

文章编号: 1001-0920(2008)03-0306-04

一种离散变结构控制趋近律

周德文^{1a,2}, 高存臣^{1b}, 李自强^{1a}

(1. 中国海洋大学 a. 信息科学与工程学院, b. 数学系, 山东 青岛 266071; 2. 郑州大学 数学系, 郑州 450052)

摘要: 提出一种符合高氏 6 个特点的离散变结构控制的趋近律. 应用该趋近律设计的变结构控制系统, 可保证系统在有限步到达准滑模带, 系统运动最终趋于原点, 并有降低抖动及保持快速趋近的品质. 仿真结果说明了该方法的可行性和有效性.

关键词: 离散系统; 变结构控制; 准滑模带; 离散趋近律

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Reaching law of discrete-time variable structure control system

ZHOU De-wen^{1a,2}, GAO Cun-chen^{1b}, LI Zi-qiang^{1a}

(1a. College of Information Science and Engineering, 1b. Department of Mathematics, Ocean University of China, Qingdao 266071, China; 2. Department of Mathematics, Zhengzhou University, Zhengzhou 450052, China. Correspondent: ZHOU De-wen, E-mail: zdwj@tom.com)

Abstract: A discrete reaching law which accords with the "six character" given by Gao Wei-bing is presented. The variable structure control system designed by using this reaching law not only can reach the region of quasi-sliding mode in finite pace, but also can decreasingly approach to zero, and the system chattering is decreased and fast reaching speed is kept. The simulation results show the effectiveness and feasibility of the proposed method.

Key words: Discrete-time system; Variable structure control; Quasi-sliding mode del; Discrete reaching law

1 引言

20 世纪 80 年代, Milosavljevic^[1] 提出了准滑动模态的思想; Dot^[2], Sapturk^[3], Furuta^[4] 先后给出 3 种不等式形式的到达条件. 90 年代初, 高为炳^[5,6] 针对 3 种不等式的缺陷, 给出了准滑动模态的完整定义, 指出离散时间系统变结构控制的到达条件应具有 6 个特点, 并给出具有这 6 个特点等式形式的指数趋近律, 即

$$s(k+1) - s(k) = -T \operatorname{sgn} s(k) - qTs(k). \quad (1)$$

其中: $T > 0$, $q > 0$, $qT < 1$, T 是采样周期. 系统按此趋近律运动, 存在一个不可忽视的缺点: 系统运动最终将趋于原点附近的一个抖动, 系统性能不够理想.

文献[7] 提出一种变速趋近律, 给出了比例-等速-变速控制, 解决了系统运动最终趋于原点问题, 但又出现两个新问题: 1) 给出的准滑模带是随着 $x(k)$ 变化的扇形区域, 若用变速趋近律, 则轨线可能不在有限步内进入扇形区域而渐近趋于原

点, 若用组合趋近律, 则因常量平移, 会出现步步穿越切换面, 而步步都穿越扇形区域, 将使分析变得异常困难. 2) 无法界定距离原点的远近, 且两种趋近律交界处控制力突变对系统具有一定的影响.

文献[8] 提出了新的滑模趋近律

$$s(k+1) - s(k) = -T \arctan x(k) \operatorname{sgn} s(k) - qTs(k), \quad (2)$$

解决了上述问题 2), 但问题 1) 的情况仍然存在.

本文针对上述问题, 提出一种离散变结构控制的趋近律, 其准滑模带为常值带形区域, 解决了问题 1), 同时具有文献[8] 中趋近律的动态品质.

2 主要结果

2.1 离散趋近律

考虑单输入离散时间系统

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \\ s(k) = c^T x(k). \end{cases} \quad (3)$$

变结构控制问题. 其中 $x(k) \in R^n$, 系统可控. 于是,

收稿日期: 2006-12-11; 修回日期: 2007-04-08.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60674020); 山东省自然科学基金项目(Z2006G11).

