [2] Li Xin-feng, Mei Chi, Xiao Tian-yuan. Numerical modeling of Jinlong CJD burner copper flash smelting furnace [J]. J of Beijing University of Science and Technology, 2002, 9(6): 417-421.
- [3] Goto S. Equilibrium calculations between matte slag and gaseous phases in copper smelting copper metallurgy-practice and theory [P]. London: Institute of Mining and Metallurgy, 1974: 23-29.
- [4] 吴扣根, 洪新. 冰铜富氧吹炼工艺的模型开发与应用[J]. 有色金属, 1999, 51(2): 40-46.  
(Wu Kou-gen, Hong Xin. Development and application of the model of matter converting techniques [J]. Nonferrous Metals, 1999, 51(2): 40-46.)
- [5] 郝晓静, 杜钢. 高炉操作参数优化数学模型[J]. 材料与冶金学报, 2002, 1(2): 120-123.  
(Hao Xiao-jing, Du Gang. Mathematical optimization model for blast furnace operation[J]. J of Materials and Metallurgy, 2002, 1(2): 120-123.)
- [6] Cherian R P. A neural network approach for selection of powder metallurgy materials and process parameters[J]. Artificial Intelligence in Engineering, 2000, 14(1): 39-44.
- [7] 胡志坤, 桂卫华, 彭小奇, 等. 铜钼吹炼过程操作参数优化决策模型研究[J]. 有色冶金设计与研究, 2003, 24(增1): 120-124.  
(Hu Zhi-kun, Gui Wei-hua, Peng Xiao-qi, et al. Study on optimization decision for operation parameters in the process of matter converting [J]. Nonferrous Metals Engineering & Research, 2003, 24(S1): 120-124.)
- [8] Wong C C, Chen C C. A hybrid clustering and gradient descent approach for fuzzy modeling[J]. IEEE Trans on System, Man and Cybernetics: Part B, 1999, 29(6): 686-693.
- [9] 姚俊峰, 梅焱, 胡志坤, 等. 混沌遗传算法及其应用[J]. 系统工程, 2001, 19(1): 70-74.  
(Yao Jun-feng, Mei Chi, Hu Zhi-kun, et al. Chaotic genetic algorithm and its application [J]. Systematic Engineering, 2001, 19(1): 70-74.)
- [10] 李兵, 蒋慰孙. 混沌优化方法及其应用[J]. 控制理论与应用, 1997, 14(4): 163-165.  
(Li Bing, Jiang Wei-sun. Chaos optimization method and its application [J]. Control Theory and Applications, 1997, 14(4): 163-165.)
- [11] 刘洪霖, 包宏. 化工冶金过程人工智能优化[M]. 北京: 冶金工业出版社, 1999.  
(Liu Hong-lin, Bao Hong. Artificial intelligent optimization in the process of chemical engineering and metallurgy[M]. Beijing: Metallurgic Industrial Press, 1999.)
- (上接第 296 页)
- [2] Cheng Chang, Rashid Ansari. Kernel particle filter for visual tracking [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, 12(3): 242-245.
- [3] Tadesse Ghirmai, Mónica F Bugallo, Joaquín Míguez, et al. A sequential Monte Carlo method for adaptive blind timing estimation and data detection [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2005, 53(8): 2855-2865.
- [4] Tao Wei, Huang Yufei, Philip Chen. Particle filtering for adaptive sensor fault detection and identification[C]. Proc of the 2006 IEEE Int Conf on Robotics and Automation. Orlando, 2006: 3807-3812.
- [5] 胡士强, 敬忠良. 粒子滤波算法综述[J]. 控制与决策, 2005, 20(4): 361-362.  
(Hu Shi-qiang, Jing Zhong-liang. Overview of particle filter algorithm[J]. Control and Decision, 2005, 20(4): 361-362.)
- [6] Petar M Djuric, Jayesh H Kotecha, Jianqui Zhang, et al. Particle filtering [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2003, 20(5): 19-38.
- [7] Cody Kwok, Dieter Fox, Marina Meila. Real-time particle filters[J]. Proc of the IEEE, 2004, 92(3): 471-472.
- [8] 胡朝阳, 文福拴. 免疫算法与其它模拟进化优化算法的比较研究[J]. 电力情报, 1998, (1): 61-73.  
(Hu Zhao-yang, Wen Fu-shuan. Research on immune algorithm compared with other simulation evolution optimization algorithm [J]. Information on Electric Power, 1998, (1): 61-73.)
- [9] 李茂军, 罗安, 童调生. 人工免疫算法及其应用研究[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(2): 153-154.  
(Li Mao-jun, Luo An, Tong Tiao-sheng. Artificial immune algorithm and its applications [J]. Control Theory & Applications, 2004, 21(2): 153-154.)
- [10] 莫以为, 萧德云. 进化粒子滤波算法及其应用[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(2): 269-270.  
(Mo Yi-wei, Xiao De-yun. Evolutionary particle filter and its application [J]. Control Theory & Applications, 2005, 22(2): 269-270.)
- [11] Sanjeev Arulampalam, Simon Maskell, Neil Gordon. A tutorial on particle filters for online non-Gaussian Bayesian tracking [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2002, 50(2): 174-188.