作者简介: 周德文(1976—), 男, 郑州人, 博士生, 从事非线性系统控制的研究; 高存臣(1956—), 男, 山东莱阳人, 教授, 博士生导师, 从事现代控制理论及其应用等研究.

问题便归结为：设计合适的变结构控制律 $u(k)$ ，以保证滑动模态的到达。

趋近律(1)的优点在于：当 $s(k)$ 较大时，对 $s(k)$ 以比例 $1 - qT$ 压缩；当 $s(k)$ 较小时，第 2 项 $T \operatorname{sgn} s(k)$ 起主要作用，二者相辅相成，较好地解决了滑动模态的到达问题。但因 $T \operatorname{sgn} s(k)$ 为常量，常量平移无法保证系统运动最终趋于原点。趋近律(2)的优点在于：其平移项 $T \arctg x \times \operatorname{sgn} s(k)$ 为变量，能保证最终趋于原点，并且解决了两种趋近律交界处控制力突变，造成系统动态性能变差的问题。趋近律(2)比趋近律(1)有了很大改进，但其本身也存在问题：不能保证在步幅很小时步步穿越切换面^[7]。

2.2 改进的离散趋近律的形式

针对趋近律(1)的缺点和趋近律(2)存在的问题，本文提出如下改进的离散趋近律：

$$s(k+1) - s(k) = -TF \operatorname{sgn} s(k) - qTs(k). \quad (4)$$

其中

$$F = \begin{cases} \frac{1-qT}{T} \tan(\arctan(c^T x)), & c^T x < \arctan \frac{T}{1-qT}; \\ 1, & c^T x \geq \arctan \frac{T}{1-qT}. \end{cases}$$

常数 $T > 0, q > 0, qT < 1$ 。由于 T 和 q 的任意性，本文假设 $qT < 1 - \frac{T}{\tan T}$ 成立。

2.3 非理想滑动模态

现用趋近律方法^[9]导出变结构控制 $u^*(k)$ 。首先计算差分

$$s(k+1) - s(k) = c^T Ax(k) + c^T bu(k) - c^T x(k).$$

令以上差分等于离散趋近律(4)，有

$$-TF \operatorname{sgn} s(k) - qTs(k) = c^T Ax(k) + c^T bu(k) - c^T x(k).$$

可解出变结构控制

$$u(k) = -(c^T b)^{-1} [c^T (A - I + qTI)x(k) + TF \operatorname{sgn} c^T x(k)]. \quad (5)$$

在变结构控制系统中，所有运动包括趋近运动和非理想滑动模态，除理想滑动模态外，都是在控制(5)作用下的运动。将式(5)代入系统(3)，可得到运动方程

$$x(k+1) = [(I - (c^T b)^{-1} bc^T)A + (c^T b)^{-1} bc^T]x(k) - (c^T b)^{-1} bqTc^T x(k) - (c^T b)^{-1} bTF \operatorname{sgn} c^T x(k). \quad (6)$$

2.4 准滑模带

定理 1 系统(3)在控制(5)作用下，准滑模带

就是切换带 s 。其中

$$s = \{x(k) \mid c^T x(k) = \arctan \frac{T}{1-qT}\}.$$

证明 将式(5)代入系统(3)，可得一般关系式

$$s(k+1) = c^T x(k+1) = c^T Ax(k) + c^T bu(k) = c^T Ax(k) - (c^T b)(c^T b)^{-1} [c^T (A - I + qTI)x(k) + TF \operatorname{sgn} c^T x(k)] = (1 - qT)s(k) - TF \operatorname{sgn} s(k). \quad (7)$$

1) 当 $s(k) = 0^+$ 时，由假设 $qT < 1 - \frac{T}{\tan T}$ 可得

$$\tan T < \frac{T}{1-qT} \Rightarrow T < \arctan \frac{T}{1-qT}. \quad (8)$$

在切换带 s 内，有

$$\tan(\arctan c^T x(k)) = \tan \arctan \frac{T}{1-qT}. \quad (9)$$

将式(8)代入式(9)，得

$$(1 - qT) \tan(\arctan c^T x(k)) = \tan \arctan \frac{T}{1-qT}. \quad (10)$$

再将式(10)代入式(7)，得

$$s(k+1) = (1 - qT)s(k) - TF \operatorname{sgn} s(k) = (1 - qT)s(k) - (1 - qT) \tan(\arctan c^T x(k)) - 0^+ - \arctan \frac{T}{1-qT}.$$

由此得到：当 $s(k) = 0^+$ 时， $s(k+1) < 0^+$ 。

同理可证：

2) 当 $s(k) = 0^-$ 时， $s(k+1) > 0^-$ ；

3) 当 $s(k) > 0^-$ 时， $0 < s(k+1) < s(k)$ ；

4) 当 $s(k) < 0^+$ 时， $0 < s(k+1) < -s(k)$ 。

综合 1) ~ 4)，定理 1 得证。

2.5 滑模运动的性质

定理 2 系统(3)在控制(5)作用下，在有限步到达准滑模带 s ，且有限到达时间为

$$t_q = (\lg(1 - qT))^{-1} [\lg |s(0)|] T. \quad (11)$$

证明 由定理 1 知准滑模带 s 为常量。系统(3)在控制(5)作用下，在准滑模带 s 外的运动与文献[5]的趋近运动相同。可证明其在有限步到达准滑模带 s ，且其到达时间为式(11)。

定理 3 系统(3)在控制(5)作用下，在准滑模带 s 内可保证步步穿越切换面 $s(k) = c^T x(k) = 0$ 。

证明 1) 当 $s(k) > 0$ 时，由于 $s(k) < 0^+$ ，式(4)可转化为

$$s(k+1) = (1 - qT)s(k) - (1 - qT)\tan^{-1} c^T x(k) - (1 - qT)(\tan^{-1} c^T x(k) - c^T x(k)). \quad (12)$$

因为

$$0 < |s(k)| = c^T x(k) = \arctan \frac{T}{1 - qT} \frac{c^T x(k)}{2}$$

所以

$$\tan^{-1} c^T x(k) = c^T x(k) \cdot \frac{1 - qT}{2T} \quad (13)$$

由条件 $(1 - qT) > 0$, 将式(13)代入式(12), 整理得 $s(k+1) < 0$.

2) 当 $s(k) < 0$ 时, 同理可得 $s(k+1) > 0$.

由1)和2)知, 在准滑模带 s 内, 运动步步穿越切换面.

定理4 当 $c^T x(k) = s$ 时, 趋近律(4)等同于指数趋近律(1); 当 $c^T x(k) \in s$ 时, 趋近律(4)等同于变速趋近律(2), 且能保证运动步步穿越切换面.

证明 1) 当 $c^T x(k) \in s$ 时, 有

$$c^T x(k) = \arctan \frac{T}{1 - qT} s$$

此时 $F = 1$, 代入式(4)得

$$s(k+1) - s(k) = -T \operatorname{sgn} s(k) - qTs(k).$$

显然, 它可转化为指数趋近律.

2) 当 $c^T x(k) = s$ 时, 有

$$F = \frac{1 - qT}{T} \tan^{-1} c^T x(k) \quad (14)$$

将式(14)代入式(4), 得

$$s(k+1) - s(k) = -T \tan^{-1} c^T x(k) \operatorname{sgn} s(k) - qTs(k), \quad (15)$$

其中 $\frac{1 - qT}{T}$. 显然, 式(15)等同于变速趋近律

(2). 由定理2知, 它可保证运动步步穿越切换面.

综合1)和2), 定理4得证.

3 仿真例子

考虑二阶离散系统

$$x(k+1) = Ax(k) + bu(k).$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.001 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -0.0002 \\ -0.2 \end{bmatrix}.$$

采样周期 $T = 0.01$ s, 初始状态 $x = \begin{bmatrix} 0.05 \\ -0.1 \end{bmatrix}$. 取 $c^T = [2.5 \ 1]$, $q = 10$, $s = 0.05$. 仿真结果如图1~图4所示.

本文提出的趋近律, 在准滑模带外与高氏趋近律相同, 在带内为变速趋近律, 而滑模带很小, 因此

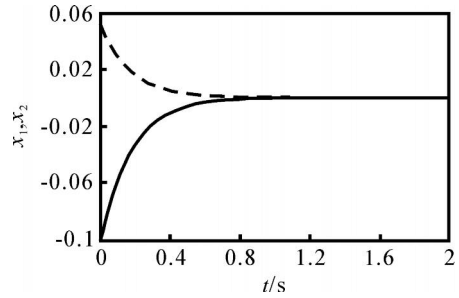


图1 高氏趋近律状态变量的变化曲线

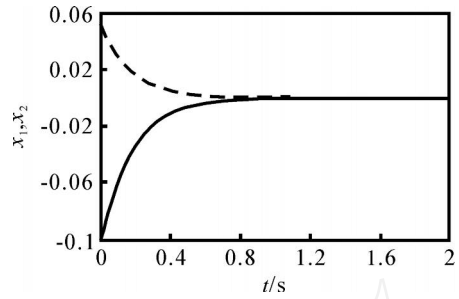


图2 本文趋近律状态变量的变化曲线

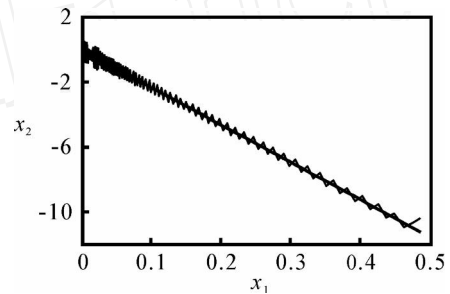


图3 高氏趋近律滑模运动的相轨迹

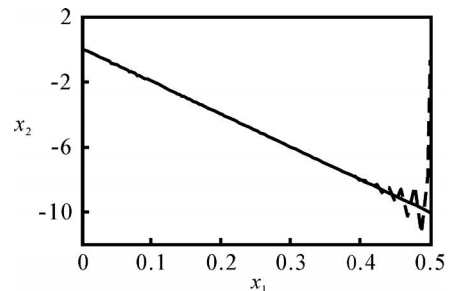


图4 本文趋近律滑模运动的相轨迹

图1和图2几乎具有同样的状态轨线. 图3中滑模运动的相轨迹在原点附近形成了周期等幅振荡(也称极限环); 图4中滑模运动的相轨迹作衰减振荡, 其振幅趋于零, 体现了本文所提出趋近律的优点.

4 结 语

本文提出的趋近律(4), 具有趋近速度快、抖振小的优良品质, 解决了趋近律(1)无法保证系统运动最终趋于原点的问题; 同时给出了常值带形区域的准滑模带, 解决了趋近律(2)不能保证步步穿越切换面的问题. 仿真结果表明, 所提出的方法是可行而有效的.

本文讨论的是确定系统的情况,对于不确定系统的情况将另文给出.

参考文献(References)

- [1] Milosavljevic D. General conditions for the existence of a quasi-sliding mode on the switching hyperplane in discrete variable structure systems [J]. Automatic Remote Control, 1985, 46(3): 307-314.
- [2] Dot Y, Holf R G. Microprocessor based sliding mode controller for DC motor drives [C]. The Industrial Application Society Annual Meeting. Cincinnati, 1980, 2: 154-161.
- [3] Sapturk S Z, Istefanopulos Y, Kaynak O. On the stability of discrete-time sliding mode control systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1987, 32(10): 930-932.
- [4] Furuta K. Sliding mode control of a discrete systems [J]. Systems and Control Letters, 1990, 14(2): 145-152.
- [5] 高为炳. 离散时间系统的变结构控制[J]. 自动化学报, 1995, 21(2): 154-161.

- (Gao Wei-bing. Discrete-time variable structure control [J]. Acta Automatic Sinica, 1995, 21(2): 154-161.)
- [6] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
(Gao Wei-bing. Theory and design methods of variable structure control[M]. Beijing: Science Press, 1998.)
- [7] 姚琼荃, 宋立忠, 温洪. 离散变结构控制系统的比例-等速-变速控制[J]. 控制与决策, 2000, 15(3): 329-332.
(Yao Qiong-hui, Song Li-zhong, Wen Hong. Proportional-constant-variable rate control of discrete-time variable structure systems [J]. Control and Decision, 2000, 15(3): 329-332.)
- [8] 李文林. 离散时间系统变结构控制的趋近律问题[J]. 控制与决策, 2004, 19(11): 1267-1270.
(Li Wen-lin. Reaching law of discrete-time variable structure control systems [J]. Control and Decision, 2004, 19(11): 1267-1270.)
- [9] Hung J Y, Gao W B, Hung J C. Variable structure control: A survey [J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 1993, 40: 2-22.

(上接第 305 页)

6 结 语

本文提出的交通需求的智能化迭代学习方法,具有可靠的理论依据,为获取交通需求动态变化规律提供了简单可行的方法.对经典交通需求模式的概念进行扩展,提出的交通模式识别的滤波函数方法,为交通需求模式量化求解的研究奠定了理论基础.仿真实验表明,所得结果能较好地逼近实际情况,说明所提出的方法是正确而可行的.

参考文献(References)

- [1] Barney G C, Dos Santos S M. Elevator traffic analysis: Design and control [M]. London: IEE Peter Peregrinus Ltd, 1985.
- [2] 杨桢山, 邵诚. 电梯群控技术的现状与发展方向[J]. 控制与决策, 2005, 20(12): 1321-1331.
(Yang Zhen-shan, Shao Cheng. On the present situation and developing trends of elevator group supervisory control technologies[J]. Control and Decision, 2005, 20(12): 1321-1331.)
- [3] Huang M, Xu L, Wang J H, et al. Predictive method for traffic flow of elevator systems based on neural networks[C]. Proc of the 4th Conf on Control and Automation. Montreal, 2003: 683-687.
- [4] Li X, Tong L, Zong Q. ARMA model for elevator traffic flow forecasting [J]. Elevator World, 2005, 53

- (8): 83-87.
- [5] 宗群, 岳有军. 电梯群控系统交通流的预测方法[J]. 系统工程与电子技术, 2001, 23(7): 103-105.
(Zong Qun, Yue You-jun. A traffic flow forecasting method of elevator group control system [J]. Systems Engineering and Electronics, 2001, 23(7): 103-105.)
- [6] Barney G C. Elevator traffic handbook [M]. London: Spon Press, 2003.
- [7] Suykens J A K, Van Gestel T, De Brabanter J, et al. Least squares support vector machines [M]. Singapore: World Scientific Publishing Co, 2002.
- [8] 朱德文, 付国江. 电梯群控技术 [M]. 北京: 中国电力出版社, 2006.
(Zhu De-wen, Fu Guo-jiang. Elevator group control technology [M]. Beijing: China Electric Power Press, 2006.)
- [9] Barney G C. Traffic design benchmarks standard templates [J]. Elevator World, 2005, 53(2): 79-82.
- [10] 李中华, 朱燕飞, 李春华, 等. 基于人工免疫聚类算法的电梯交通流分析 [J]. 华南理工大学学报, 2003, 31(12): 26-29.
(Li Zhong-hua, Zhu Yan-fei, Li Chun-hua, et al. Elevator traffic flow analysis based on artificial immune clustering algorithm [J]. J of South China University of Technology, 2003, 31(12): 26-29.)